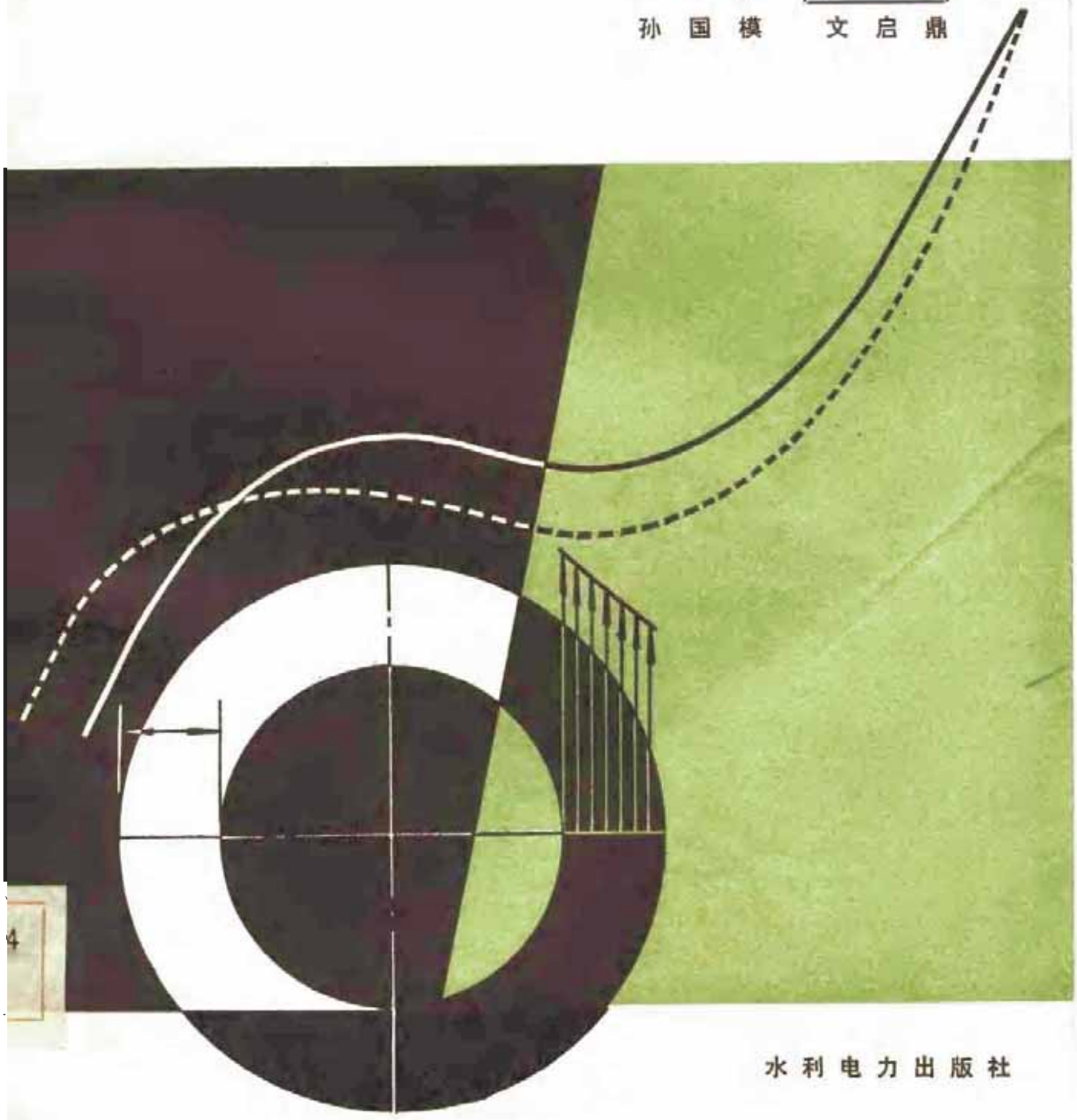
管道应力分析与计算

王致祥　梁志钊
孙国模　文启鼎



水利电力出版社

内 容 提 要

本书着重介绍热力管道应力分析与计算的基础理论和实用方法。全书共分八章，结合火力发电厂高温高压蒸汽、热水管道的特点，分别叙述了管材的基本特性，承受内压的管子壁厚计算，管道作用力计算，管道静力分析的矩阵方法，管道对连接设备的推力和力矩计算，管道在各种荷载作用下的应力分类、应力分析与应力验算方法；同时，介绍了核电厂的管道应力分析验算方法，附录中还列有管道应力计算常用的数据资料。

本书可供从事火力发电厂和核电厂汽水管道的设计、安装、运行和金属监督的人员，以及高等院校热能动力装置专业师生阅读，也可供石油、化工、轻工、冶金、机械等部门从事热力管道设计、安装、运行的人员参考。

管道应力分析与计算

王致祥　梁志钊　孙国模　文启鼎

*

水利电力出版社出版

（北京三里河路6号）

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米　16开本　25.5印张　581千字　2插页

1983年10月第一版　1983年10月北京第一次印刷

印数00001—12120册　定价 2.70 元

书号 15143·5220

前　言

热力管道广泛地用于动力、石油、化工、轻工、冶金、机械等部门，是许多工厂的重要组成部分。随着现代化大工业的发展，管道技术逐渐为人们所重视，特别是最近二十年来进展很快。管道应力分析与计算，是管道设计的基础，可为所设计的管道作出强度与安全性的评价，也可为管道的经济分析提供依据。

在火力发电厂中，由于大容量、高参数、中间再热机组的采用，管道承受的压力、温度增高，管子尺寸增大，管道布置上不可避免地出现多分支和环状管系，对管道设计和计算提出了更高的要求，计算时需要考虑的荷载更加全面，应力和对设备推力的控制也更严格，通常应用的简化计算方法已经不能适应。复杂管系作用力和力矩的计算，尽可能准确而又切合实际的管道应力分析，就成为管道设计需要解决的课题。本书着重讨论管道在内压和外载、热胀和冷缩等荷载作用下的力、力矩和应力计算的基本原理以及在工程上广泛适用的应力分析与计算方法。

管系柔性分析的基本方法是结构力学中的力法和位移法。书中着重讨论了属于力法的应变能微分法，介绍了它的基本原理、公式推导和一系列的运算，并将计算步骤尽可能的表格化以适用于工程计算。为了利用电子计算机完成复杂管系的计算，还着重讨论了运用结构分析的矩阵方法进行作用力和力矩的计算，如等值刚度法、有限单元法、追赶位移法、始参数位移法等，它们在工程计算中都是普遍适用的。

管系的应力分析是应力验算的基础。热力管道的应力与一般结构或机械分析中遇到的低温的和稳定的应力不同，在不同类型的荷载作用下产生的应力性态和它对破坏的影响也不同，因而采用应力分类和应力分析的方法，对不同种类的应力分别给予不同的限定。书中论述了弹性分析、极限分析、安定分析、疲劳分析在管道计算中的应用，以及管道应力验算方法。同时，对于核电厂高温蠕变领域的管道应力分析验算方法的应用，也给予了一定的注意。

当然，本书不可能涉及管道应力分析与计算的全部内容，而主要讨论在静力荷载作用下的应力，介绍承受内压的热力管道在自重作用下，以及由于热胀、冷缩和其它位移受约束而产生的力、力矩和应力，以期使从事热力管道设计、施工、运行等实际工作的同志，对了解管道的应力分析与计算的理论和方法有所裨益。

本书由王致祥负责组织编写，编者们共同研究，分工写稿。第一、八章和第七章第三节以王致祥为主，第二、四章和附录一至四以梁志钊为主，第三章和第七章第一、二节以文启鼎为主，第五、六章和附录五、六以孙国模为主，全书由文启鼎统稿。在编写过程中曾得到原电力建设总局和有关电力设计单位许多同志的热情支持与帮助，在此谨致谢忱。

由于编者水平所限，书中缺点和错误一定不少，热忱欢迎广大读者批评指正。

编　者

一九八三年一月

目　　录

前　言

第一章　绪论 …… 1

第二章　钢材性能与设计限定 …… 4

第一节　基础知识 …… 4

第二节　强度理论 …… 27

第三节　基本许用应力 …… 33

第三章　应力分类和应力分析 …… 36

第一节　荷载 …… 36

第二节　应力状态与主应力 …… 36

第三节　应力分类 …… 41

第四节　应力分析 …… 45

第四章　承受内压的管子壁厚计算 …… 63

第一节　管壁应力分析 …… 63

第二节　管子壁厚计算 …… 67

第三节　弯管的内压应力 …… 81

第四节　承受内压的管道使用期限 …… 87

第五章　管系作用力计算的基本原理 …… 96

第一节　计算范围与计算条件 …… 96

第二节　静力分析的基本方法 …… 97

第三节　支吊架荷重分配与弹簧附加力 …… 190

第四节　柔性系数 …… 194

第五节　简化的计算方法——弹性中心法 …… 198

第六章　管系静力分析的矩阵方法 …… 224

第一节　座标系及座标变换 …… 224

第二节　力法与位移法 …… 228

第三节　等值刚度法 …… 234

第四节　有限单元法 …… 250

第五节　追赶位移法 …… 266

第六节　始参数位移法 …… 273

第七章　管道应力验算 …… 275

第一节　管道应力经验规则验算法 …… 275

第二节　非蠕变温度管道应力分析验算法 …… 291

第三节　高温蠕变管道应力分析验算法 …… 299

第八章　管道对设备的推力和力矩的计算 …… 323

第一节　管系的应变及对端点的推力和力矩 ……323
第二节　管道对汽轮机接口的推力和力矩 ……330
第三节　降低管道推力和力矩的措施 ……342
附录 ……345
附录一　钢材的基本许用应力 ……345
附录二　钢材的物理特性数据 ……348
附录三　钢管的尺寸偏差 ……352
附录四　应力计算常用辅助计算数据 ……355
附录五　弯曲及扭转变形系数的推证 ……358
附录六　剪切及拉压变形系数的推证 ……389
参考文献 ……400

第一章 绪 论

热力管道的应力，主要是由于管道承受内压力和外部荷载以及热膨胀而引起的。管道在这些荷载作用下的应力性态是复杂的。进行应力分析与计算，是研究管道在各种荷载作用下产生的力、力矩和应力，从而作出对于管道安全性的评价，并满足所连接的设备对管道推力的限定，使设计的管道尽可能经济合理。

管道应力分析与计算的方法，是随着科学技术的发展和高温高压管道的应用而发展起来的，是根据管道的工作条件、荷载种类和管材的特性，应用材料力学、结构力学的弹性理论、弹塑性理论和高温非弹性理论来进行分析和计算的。

一般地说，管道应力分析与计算，包括对管系进行柔性计算和应力验算两部分。

管道的柔性计算，是计算管道由于外力（集中荷载或均布荷载）和变形受约束而产生的力和力矩，可以按照超静定结构静力法计算。

早在三十年代和四十年代，人们就已应用结构力学超静定结构的力法，求解管系的内力。采用较早而又比较成熟和简便的方法是弹性中心法[39][45]。它是一种简化方法，将计算管系当作一根无重量的弹性线，并将管系的变形系数和需求解的复原力（即作用力）都转移到管系的弹性中心。根据组成管系各元件（直元件或弧元件）的重心座标，计算管系在各投影平面的静力矩，找出管系的弹性中心，然后再计算出通过弹性中心座标轴的线惯性矩和线惯性积，最后由变形协调方程和力的平衡方程求出作用于管系端点或管系上任一点的力和力矩。应用这个方法，对于具有两个固定点的平面管系，可以从三元联立方程简化成二元联立方程求解，对于立体管系，可以从六元联立方程简化成三元联立方程求解，因而计算简便，具有一定的实用价值。但是，这种方法由于简化的假定，使它的应用范围受到一定的限制。例如，当考虑有外力荷载（包括均布荷载和集中荷载）的管系，或多分支管系，或计算端点有角位移的管系，或具有中间约束（例如装有刚性支吊架或其它限位支架等）的管系，要找出弹性中心就很复杂。从计算精度上讲，对于斜管或带有弧元件的立体管系，应用弹性中心法也会产生一定的误差。因为，在计算中忽略了各投影面力矩之间互相关系的二次项，即在力的计算过程中忽略了不同投影而中力矩之间引起的变形能的关系项，这对于管系中带有斜管或较多弧元件时，误差就较大。

随着高温高压设备的应用，管道承受的温度和压力越来越高，管子直径和壁厚越来越大，管道的自重已不容忽视，而且在布置上往往需要采用多分支管系或环状管系，因此，仅仅采用简化的方法就不能适应发展的需要。

为了完成各种复杂管系的计算，人们直接用超静定结构计算的基本方法——力法来求解[1][55]，并且考虑管道承受的集中荷载和均布荷载。根据卡斯提理安诺(Castigliano)定理，一个力的作用点沿此力方向的线位移，等于其变形能对该力的偏导数，即 $\delta_i =$

低下来，管系上的应力重新分布，冷状态和工作状态的应变自行调整到一定的均衡。因此，在有一定残余应力的情况下，仅仅应用极限分析还不能说明管道的失效，而需要采用安定分析的理论，以作为非蠕变温度下的管道在承受冷、热交变荷载下的设计基础。安定性是指管系结构不发生塑性变形的连续循环，如果在少数反复加载之后，变形稳定下来，随后结构除了蠕变效应以外，表现是弹性的。安定分析允许的最大弹性应力范围是屈服极限的两倍。

峰值应力是指管系结构不连续处由于局部应力集中而发生的一次应力和二次应力的增量，对于它的限定应当采用疲劳分析。

在工程中，由于管系的重要性和对安全运行可靠性的要求不同，运用以上应力分类和应力分析，将采用不同的应力验算方法。

对于火力发电厂汽水管道和其它工业企业的热力管道，一般不需要进行严格的应力分析验算，仅按一些建立在实验基础上的半经验的规范规则进行应力验算[2][40]。对于一次应力的限定采用极限分析；对于热胀二次应力，考虑到由于屈服、高温下的蠕变和应力松弛，只要不产生蠕变应变的累积递增，可简化成交变应力范围下的弯曲疲劳破坏问题，这种交变应力的循环次数不象一般转动机械那样高，亦属于高应变低循环疲劳问题，需要管系具有一定的疲劳强度，因此，对二次应力的限定，采用验算许用应力范围和控制一定的交变循环次数；对于峰值应力的验算，也采用简化的方法，在验算二次应力（或一次应力加二次应力）的许用应力范围时，在三通、弯管等局部应力集中处，计入应力加强系数，以防止管件的疲劳破坏。

对于核电厂，由于要求管系的安全可靠性高，需要考虑的荷载更加全面，必须验算各种工作条件下的应力。对于非蠕变温度下管道，一次应力的验算采用极限分析，二次应力（或一次应力加二次应力）的验算采用安定分析，峰值应力的验算采用疲劳分析。对于高温蠕变管道（高温核电厂的管道），高温蠕变是一个复杂的问题，因为应变的集中往往大于应力的集中，因此，除了防止塑性破坏和蠕变破坏的应力限定以外，还要求满足变形的限定和累积应变的限定。除了防止短时间荷载引起的延性破坏外，还应防止长时间引起的蠕变破坏和蠕变-疲劳重迭作用下引起的破坏。这已属于非弹性应变分析的范畴。由于非弹性分析计算十分复杂，在工程实用上，除个别必须者外，往往采用偏于保守的弹性计算方法来验算蠕变和疲劳应变的累积损伤[4]。近年来，对于高温蠕变管道应力分析方法的研究已逐渐为人们所重视，并且开始在高温核电厂管道和附件设计中应用。

当然，随着科学技术的进一步发展和现代化大工业的出现，管道应力分析与计算方法，还将不断发展和完善。

第二章　钢材性能与设计限定

火力发电厂汽水管道处在一定的压力、温度条件下工作，承受象内压、自重、温度这样一些静荷载，也承受象介质流动瞬态过程的冲击力、地震、振动等一些动荷载，使汽水管道处于较高的应力状态。此外，还可能由于加工制造或安装工艺的原因，而出现残余应力，或其它因素造成腐蚀等。对于高温管道，还有蠕变、应力松弛以及钢材性能和金相组织的变化，这些都严重地影响管道工作的安全可靠性。

由于荷载和工作条件的差异，材料的破坏形式不尽相同。从汽水管道的破坏事故分析来看，主要有以下几种破坏型式：

（1）短时间内过量的塑性变形或胀裂；

（2）高温下过量的蠕变变形导致蠕变破坏或失稳；

（3）快速脆性断裂；

（4）高应变低循环疲劳断裂；

（5）累积的塑性变形导致逐渐的崩溃；

（6）弹性失稳和塌陷；

（7）应力腐蚀、腐蚀疲劳或一般腐蚀。

这几种破坏形式，并不是所有汽水管道都会遇到。主要取决于管道的工作条件和所承受的荷载。通常，对于非蠕变温度下工作的管道的破坏，只与荷载有关；在蠕变温度下工作的管道的破坏，则与荷载和时间有关。为了使管道安全可靠地工作，就必须正确地选用材料，进行尽可能准确的应力分析和计算，并给予适当的限定，以防止发生脆性破坏、塑性破坏或应力腐蚀等可能的破坏。在选材方面，为防止管道发生脆性破坏，需要选用具有足够塑性的钢材；为防止发生高温下的蠕变破坏，必须选用具有足够的持久强度、蠕变极限和持久断裂塑性以及在长期高温运行过程中具有良好的组织稳定性的钢材。总之，汽水管道材料应具有良好的化学成分、金相组织结构、力学性能（机械性能）和加工性能，这些都是属于金属学的范畴，已有许多专门的论著，不再赘述。本章仅说明与管道应力分析和计算有关的钢材性能和设计的基本要求。

第一节　基　础　知　识

钢材的特性可分为使用性能和工艺性能两大类。使用性能又可分为力学性能和化学性能。

力学性能又名机械性能，它表示钢材在外力作用下的特征，主要有两个：一个是强度特征，即钢材抵抗破坏的能力；另一个是变形特征，即材料受力时的变形能力。钢材的变形能力受着应力状态（单向、多向）、荷载特性（静荷载、动荷载和交变荷载）、运行条

件（运行方式、压力、温度）和表面状态的影响。研究钢材的力学性能，就是要确定其强度和变形的一些特征值，以作为选择材料和评价结构强度、刚度和稳定性的依据。

钢材的工艺性能是表示钢材在生产、加工、装配过程中的特征。工艺性能包括钢的冶炼性能，铸造性能，热加工、冷加工性能，切削、冷弯、焊接性能和热处理性能等。汽水管道元件都是经过一定的加工过程制成的，良好的工艺性能是保证钢材能顺利地实现各种加工过程，使制成的管道能够安全可靠地工作。

在管道应力分析与计算中，需要涉及钢材以下一些基本特性。

一、变形与应力

在外力（荷载）作用下，结构的总体或构件的形状和尺寸都会发生不同程度的变化，这种形状的改变，一般称为变形。过量的变形将最终导致结构的破坏。

构件的形状是多种多样的，为了研究的方便，构件的变形一般以直杆为典型例子。因其外形简单，长度远大于断面尺寸，它的轴线（横断面形心的连线）是直的。这样，当受外力作用时所产生的变形与直杆件原有的几何尺寸相比是微小的。在静力平衡条件下，可以近似地认为：外力的作用点和方向不随直杆的变形面改变，这样就可按直杆件变形前的尺寸进行计算，所造成的误差也是微小的。对于非直杆的构件，只要构件在外力作用下所产生的变形与构件原有的几何尺寸相比是微小的，均可作这样简化计算。管系的作用力、力矩计算也属于这类情况。

构件在外力作用下产生变形，就变形的性态而言，可分为弹性变形和塑性变形两大类，就变形的形式而言，可分为轴向拉伸（或压缩）、弯曲、扭转和剪切变形四种基本形式。

由构件变形性态得出物理条件（应力-应变）的关系，面变形的形式则说明荷载的类别。现将构件在外力作用下产生的变形性态、变形形式的特征分述如下。

（一）弹性变形

弹性几乎是自然界一切物体的基本属性。理想的弹性是指构件或物体在外力作用下产生变形，外力除去后完全回复其原来的形状，不遗留外力作用过的任何痕迹的性态。这种变形称为弹性变形。弹性变形仅与原子晶格的弹性歪曲有关。对于固体，只是在变形很微小时才是弹性的。

对于弹性变形的构件或物体，其变形只与既定瞬间作用在构件或物体上的那些荷载（外力）有关，而与这些荷载如何逐渐由零值增长无关；并且，对于构件或物体的每一个温度，存在着应力与变形间单值的关系，而与时间无关。通常，这个关系是线性的，即在弹性范围内，应力与应变成正比。这个关系称为虎克定律。荷载在其作用点的位移上所耗的功具有可逆的形式，即它以弹性能的形式储藏在构件或物体中。储藏弹性能是衡量构件或物体承载能力的标志。

构件或物体的弹性及线性变形的概念是弹性理论的基础。这种构件的变形量与同时产生的应力之间具有最简单的线性关系，就是前面提到的虎克定律。这一线性关系的意义是：作用在弹性体上的外力（荷载）按照某一已知的比例逐渐地增加或者减少，则物体上任一点的应力、变形及位移（挠度、转角等）也按同一比例增加或减少。这个线性的关系

不但在单向变形状态下是如此，而且在一般的三维物体的情况下，有六个应力及应变分量作为虎克定律的自然推广，六个应力分量中的每一个都可以表示成六个应变分量的线性函数，组成了广义虎克定律。

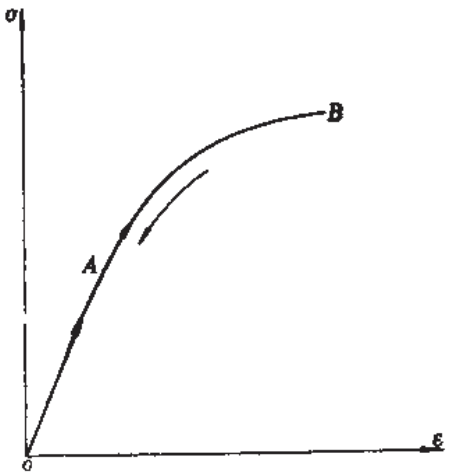


图 2-1　不服从虎克定律的弹性材料拉伸图

但是，有些材料在外力作用下的变形虽然表现出弹性状态，但与力的关系却是非线性的，如图 2-1 所示。在拉伸图中，力与变形（应力与应变）的关系是曲线 OAB。在这种情况下，必须采用此曲线的方程式 $\sigma=f(\varepsilon)$ 作为物理的关系。当逐渐卸载时又沿着同一曲线 BAO 进行，并且以相反程序经历着与加载时沿 OAB 所出现的同样状态，回到原点 O，这即说明外力作用于物体时产生变形，外力除去后并没有留下残余变形，说明拉伸时沿 OAB 的过程是可逆的。这种构件或物体的变形，称为非线性弹性性态。

然而，用作汽水管道的钢材均属于弹塑性材料，在拉伸过程中，在比例极限阶段，它的变形是线性弹性性态的，在比例极限与屈服极限间的变形呈现非线性弹性性态。对于非线性弹性性态，可采用分段线性来近似表示，因为线性弹性性态的原理在各小增量范围中也适用。

概括上述，管材的弹性变形有三个特征：

（1）具有可逆性，即外力去除后变形便完全消失，构件或物体回复原状。

（2）弹性变形量很小。

（3）应力和应变成线性关系，即服从虎克定律。

（二）塑性变形

构件或物体在荷载作用产生变形，当除去荷载后，构件或物体的形状不能复原，即遗留了该荷载作用下的残余变形，或称为非弹性的塑性变形。这种变形是由于结晶体材料中某些晶格层与其它层间有不可恢复的相对位移，在荷载除去后已移动的原子层保留现有的位置。构件或物体的非弹性的塑性变形往往是当它受较大的荷载时才发生的。

塑性变形分量与力的关系没有象弹性变形中有广义的虎克定律那样统一的基本变形定律，因为构件或物体的塑性（这里说的塑性是指材料在拉应力作用下，在破坏前具有承受塑性变形的能力）性质是很不相同的，并随着外界条件（例如温度、工作过程的持续性等）而变。如在常温的条件下，高强度钢材的塑性变形是与时间无关，即其力学性质实际上与变形速度无关；但在高温条件下工作时，就发生随着时间而增长的非弹性变形，如蠕变，其力学性质与变形速度有关。这是塑性变形特征之一。

另外，塑性变形分量与力之间为非线性的关系，它的基本物理方程式为非线性，这是塑性变形的另一特征。

对于塑性变形和各阶段所产生的应力，与材料的性能和非弹性理论有密切的关系，在

单向拉伸时逐渐增加荷载产生变形的场合下，描述物体塑性性态的物理方程（应力、应变、位移及它们之间的关系）与具有同一拉伸图的非线性弹性物体的物理方程是相同的，但在卸荷载的场合下变形时塑性物体与非线性弹性物体的物理方程就不相同，因塑性变形卸载按另一规律进行。即在塑性变形过程中加荷载与卸荷载，变形规律是有区别的。

但是，不能机械地认为只有某些特殊材料并且只是在充分大的变形时才具有塑性变形的性态。在某些条件下，也可能产生少量可以忽略的塑性变形。如承受内压的管道当内壁最大应力达到材料的屈服极限时，内壁的一部分产生塑性变形，但是并不意味着管道立即破坏，因为管壁材料的绝大部分还处于弹性性态，它将约束内壁塑性变形，不能任意流动，只要内压不再升高，塑性性态的部分不会沿壁厚方向从内壁向外壁扩展而保持着稳定的平衡。

（三）应力

在外力作用下，构件发生变形，这说明构件材料内部在外力作用下变形时原子间的相对位置产生了变化，同时原子间的相互作用力（吸引力与排斥力）也发生了改变。这种力的改变量称为内力。

因此，在外力作用下构件发生变形时材料也相应地产生附加内力。这个内力抵抗外力改变其形状。为了说明内力对已变形构件影响的程度，以直杆件为例，如图 2-2 所示的棱柱形杆件，它是等截面和直轴线的杆件。假设杆件的两端作用有使它产生均匀伸长或拉伸的轴向力P，假想沿杆的横截面m–m将杆截分为Ⅰ、Ⅱ两段，在外力P的作用下杆的两段均力求分开，而由于断面mm两边的原子间的相互作用力联系在一起，杆件的mm断面有内力存在，这内力就是右段杆件对左段杆件的作用力。若杆件的材料是均匀连续的，内力在截面上也是连续分布的，以N表示分布在杆件断面上内力的合力，由于P与N是共线力系，由Ⅰ段力的平衡方程可得：

$$N = P$$

内力N的作用线与杆件的轴线重合。这种内力称为轴向力。

内力是沿整个断面mm连续分布的，单位面积上内力的强度即称为应力，以“σ”表示。

因此，应力是反映构件（材料）受力程度的物理量，由作用力及反作用力恒等的定律可知，Ⅱ段作用于Ⅰ段及Ⅰ段作用于Ⅱ段的应力是互等的。

设杆件的断面积为A，可得应力：

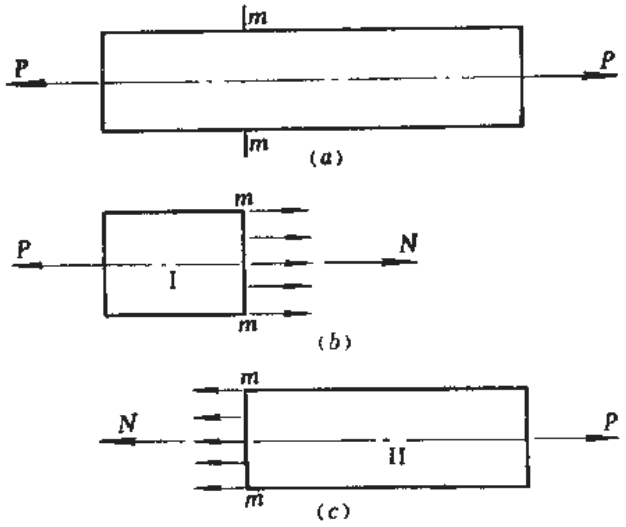


图 2-2　受拉伸杆件

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

式中　σ——应力。

因为$N=P$，故$\sigma=\frac{P}{A}$。应力不仅有大小，而且与它所在截面的方向有关。通过变形体内任一点的任何截面，都有一个应力矢量。一点的应力状态是指该点各个截面上的应力全体。

（四）应变和弹性模数

构件或物体受外力（荷载）作用下将产生变形，为表明变形的程度，需计算单位长度内的变形，即应变，以“ε”表示。它是与应力相对应、用以反映物体变形程度的物理量。如以杆件受拉伸为例，若杆件的轴向变形量Δl，杆件的原长为l_0，则轴向线应变为：

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l_0}$$

由上式可知，应变为一无量纲的量，其数值则等于每一单位长度的伸长量。变形的基本形式有四种，故应变的基本形式也同样有四种。现分述如下。

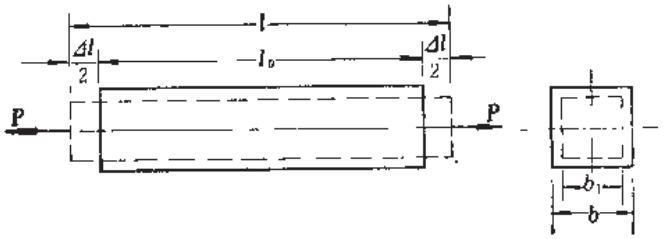


图 2-3 拉伸变形

1.轴向拉伸或压缩变形

这种变形是由一对大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的外力P所引起的。在这种外力作用下，杆的长度将伸长（图2-3）或缩短（图2-4）。当荷载P不作用于形心处时，杆件将产生弯曲。

设杆件的原长为l_0，横向宽度为b，当杆件受拉力P的作用后，长度伸长至l，于是杆件的轴向伸长量为：

$$\Delta l=l-l_0$$

若杆件的材料为低碳钢，在杆件的变形呈弹性性态时，则杆件的单位长度伸长量（应变）与作用于杆件单位面积上的力（应力）成正比，按虎克定律则它的表达式为：

$$\frac{\Delta l}{l_0}\propto\frac{P}{A}$$

若上式的比例常数为E，则得：

$$\Delta l=\frac{Pl_0}{EA}$$

因这一表达式符合虎克定律，常数E称为弹性模数或弹性模量。它随材料和温度的不同而异。

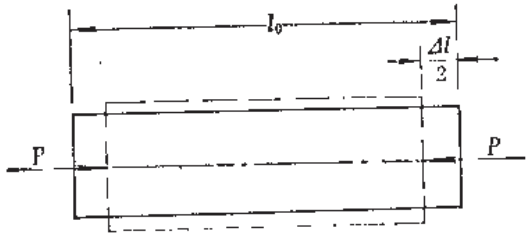


图 2-4 压缩变形

根据上述“应力”、“应变”的物理意义，可以得到应力与应变的关系式：

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E}\quad\text{或}\quad\sigma=E\varepsilon \tag{2-1}$$

式（2-1）的物理意义是：当杆件受拉伸，应力不超过某一限度时，正应力与轴向应变成正比例关系。由于单位长度的伸长量(应变)是一个无量纲的量，弹性模数的单位与正应力

泊松比的单位，与轴向线应变单位相同，是一个无量纲的量。

以上只是叙述关于杆件受轴向拉伸荷载时产生轴向伸长和横向收缩（宽度减小）的变化。当杆件受轴向压缩荷载时，也将产生轴向、横向线应变，但变形的形式与受拉伸时相反，即轴向缩短，Δl为负值，横向增大，Δb为正值。对于汽水管道常用的钢材，受拉伸与受压缩时的弹性模数或泊松比是相同的，在应力分析和计算中，分别可取用相同的数值。

2.弯曲变形

当杆件承受与它的纵向轴线垂直的荷载或纵向轴线平面内的力偶作用时，杆的纵向轴线由原来的直线变成了弧线，受弯的杆件如图2-5a所示。

如断面形状为矩形的梁，当外力作用于它的对称平面XY内，梁的纯弯曲变形也将发生在这平面内，其结果如图2-5b所示，梁两相邻断面mn、pq相对地绕垂直XY平面的轴线旋转，仍保持为平面且垂直于纵向纤维，梁的底部的纵向纤维受拉伸面增长，顶面受压缩面缩短。梁的纯弯曲变形是连续的，按这一性态，在梁的底部、顶面间有一中性层（中性面）O_1O_2，其纵向纤维的长度无变化，中性层与断面的交线称为中性轴，如图2-5c所示的Z轴。

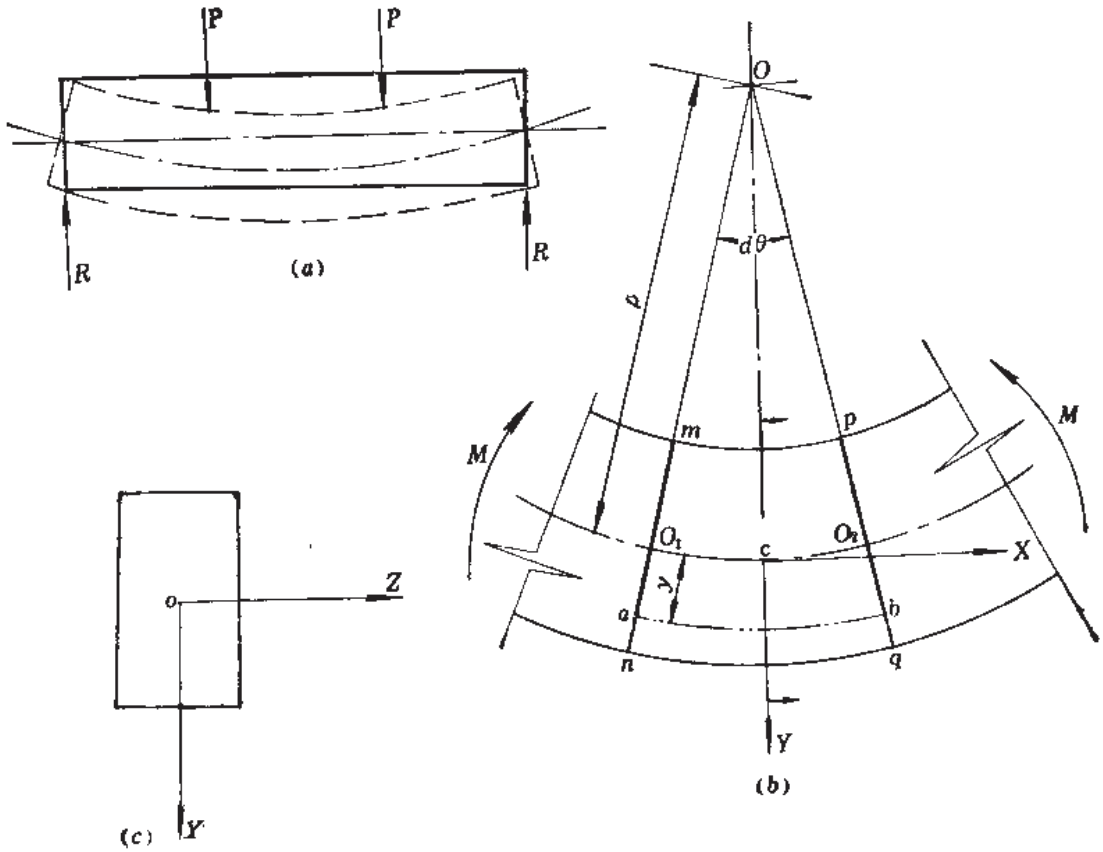


图 2-5　弯曲变形

在图2-5b中，设mn、pq的延长线交于O点，夹角为$d\theta$。设中性纤维O_1O_2的曲率半径为ρ，则距中性纤维y处的ab纤维，变形前原长为：

$$\overline{ab}=\overline{O_1O_2}=\widehat{O_1O_2}=\rho d\theta$$

$$\sigma_{max}=\pm\frac{M}{W} \qquad (2-5)$$

式中 W——断面抗弯矩。

以上分析的梁的正应力是在纯弯曲，断面上无剪力作用时的情况。若断面上有剪力作用时，则产生断面翘曲变形，这样，弯曲之前的平面在弯曲之后就不能保持为平面，使梁的性态复杂化。但按精确的分析表明，根据式（2-4）计算的正应力，在剪力作用下和出现翘曲时也没有多大影响，甚至在非均匀弯曲时，用纯弯曲理论计算正应力仍是合理的。为此，在进行管道应力分析和计算弯曲变形时，均采用纯弯曲理论。

由弯曲变形产生的拉应力和压应力，是按法向作用在断面上，故也称为法向应力。

3.剪切变形

这种变形是杆件受到一对大小相等、方向相反、作用线相距很近的外力作用时所产生的。它的特征是在上述外力作用下杆的两个外力作用线间的各断面将沿力的作用方向（垂直于杆件轴线的方向）发生相对错动。发生相对错动的断面称为受剪面。

受剪面上的总剪力Q除以受剪面积即得剪应力的平均值，即

$$\tau_p=\frac{Q}{A} \qquad (2-6)$$

由于剪应力总是与受剪面相切，因此又称为切向应力。切向应力与法向应力之间的主要区别则在于它们方向上的不同。剪应力有两个特征，一是单元体上的剪应力总是存在于两个相互垂直的平面上；二是该两垂直平面上的剪应力总是大小相等而方向相反。

如图2-7a所示的一个六面体单元，假设这六面体单元没有法向作用力，仅承受沿顶面分布的剪应力τ，为了使单元体在水平方向处于平衡，在单元体底面上必须还作用有大小相等而方向相反的剪应力。另外，单元顶面和底而上的剪应力会产生力矩，这个力矩必须由作用于单元两竖直面上剪应力的力矩来平衡，这些竖向剪应力也必须等于τ。

纯剪切时六面体单元的正面$abcd$的变形如图2-7b所示，由剪应力的作用面产生剪切应变γ，它等于该单元顶边对于底边水平滑动量除以单元高度。当材料具有线性弹性性态时，则剪应力与剪切应变成正比，可得剪切虎克定律方程：

$$\tau=G\gamma \qquad (2-7)$$

式中 G——材料的剪切弹性模数。

剪切弹性模数表示材料在线性弹性性态时抵抗剪切变形的能力，它的单位也是单位面积上的力。

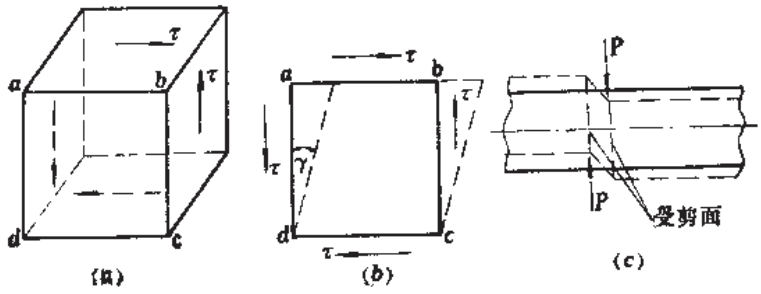


图 2-7 剪切变形

4.扭转变形

杆件在受到一对大小相等、转向相反、作用面垂直于杆件轴线的力偶作用时，使杆件的任意的两个断面绕杆件轴线作相对的转动，即产生扭转变形。按这种方式受力的杆称为处于纯扭状态下，如图2-8所示。扭转杆的力偶称为扭矩。

试验结果表明，在纯扭状态下，杆件的断面在受扭矩作用而产生扭转变形后仍保持为平面，断面上的径向线（半径）始终为直线不发生歪曲，对圆杆的断面如同刚体一样绕纵轴旋转，断面仍保持为圆形。根据以上的假设以及各平面之间的距离不变的现象，说明杆无轴向的变形（伸长或缩短），在断面上无正应力，断面的形状和大小不变，仅是绕杆轴线转过一角度，所以断面上只有剪应力。

现将杆的左端固定，右端对应左端旋转一个φ角。截取杆件dx一段单元，表面的矩形单元，变成菱形（如图 2-8 所示），该单元由于杆件断面只有剪应力而处于纯剪状态，剪切应变γ的大小等于：

$$\gamma=\frac{bb'}{ab}$$

由图2-8b可见，bb'为半径r张角$d\varphi$的微小圆弧长度，$bb'=rd\varphi$，则上式可改写成：

$$\gamma=\frac{rd\varphi}{dx}$$

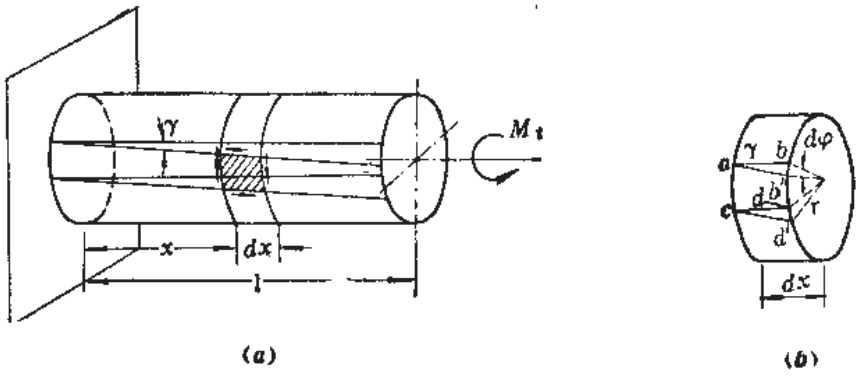


图 2-8 扭转变形

M_t—扭矩

当纯剪状态时，$\frac{d\varphi}{dx}$为杆单位长度上的扭转角，沿杆的长度为一常数$\theta=\frac{\varphi}{l}$。由此可得：

$$\gamma=\frac{r\varphi}{l}=r\theta$$

当扭转变形呈线性弹性性态时，剪切应力与剪切应变成正比。距圆心为ρ的任一点处的剪应力：$\tau=G\rho\theta$。这表明：剪切应变量随至圆心的径向距离面呈直线变化，它们最大值位于外表面，其应力分布按三角形沿断面分布。剪应力与剪切应变也服从剪切虎克定律，即公式（2-7）。

剪切弹性模数G与弹性模数E和泊松比ν有以下的关系：

$$G=\frac{E}{2(1+\nu)} \qquad (2\text{-}8)$$

取常用管道钢材在弹性性态下的泊松比 $\nu=0.3$，则剪切弹性模数与弹性模数的关系为：

$$G=\frac{E}{2.6} \tag{2-9}$$

当圆杆扭转时，一个断面相对于另一个断面转过的扭转角度 φ，由试验得出扭转角 φ 的大小，与扭矩 M_t 及两个断面间的距离 l 成正比，而与杆件的剪切弹性模数及断面极惯矩成反比，即

$$\varphi=\frac{M_t l}{GJ_p} \tag{2-10}$$

式中 G——材料的剪切弹性模数；

J_p——杆断面的极惯性矩；

GJ_p——断面的抗扭刚度，表示杆的抵抗扭转变形的能力，此值越大，杆件的变形越小；

M_t——扭矩；

l——杆的长度或两断面间的距离。

对于单位长度扭转角：

$$\theta=\frac{\varphi}{l}=\frac{M_t}{GJ_p} \tag{2-11}$$

剪切应变：

$$\gamma=r\theta=\frac{rM_t}{GJ_p} \tag{2-12}$$

代入式（2-7）得实心圆形杆件受扭矩作用时最大剪应力的表达式：

$$\tau_{max}=G\gamma=\frac{rM_t}{J_p} \tag{2-13}$$

此式表明：最大剪应力与作用的扭矩成正比，而与它的断面极惯性矩成反比。断面上距圆心为 ρ 的任一点处剪应力为：

$$\tau=\frac{\rho M_t}{J_p} \tag{2-14}$$

对于管子，即相当于空心圆杆，其断面为环形断面，受扭矩作用时的分析可建立在与实心圆杆相同的假设上，以上所推导出的式（2-14）剪应力以及剪切应变的表达式仍然可用。只是径向距离 ρ 的范围限于管子的内、外半径 r_n、r_w 之间。断面的极惯性矩按下式计算：

$$J_p=\frac{\pi}{32}(D_w^4-D_n^4) \tag{2-15}$$

式中 D_w——管子外径；

D_n——管子内径。

另外，管子断面惯性矩表达式为：

$$J=\frac{\pi}{64}(D_w^4-D_n^4) \tag{2-16}$$

与式（2-15）相比，得管子的断面极惯性矩是断面惯性矩的两倍，即

$$J_p = 2J \qquad (2\text{-}17)$$

二、强度指标与塑性指标

钢材的强度特征和变形特征是用一定的强度指标与塑性指标来衡量的，这两类指标都是表示钢材力学性能（机械性能）的物理量，它们都可以通过钢材的拉伸试验来得到。

低碳钢常温的拉伸试验是一个典型的应力-应变拉伸图，如图2-9，它可以说明材料的一些特性点。

在拉伸试验加载的最初阶段，随着荷载增加，应力增大，应变增长缓慢，在图2-9a中，曲线op段内，应变与应力成正比，其图形为线性的，即材料服从虎克定律。p点以后，应变与应力的线性关系不再存在。因此，p点的应力称为比例极限。对于低碳钢，此极限通常在21～25公斤力/毫米^2，但对于高强度钢，它可以大很多。在比例极限以后，当荷载达到材料弹性范围的上限荷载值时，即达到弹性极限，曲线上的e点。钢材的比例极限同它的弹性极限几乎是一致的。当荷载继续增加时，应变的增大比应力增大要快得多，直到s点，拉应力没有明显增加，却开始发生相当大的伸长（即塑性变形），这种现象称为材料的屈服，s点的应力，称为屈服极限或屈服点。在sa段内，材料是塑性的，试样实际上是塑性地伸长，此伸长量大约等于比例极限对所产生伸长量的10～15倍。a点处材料开始应变硬化，对于荷载增加呈现附加抗力。于是，随着伸长量增加，应力增大，而在b点达到其最大值，该应力称为强度极限或抗拉强度。超过此点以后，试样继续伸长，而应力却随着减少，最后于图上c点处试样发生断裂，断裂时的应力称为断裂强度。如果考虑到试样断裂前由于迅速伸长面发生断面缩小的情况，则应力-应变关系如图2-9a中虚线所示，断裂时的应力为c'点。

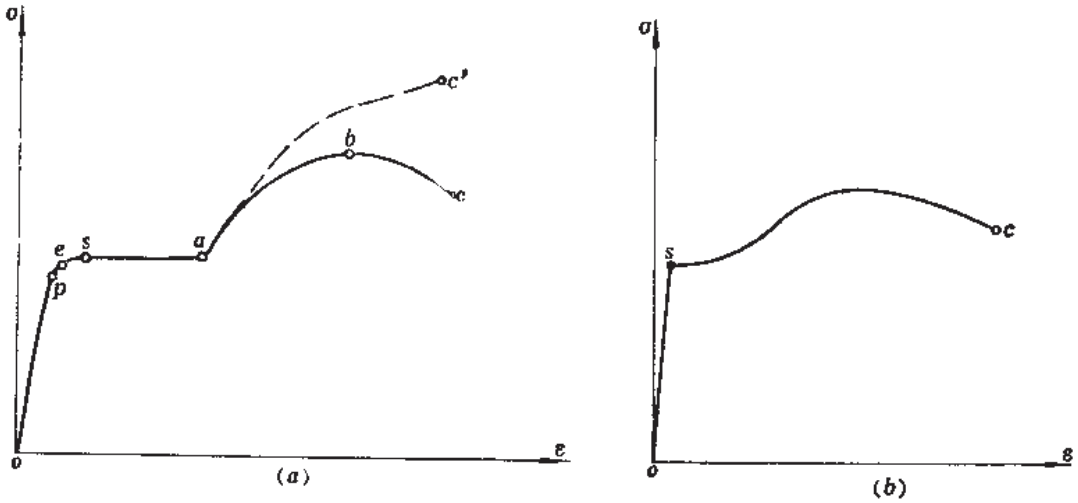


图 2-9　低碳钢拉伸试验典型应力-应变图
(a)示意图(未按比例)；(b)按比例图

图2-9a中所绘的图形，表示低碳钢的应力-应变曲线的一般特征，未按比例绘制。实际上sa段的应变比os段应变大10～15倍，从a至c的应变还要远大于从s至a的应变，倘若按比例绘制的图形示于图2-9b，该图从o点至s点的应变与从s点至c点的应变相比，前者将小

到看不出来，图中近乎为一竖直线。

如上所述，从钢材拉伸试验中，可以得到说明钢材性能的强度指标有比例极限、弹性极限、屈服极限、抗拉强度等；同时，还可以得到塑性指标——延伸率和断面收缩率，现分别叙述如下：

1.比例极限和弹性极限

在应力-应变图中op段，应变与应力成正比，与p点相对应的应力值称为比例极限。

当e点的荷载达到材料弹性范围的上限值时，与e点相对应的应力值称为弹性极限，用下式表示：

$$\sigma_e=\frac{P_e}{A} \qquad (2\text{-}18)$$

式中 σ_e——弹性极限（公斤力/毫米^2）；

P_e——材料弹性范围的上限荷载值（公斤力）；

A——试样横断面积（毫米^2）。

弹性极限稍高于比例极限。它可以理解为塑性变形刚要出现而尚未出现的应力值。但是，要精确测定弹性极限比较困难，通常认为塑性变形达到预定数值（例如0.001～0.005%）时的应力作为弹性极限。常用钢材的弹性极限由于与比例极限几乎是一致的，所以在工程上一般就取用比例极限。

2.屈服极限

材料的拉伸试验应力超过弹性极限以后，即开始发生塑性变形，亦即出现屈服现象。对于低碳钢的拉伸试验，当超过弹性极限以后，在应力-应变图上往往会出现有锯齿状涨落台阶的弹塑性变形，如图2-10所示，曲线上e-s_h-s_e段，材料发生塑性变形，首先出现的s_h点，称为上屈服点，然后出现的s_e点，称为下屈服点。上屈服点在工程上的意义不大，而下屈服点才为工程上所应用，一般称为屈服极限，它是工程设计上主要的强度指标之一，可用下式表示：

$$\sigma_s=\frac{P_s}{A} \qquad (2\text{-}19)$$

式中 σ_s——屈服极限（公斤力/毫米^2）；

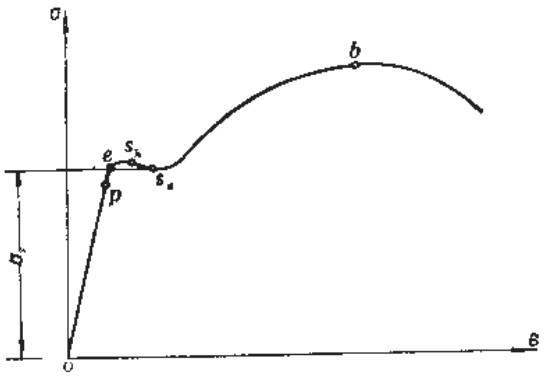


图 2-10 低碳钢应力-应变曲线

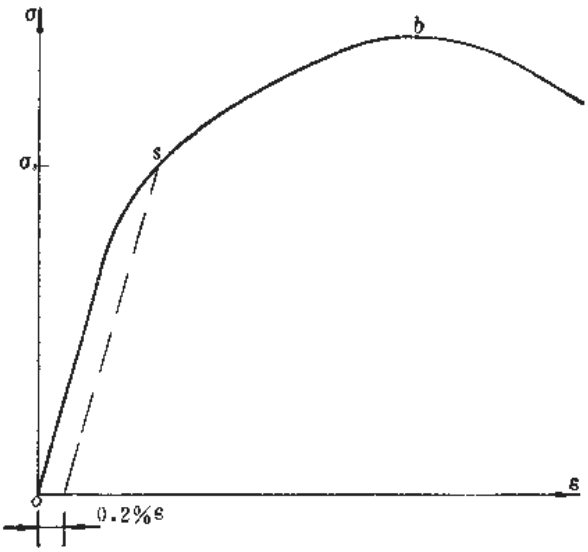


图 2-11 低合金钢应力-应变曲线

P_s——材料下屈服点的荷载值（公斤力）；

A——试样横断面积（毫米^2）。

低合金钢在拉伸试验时，通常不出现明显的屈服台阶，如图2-11所示。因此，难以准确地确定其屈服极限．在工程上往往采用0.2%残余变形的应力值作为屈服极限，即条件屈服极限，用$\sigma_{s(0.2\%)}$表示。

3.抗拉强度

在拉伸应力-应变曲线上的最大应力点，即钢材抵抗拉力破坏作用的最大能力，称为抗拉强度（或称强度极限）。它可用下式表示：

$$\sigma_b=\frac{P_b}{A} \qquad (2\text{-}20)$$

式中 σ_b——抗拉强度(公斤力/毫米^2)；

P_b——材料所能承受的最大荷载值（公斤力）；

A——试样横断面积（毫米^2）。

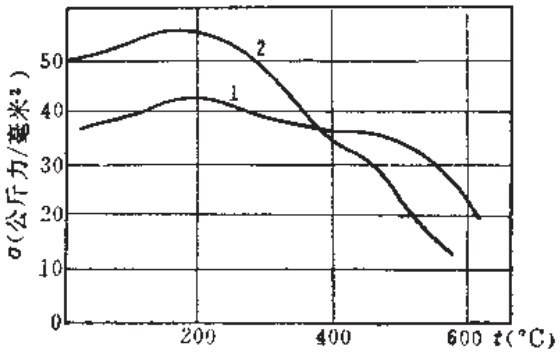


图 2-12 钢材抗拉强度与温度的关系

1—正火；2—正火加回火

抗拉强度与材料的硬度一般成正比关系。抗拉强度是工程设计上采用最早的主要强度指标。

屈服极限与抗拉强度的比值，称为屈强比。在某种意义上说，它表征材料的变形能力。

在高温下的拉伸试验，由于应变老化，将影响到应变。当温度高于300℃，抗拉强度降低，应变也降低。高温抗拉强度对热处理条件尤为敏感，如图2-12，在400℃以上时抗拉强度会明显降低。

4.延伸率

延伸率是表明钢材在发生破坏时，产生了百分之几的塑性变形量，是衡量钢材拉伸试验时的塑性的一个指标。它是指试样在拉断时的伸长值与试样原始长度之比值的百分率，用“δ”表示，计算公式如下：

$$\delta=\frac{l_1-l}{l}\times 100\% \qquad (2\text{-}21)$$

式中 δ——延伸率（%）；

l——试样原始长度（毫米）；

l_1——试样断裂时的长度（毫米）。

试样的原始长度，一般选择为5倍或10倍试样直径。因此，以δ_5和δ_{10}分别代表标距（或计算长度）为5倍或10倍直径时的延伸率。对于一定直径的试样，它的标距长度越大．延伸率越小。因此，同样试样的δ_{10}值低于δ_5值，在进行同一试样的延伸率比较时，应首先注意它们的标距倍数是否相同。

5.断面收缩率

断面收缩率是表明钢材在缩颈处应力状态下所能产生的最大塑性变形量，是衡量材料

塑性的另一个指标。它是指试样在拉断后横断面积的缩小值与原始横断面面积比值的百分率，用“ψ”表示，计算公式如下：

$$\psi=\frac{A-A_j}{A}\times 100\% \qquad (2\text{-}22)$$

式中 ψ——断面收缩率（%）；

A——试样的原始横断面面积（毫米^2）；

A_j——试样拉断处的最小横断面面积（毫米^2）。

材料的延伸率和断面收缩率的数值越大，则塑性越好。较高的塑性能抵抗应力集中的影响，但并不引用于强度计算中。它们不仅是评定材料的塑性指标，而且可用来判断钢材的质量。如果钢材中有缺陷（非金属夹杂物、偏析、组织不均匀等）时，延伸率和断面收缩率减小。尤其是断面收缩率，对于钢材质量所引起的塑性降低比延伸率反应敏感。如大锻件表面和内部取样，有时延伸率相差不大，而断面收缩率相差很大。断面收缩率是衡量钢材塑性的一个比较真实稳定的指标。

此外，钢的冷弯性能表示钢材在困难的塑性变形对裂纹扩展的抗力。拉伸试样的应力状态与冷弯试样弯曲时的应力状态不同。钢材的塑性越大，其冷弯性能越好。冷弯性能一般与钢材的延伸率、断面收缩率二者数值之和有正比的关系。可按此来判别钢材的冷弯性能。

6.冲击值

冲击值是衡量钢材的韧性，确定钢材是否产生脆性破坏的一个指标，以单位面积上吸收冲击破坏的功表示，符号为a_K，单位为公斤力·米/厘米^2。目前应用最普遍的是一次摆锤弯曲冲击试验。采用一定形状和尺寸的标准试样，在摆锤式冲击试验机上进行试验，冲断试样后，可从试样机的刻度盘上直接读出冲击功。

冲击功除以试样缺口横断面积所得的商值即为试样的冲击值，计算公式如下：

$$a_K=\frac{A_K}{A}$$

式中 a_K——冲击值（公斤力·米/厘米^2）；

A_K——摆锤冲断试样时所作的功（公斤力·米）；

A——试样槽口处的横断面积（厘米^2）。

试样的尺寸、形状不同，所得的冲击值也不一样。我国采用梅氏试样。

由于冲击试样是在受到摆锤突然冲击时发生断裂的，所以试样的断裂过程是一个裂纹发生和发展的过程。如果在裂纹发展过程中，塑性变形能发生在裂纹发生前面，则裂纹的发展可被制止。为使裂纹能够继续发展下去，就需再消耗能量。因此，塑性变形发生快的钢，其冲击值就较高，抵抗冲击荷载的能力就较强。

但是，静荷载试验所得的塑性指标（延伸率、断面收缩率）较高的钢材，冲击值不一定都高，即不一定有高的韧性；但冲击较高的钢材，即韧性好的钢材，塑性指标都高。这点可根据上述断裂机理作这样的理解：韧性是金属材料受到外加动荷载突然袭击时的一种及时和迅速塑性变形的能力，在静荷载下能够缓慢塑性变形的材料，在动荷载下不一定能

迅速塑性变形。

冲击值虽不引用于强度计算中，但具有足够韧性的管材，能使管道承受较高的冲击荷载，减少因突然的冲击荷载而产生脆断事故。所以，用来制造汽水管道和受压容器的钢材，都需要进行冲击韧性试验，以测定材料抵抗冲击荷载的能力，作为选择和鉴定材料的依据。同时，这种一次摆锤弯曲冲击试验，在检验材料内部结构的变化和脆性破坏情况，鉴定工艺规范的正确性等方面虽然比较粗略，但它具有比其他试验方法简便和成熟的优点。所以，目前仍然得到了广泛的应用，如判断钢材、焊缝内部缺陷存在情况。当钢材焊缝内部存在夹渣、疏松、气孔、裂纹等，冲击值会明显下降，特别是横向试样。对于已发生破坏事故的设备部件，可以从冲击值来判断破坏的形式及产生的条件。

三、蠕变与应力松弛

以上讨论的钢材基本特性，是在常温下的特性。在温度不高的情况下，钢材的非弹性应变发生在应力超过屈服极限以后。而在高温情况下，即使不大的应力，随着时间增长，也可能发生非弹性应变，例如蠕变这种非弹性应变，在高温下就进行得特别显著，成了支配管道强度和运行性能的一个主要因素。同时，钢材在高温情况下，随着时间的推延，还可能发生应力松弛的现象。蠕变与应力松弛都是钢材在高温和应力作用下的重要特征，它们对管道安全运行有着重要的影响。

1.蠕变

蠕变是在一定的温度和应力不变的条件下，随着时间的增长而缓慢地、不断地产生非弹性变形的现象。蠕变量的大小和蠕变速度的高低，与钢材的工作温度和应力水平有密切关系。

在管道应力分析中，根据蠕变是否显著，将管道按工作温度分为蠕变温度下的管道和非蠕变温度下的管道。一般把380℃及以上的碳钢管道和420℃及以上的低合金钢和高铬钢管道，称为蠕变温度下的管道。当温度超过550℃时，钢材的蠕变就进行得特别显著。

目前，钢材的蠕变试验都是指在一定的温度和荷载下，用单向拉伸试验以测定它的基本蠕变特性，如图2-13所示。

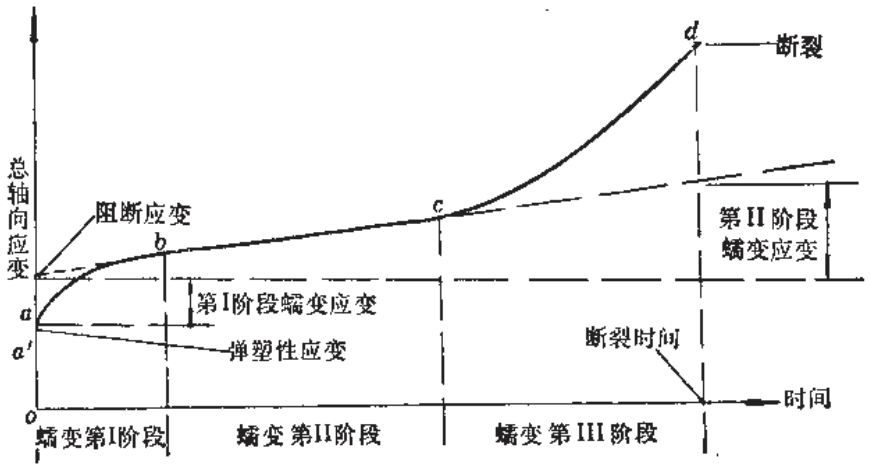


图 2-13 基本蠕变特性

图中oa'为加上荷载后所产生的弹性应变，如果应力超过钢材在该温度下的弹性极限，即瞬时之变形由弹性应变oa'和塑性应变$a'a$组成，称为弹塑性应变，此变形还不标志蠕变变形现象之发生，而仅是由于外加荷载所引起的一般变形过程，与时间无关。蠕变一般可分为三个阶段：

蠕变第Ⅰ阶段（ab段），称为蠕变的不稳定阶段（或称为减速蠕变阶段）。这一阶段开始时蠕变速度很大，但是随着时间的推延，钢材以逐渐减慢的蠕变速度积累非弹性变形。就整个蠕变过程来说，这一阶段所占的时间不长，随温度和应力的不同而不同，可能是几小时或是几个月。

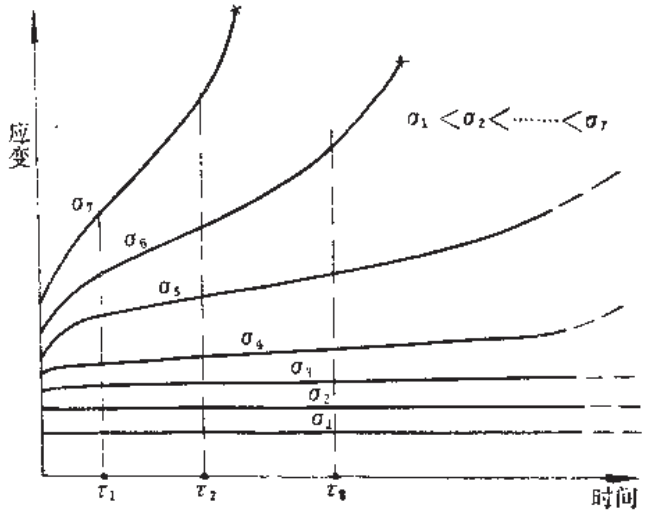


图 2-14　在一定温度下应力对蠕变的影响

蠕变第Ⅱ阶段（bc段），称为蠕变的稳定阶段（或称为等速蠕变阶段）。在这一阶段，钢材以恒定的蠕变速度积累非弹性变形。此段蠕变曲线倾斜角的正切即为蠕变速度。这一阶段是最小蠕变速度的阶段，进行的时间较长。其应变同应力之间成幂函数关系。

蠕变第Ⅲ阶段（cd段），称为蠕变的最后阶段（或称为加速蠕变阶段），在此阶段中，蠕变加速进行，直至d点发生断裂为止。

不同金属和合金在不同的温度或应力条件下，蠕变曲线不同，但它们具有共同特征，即一般都具有上述蠕变三个阶段，仅各阶段的持续时间不同。在一定温度下，不同应力下的蠕变曲线示于图2-14。

由图2-14可以看出，当应力较低时，蠕变第Ⅱ阶段（等速蠕变）持续很长，甚至蠕变第Ⅲ阶段可能不发生。反之，当应力较大，在蠕变第Ⅱ阶段持续时间就很短，试样在很短时间就断裂。

对于塑性材料，在蠕变第Ⅱ阶段中可以有很高的应变，加上在蠕变第Ⅲ阶段中曲线明显地向上翘，因而在破坏前伸长可以达到50%或更多。

对于脆性材料，通常很少出现蠕变第Ⅲ阶段，因而在破坏前伸长仅2～3%或更少。

在静力荷载作用下，静态蠕变应变速度与应力之间成幂函数关系，即

$$\varepsilon_c = A\sigma^n\tau^m \qquad (2\text{-}23)$$

式中　ε_c——蠕变应变；

σ——应力；

A——常数，与试验温度和材料有关；

τ——时间；

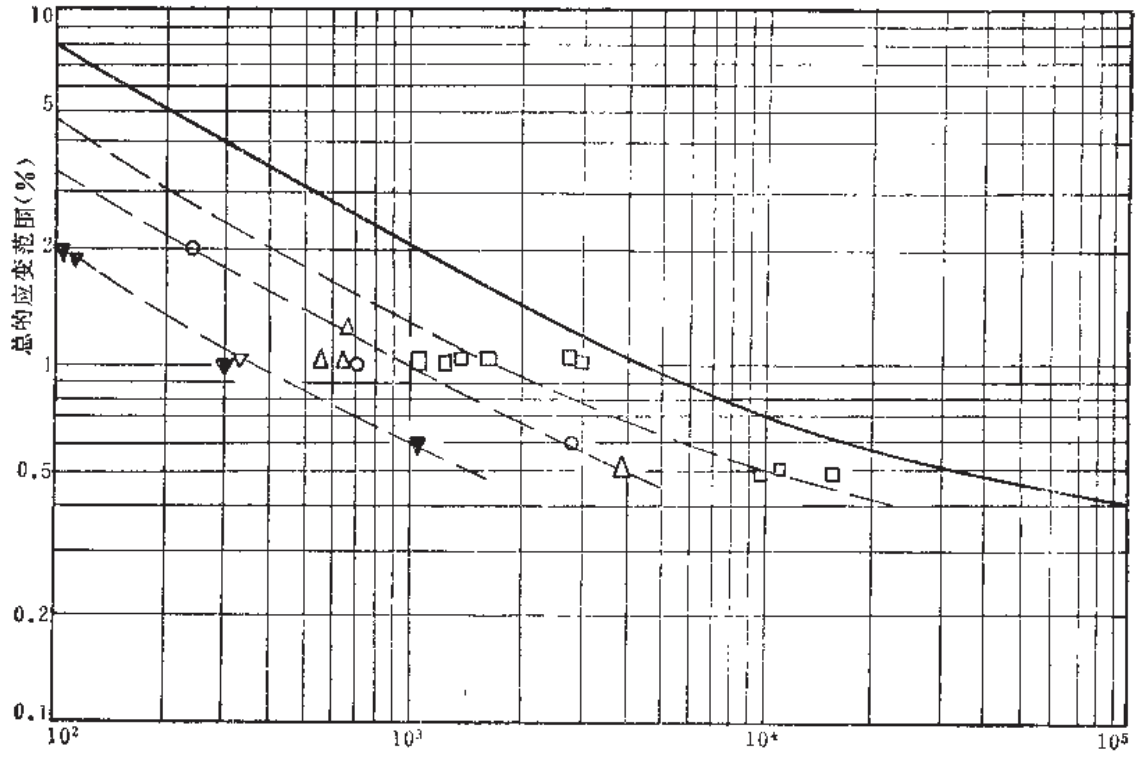


图 2-16　SS304不锈钢在538°C拉伸保持时间对疲劳寿命的影响

593°C，　$\dot{\varepsilon} = 4\times10^{-3}$秒$^{-1}$

拉伸保持时间：

□—1分钟；△—10分钟；○—15分钟；▽—60分钟；▼—60分钟，$\dot{\varepsilon} = 4\times10^{-5}$秒$^{-1}$。

图中实线表示保持时间为零的数值

2.应力松弛

应力松弛（简称为松弛）是钢材在高温和应力状态下工作的另一个重要特性。它是指总变形量不变的条件下，随着时间的推延，应力逐渐降低的现象。在松弛过程中弹性变形不断减少并转变为非弹性变形，由于弹性变形值不断地减少，应力也相应地不断下降，但总的变形量维持不变。

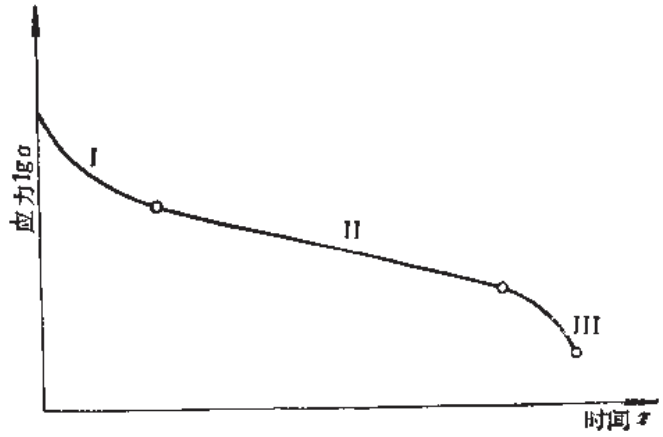


图 2-17　松弛曲线

应力随时间的变化可用松弛曲线表达。在半对数应力-时间（$\lg\sigma-\tau$）座标中的典型曲线如图2-17所示，由三部分组成：

第I阶段——应力急剧下降，应力下降的速度由大变小；

第II阶段——应力缓慢下降，在半对数应力-时间座

标中近似为一条直线；

第III阶段——应力急剧下降，应力下降的速度由小变大。

第III阶段仅出现在较高温度条件下松弛一定程度后分解出新相的情况，如奥氏体钢分解出σ相或X相。一般汽水管道所用的钢材仅考虑松弛第I、第II阶段。

松弛曲线可用来初步评定钢材抗松弛的稳定程度。

从应力和变形的变化情况看，蠕变与松弛都是高温和应力同时作用下不断产生非弹性变形的现象，本质是相同的。可以说，松弛是应力不断变小下产生非弹性变形的一种蠕变现象。二者的区别在于蠕变是应力基本不变；松弛则是应力不断地变小。这种区别是外界条件决定的。因此，影响松弛的因素与蠕变情况略同，而松弛速度与温度高低和应力的大小有关。温度越高，应力松弛越快。应力降低到某一程度后，松弛趋于稳定，即达到松弛极限。

管系的特点是端点受约束，端点间距离不变，当加热时产生的应变大小，取决于由于温度而产生的轴向热伸长和管道的柔性。如图2-18a所示，如果最大应力超过屈服极限，则按弹性理论的应变ε_0计算的应力σ_0是名义应力，而实际应力为σ_A，它与材料的特性曲线有关。名义应力虽然超过屈服极限，但内应变在一定范围内还能吸收热伸长，而不致造成破坏，并且随着时间的推延，热胀应力会逐渐松弛。所以，管道的轴向应变可以认为是一定变形引起的受力状态，在运行过程中，由于其中的弹性应变转化为非弹性应变，应力也相应降低，应力松弛曲线如图2-18b，以后的加热和冷却的交变过程见图2-18a，最后达到图中DE线的位置。图2-19表示在一定温度下，随着初应力的不同，应力松弛与时间的关系曲线。应力越大，应力松弛越快。

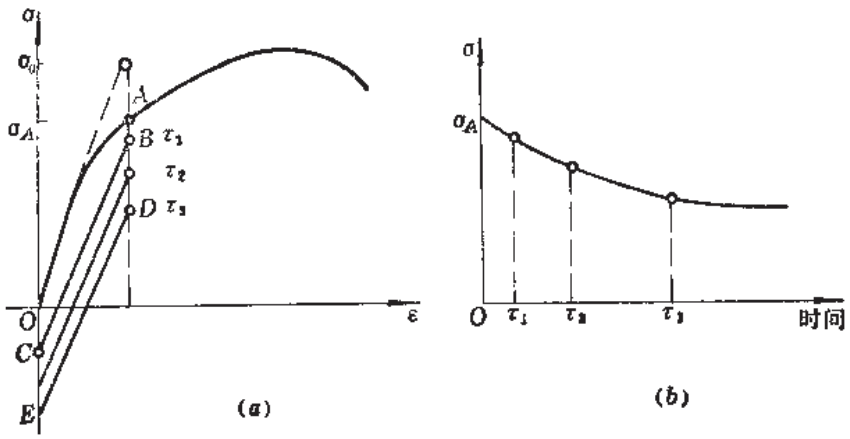


图 2-18　应力松弛

松弛极限可以初步评定钢材的抗松弛稳定程度。但是，松弛极限一般难有准确的预计值。因此，设计标准中往往根据实验结果来假定，并留有一定的裕度。

四、蠕变极限与持久强度

钢材的机械性能主要取决于它的化学成分和组织结构。钢材在高温下长期使用，它的组织结构将会发生变化，并且直接影响机械性能。

外推法还忽略材料长期运行的金相变化。

由于持久强度试验值的分散带较大，作为强度指标一般采用平均值，但分散带的宽度不得超过±20%。

持久强度试验不但能反映材料在高温下长期工作时的蠕变断裂抗力，而且通过测量试样在断裂后的残留伸长和断面收缩，也能反映钢材的持久塑性。由于蠕变试验一般仅是测定蠕变第II阶段的蠕变变形速度或蠕变的总变形量，而不能反映材料在高温蠕变断裂时的强度和塑性，所以许多材料在短时试验时塑性可能很高，但经高温和长时间的运行，材料的塑性有显著下降的趋势，就会出现蠕变断裂现象，这种情况只有持久强度才能很好地反映出来。因此，评定某种材料的高温强度性能，既要有蠕变试验，也要有持久强度试验。

高温管道失效的主要形式是破坏，只要管道材料具有足够的持久塑性，防止管道在高温工作期间发生脆断即可。管道的元件控制其蠕变变形在一定的程度而并不影响管道的工作。此时，持久强度更能反映管道失效的特点。所以，高温管道强度计算一般多采用持久强度作为确定高温基本许用应力的指标。

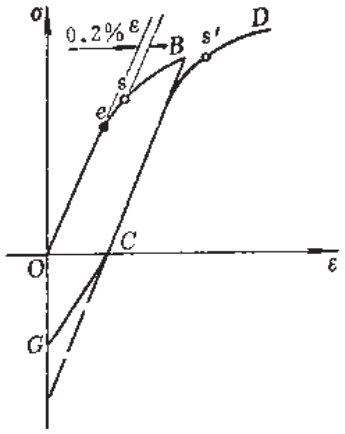


图 2-22　应变硬化与鲍辛格效应

另外，对于常用的管材，在目前机组的运行参数下，以持久强度平均值为基准，安全系数取用1.5确定的基本许用应力往往小于该温度下变形量为1%的蠕变应力极限。所以，设计中一般都取用持久强度作为高温管道的强度指标，只有在要求可靠性更高的条件下才有必要再取用蠕变极限的指标。美国标准至今仍取用1000小时，变形0.01%的蠕变极限和持久强度两者来考虑高温管道的强度。

应该指出，蠕变极限在高温金属监察方面仍然是一个重要指标。在运行中，为了防止高温管道发生破坏事故，对管道定期进行蠕变总变形的测量，以防止管道产生过度变形，并估计管道发生脆性破坏的危险程度，仍然是行之有效的措施。

五．应变硬化与应变软化

1.应变硬化

如图2-22，若OBD为经退火钢材的应力-应变特性曲线。Oe是弹性线，s点是0.2%残余变形的条件屈服极限。当拉伸塑性应变继续增长至B点，卸载后至C点，再次加拉伸荷载时，钢材的应力-应变就沿着$Cs'D$线，在s'点的0.2%残余变形应力显然比原来未产生塑性变形时的屈服极限s点高，同时比例极限、弹性极限也有提高。这种对金属材料外加应力值超过屈服极限产生塑性变形，然后卸去外加应力而引起材料的比例极限、弹性极限和屈服极限提高的现象，称为应变硬化。经应变硬化的金属材料断裂后的塑性变形和韧性均减少，很大程度上损失了它承受塑性变形的能力。一般说来，当钢材的屈强比$\left(\frac{\sigma_s}{\sigma_b}\right)$不大于0.72时，将产生应变硬化。

钢材是多晶体结构，它的应变硬化机理一般认为是在材料产生塑性变形时，晶粒在切应力作用下，一部分相对于另一部分发生滑移，产生一定量滑移以后，只要切应力减小，滑移就停止。为了使晶粒继续发生塑性变形，必须加大外力，使原滑移面上的切应力提高，而形成新的滑移面进行滑移，即材料再次出现塑性变形。

应变硬化现象在低温时特别明显，随着温度的增加，应变硬化现象便逐渐减弱，在高温作用下，所得的应变硬化性质完全消失。

工业上常根据钢材有应变硬化的这个特性，将塑性变形后的材料采用低温回火以消除内应力、稳定组织、稳定尺寸；适当保留应变硬化效果，并减少应力腐蚀倾向；采用再结晶退火消除应变硬化，提高塑性。

2.应变软化

当钢材产生塑性变形后，再次加载的屈服强度要比初次静拉伸的屈服强度低，称为应变软化，或称交变软化。一般说来，当钢材的屈强比$\frac{\sigma_s}{\sigma_b}\geqslant 0.82$，将产生交变软化。

3.鲍辛格（Bauschinger）效应

钢材受到拉伸荷载，当超过它的屈服极限以后，将产生一定量塑性变形，如果在此情况下再承受压缩荷载时，其压缩屈服强度将明显小于原来的屈服强度，这个现象称为鲍辛格效应。如图 2-22，当拉伸塑性应变达到B点，卸载时，即沿BC线（它平行于弹性线Oe）达到C点时，OC即为塑性应变。如果再加以压缩，其应力-应变曲线就沿着CG，偏离于BC弹性线的延长线，说明钢材在拉伸塑性应变之后，再受到压缩时，钢材已产生软化。

同样，若钢材受一个方向扭转达到屈服，并发生塑性变形，卸载后向相反方向扭转时，将在较小的应力值屈服。但是，预先产生了扭转过应变的材料，对于单向拉、压屈服应力并无影响。

应变硬化和鲍辛格效应，都是属于实际材料性能对自增强的影响。

第二节 强 度 理 论

以上讨论的应力与应变问题，均是一个方向的应力与应变。实际上，管道上任一点往往是处在两向或多向应力作用下的，但为满足一般工程的需要而进行的材料强度性能试验，只是在单向应力试验中得到的。因此，为了判断多向应力状态下的强度，实际应用中必须根据各方向应力对材料破坏（或失效）的影响，把多向应力的计算值转换成一个简单的量（通常称为“当量应力强度”，简称“应力强度”），以便与单向应力试验的结果相比较。应力强度通常应用强度理论来求解。强度理论就是材料在复杂应力作用下破坏或失效的理论。它是根据实验、实践和理论研究提出的材料破坏（或失效）条件的一些假说。这些理论都假定材料是均匀的和各向同性的。

通常应用的强度理论有：最大主应力强度理论、最大变形强度理论、最大剪应力强度理论和变形能强度理论。

一、最大主应力强度理论

这个强度理论假定材料的破坏，只取决于最大主应力，即假定受力横截面上绝对值最大的主应力是最危险的应力，并以此作为多向应力状态下的强度计算准则。它的强度条件表达式为：

$$\sigma_{max} \leqslant [\sigma]_j \tag{2-28}$$

式中 σ_{max}——最大主应力；

$[\sigma]_j$——基本许用应力。

这是一个最古老的强度理论，它曾在锅炉强度计算中应用比较广泛。

实验表明，这个强度理论，在某些应力状态（如二向应力状态）中，材料被拉断的情况与实验结果大致相符合。但是，最大拉应力不能决定塑性材料开始屈服的条件，也未反映塑性变形下的应力状态。

二、最大变形强度理论

这个强度理论假定最大变形是材料受力横截面上最危险的情况，并以此作为复杂应力状态下的强度准则。它的强度条件表达式为：

$$\varepsilon_{max} \leqslant [\varepsilon] \tag{2-29}$$

或

$$\sigma_{max} - \nu(\sigma_2 + \sigma_3) \leqslant [\sigma]_j$$

它的原理是材料的塑性流动在最大变形（拉长）成为均匀变形时才开始（这时材料在单纯拉伸下），或者在最小变形（压缩变形）成为均匀的相对收缩时才开始（这时材料在单纯压缩下）。

这个强度理论，通常在机器制造中经常得到应用，而在锅炉制造中应用较少。按照这个理论，材料在多向拉伸条件下应比单向拉伸时安全，但实验没有证明这一点。

三、最大剪应力强度理论

这个强度理论是假定材料的破坏或失效取决于最大剪应力。

按照这个理论，在复杂应力状态下的材料滑移是在最大剪应力成为最大均匀剪应力时开始的，最大均匀剪应力是在单向应力状态下达到屈服点时发生的，最大剪应力等于最大主应力与最小主应力之差的一半$\left[\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min})\right]$。因此，在计算强度时，$\tau_{max} \leqslant \frac{1}{2}[\sigma]_j$。按照最大剪应力强度理论决定的横截面之危险应力值正好是最大主应力与最小主应力之差。它的强度条件表达式为：

$$\sigma_{max} - \sigma_{min} \leqslant [\sigma]_j \tag{2-30}$$

对于塑性材料（包括承受内压力的管子），这个理论与实验结果能较好地相符合，它不但能说明材料的塑性流动，还能说明材料的剪断，计算出的应力强度有方向性，对于应力有正反方向变化的疲劳问题中，采用这个理论进行计算也最简单，因此，应用最广泛。但是，这个理论没有考虑中间主应力对材料破坏影响。

四、变形能强度理论

这个强度理论是假定材料的破坏或者失效取决于该材料单位体积变形所积成的位能

值，即取决于数值上等于位能的变形比功，亦即单位体积的变形能达到一个临界数值。

按照这个理论，材料的破坏或者失效，不单归于应力或者变形，而是应力与变形的综合。材料过渡到屈服状态，决定于三个主应力的差数的平方。它的强度条件表达式为：

如果 $$\sigma_1>\sigma_2>\sigma_3$$

则 $$(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_1-\sigma_3)^2\leqslant 2[\sigma]_j^2 \qquad (2\text{-}31)$$

这个理论的计算结果，与塑性材料的实际应力状态有良好的一致性。因此，它的应用也比较广泛。但是，对于承受内压力的圆筒形元件（包括管于），用这个理论计算出的应力值，比实验值偏高。此外，它没能表达应力强度的方向性。

综上所述，最大主应力强度理论和最大变形强度理论，是考虑断裂的强度理论；最大剪应力强度理论和变形能强度理论，是考虑塑性流动的强度理论。在管道设计中，通常采用最大剪应力强度理论或变形能强度理论。

对于承受内压的管子，根据变形能强度理论，并取管壁中三个主应力沿管子壁厚的平均值推导的公式为：

$$\sigma=\frac{1}{230}\cdot\frac{\beta+1}{\beta-1}P \qquad (2\text{-}32)$$

式中 σ——应力（公斤力/毫米^2）；

P——压力（公斤力/厘米^2）；

β——管于外径与内径之比，

$$\beta=\frac{D_w}{D_n} \qquad (2\text{-}33)$$

其中 D_w——管子外径（毫米）；

D_n——管子内径（毫米）。

根据最大剪应力强度理论，并取管壁三个主应力沿壁厚的平均值推导公式为

$$\sigma=\frac{1}{200}\cdot\frac{\beta+1}{\beta-1}P \qquad (2\text{-}34)$$

早在1965年，原一机部汽轮机锅炉研究所等单位曾进行了承受内压的管子持久强度试验。试验表明[40]，承受内压的钢管沿整个壁厚的应力皆达到屈服所对应的应力，介于式（2-32）和式（2-34）之间。而爆破试验表明，用单向拉伸所得的强度极限代入式(2-34)计算的爆破压力和实际爆破压力比较符合，不仅在常温时是如此，在高温蠕变条件下也是有效的。为了保证试样尺寸的准确性，以车制管子作试样，试样尺寸为ϕ31.2×2.6，ϕ36×2.5，ϕ38×2.5，ϕ38×3，ϕ38×3.5，ϕ38×4.5，即β=1.159～1.309。试验参数为580℃，290公斤力/毫米^2。试样材料为12Cr1MoV。试样用式（2-32）和（2-34）分别计算承受内压的管壁应力时，承受内压的管子应力与相同材质的圆试棒单向拉伸强度试验结果相比的偏差如表2-1。

上述比较表明，在β=1.159～1.309范围内，用最大剪应力强度理论推导的式(2-34)计算承受内压管子的应力是比较准确的。

在国外也曾进行类似的大量试验，许多文献载有承受内压管子持久强度试验和对应的圆试棒单向拉伸持久强度试验的结果。从一组$\beta>2$的试样看[23]，试样尺寸为24.587×

$$|\sigma_1-\sigma_2|=\sigma_s$$
$$|\sigma_2-\sigma_3|=\sigma_s$$
$$|\sigma_3-\sigma_1|=\sigma_s$$

上式中至少有一个等式成立，材料才开始塑性变形，否则材料处于弹性状态。若主应力的大小符合$\sigma_1>\sigma_2>\sigma_3$这个不等式，则最大剪应力等于$\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}$，其塑性条件的表达式为：

$$\sigma_1-\sigma_3=\sigma_s \qquad (2\text{-}35)$$

在平面应力状态下，利用应力的分量，可以得到下列关系式：

$$\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+4\tau_{xy}^2}=\sigma_s$$

2.米塞斯塑性条件

这个塑性条件，是基于变形能强度理论引出的。它认为，当应力达到一定数值时，材料开始进入塑性状态。其表达式为：$\sigma_i=\sigma_s$

也可以写成
$$(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2=2\sigma_s^2 \qquad (2\text{-}36)$$

或
$$(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+6(\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2)=2\sigma_s^2 \qquad (2\text{-}37)$$

上式中σ_s是一个常数。

上述两个塑性条件有一个共同的特征，常数σ_s可由单向拉伸试验来确定。在单向拉伸情况下，$\sigma_1\neq 0$，$\sigma_2=\sigma_3=0$，则式（2-35）和（2-36）为：$\sigma_1=\sigma_s$

即σ_s就是单向拉伸的屈服极限。若作纯剪试验，$\tau_{xy}\neq 0$，其余应力分量为零，按屈斯卡塑性条件

$$\tau_{max}=\tau_{xy}=\tau_s=\frac{1}{2}\sigma_s$$

得到剪切屈服极限，$\tau_s=\frac{1}{2}\sigma_s$；而按米塞斯塑性条件，从式（2-37）得：

$$2\sigma_i^2=6\tau_{xy}^2=6\tau_s^2=2\sigma_s^2$$

$$\tau_s=\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}\text{或}\quad \tau_{max}=\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}=0.577\sigma_s$$

米塞斯在提出他的塑性条件时，认为最大剪应力条件是精确的，他的条件是近似的。然而大多数试验指出，对于多晶体材料，在屈服状态下应用米塞斯条件较应用最大剪应力塑性条件为好。当进一步分析时，两个塑性条件差别并不大，由一点的应力状态可知：

$$\sqrt{3}\,\tau_{max}\leqslant\sigma_i\leqslant 2\tau_{max}$$

当τ_{max}达到$\frac{1}{2}\sigma_s$时，σ_i的数值至少也接近于σ_s。

当前压力容器和管道设计，若采用塑性失效准则时，大多数采用屈斯卡塑性条件，原因是在塑性分析时，米塞斯塑性条件在许多问题上会遇到数学方面的困难，屈斯卡塑性条件不但与试验情况较符合，而且其条件式简单，能表达出主应力的方向，用于疲劳分析也较为方便。它虽有三个式子，要事先判明它们的使用范围，必须在已知主应力方向时才能

比较方便地使用它，然而对压力容器和管道来说，内压径向应力总是三个主应力的最小者，所以比之其他构件设计方便。

在弹性力学中证明，在任何受力体的每一点上都可作出三个互相垂直的面，经过这三个面传递三个主应力。有时，其中一个主应力不等于零，两个等于零；或两个主应力不等于零，一个为零；或三个主应力都不等于零。根据物体的应力情况划分三种状态：

（1）单向应力状态——两个主应力等于零；

（2）二向应力状态——一个主应力等于零；

（3）三向应力状态——所有三个主应力都不等于零。

二向应力状态又称为平面应力状态。在这状态下，三个主应力σ_1，σ_2，σ_3中，只要其中任一个为零便构成二向应力状态，因此可以说，二向应力状态是三向应力状态的特例。

在平面应力状态下，若$\sigma_2=0$，则式（2-36）为：

$$\sigma_1^2+\sigma_3^2-\sigma_1\sigma_3=\sigma_s^2$$

若$\sigma_3=0$，式（2-36）为：

$$\sigma_1^2+\sigma_2^2-\sigma_1\sigma_2=\sigma_s^2$$

同样，任何受力体的每一点都产生变形，也是根据物体的变形情况划分三种。在三个主应力同时不为零时，在应力状态的一般情况下，有以下三个应变量的表达式：

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_1&=\frac{1}{E}[\sigma_1-\nu(\sigma_2+\sigma_3)]\\ \varepsilon_2&=\frac{1}{E}[\sigma_2-\nu(\sigma_1+\sigma_3)]\\ \varepsilon_3&=\frac{1}{E}[\sigma_3-\nu(\sigma_1+\sigma_2)]\end{aligned}\right\}\qquad(2\text{-}38)$$

通常所说的平面变形是指任何受力体的某一应力状态，它所有各点的变形（或位移）只能发生在两个方向内，即只能在一个平面内。在这种情况下，式（2-38）中的三个变形量中有一个为零，或其中一个方向受力体的形状并无改变，应力不一定为零。

假设$\varepsilon_2=0$，由式（2-38）中的第二个式子可得：

$$\sigma_2=\nu(\sigma_1+\sigma_3);\qquad(2\text{-}39)$$

又假设$\varepsilon_3=0$，由式（2-38）中的第三个式中可得：

$$\sigma_3=\nu(\sigma_1+\sigma_2)\qquad(2\text{-}40)$$

在平面变形状态下，各剪切应力分量也为零，即$\tau_{12}=0$，$\tau_{23}=0$，$\tau_{31}=0$。

式（2-39）、（2-40）中的泊松比，随着塑性变形的发展而增长，可从弹性状态下的0.3至0.35很快地趋于0.5，可近似地取$\nu=0.5$，则式（2-39）、（2-40）可改写成为：

$$\sigma_2=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_3)\qquad(2\text{-}39a)$$

$$\sigma_3=\frac{1}{2}(\sigma_1+\sigma_2)\qquad(2\text{-}40a)$$

以上所说的是应力状态和变形状态的情况，两者是不相同的。如平面变形状态，它是

$\sigma^t_{s(0.2\%)}$——钢材在计算温度下条件屈服极限（残余变形0.2%）的最小值（公斤力/毫米^2）；

σ^t_D——钢材在计算温度下10万小时持久强度的平均值（公斤力/毫米^2）。若用10万小时持久强度的最小值，则安全系数取1.2。

常用管道钢材的基本许用应力数据，列于附录一。

对于钢材在计算温度下以屈服极限为基准的基本许用应力的安全系数之所以采用1.5，是考虑到下面一些因素：

（1）过去管道强度计算采用变形能强度理论时，这个安全系数曾用1.65[39]，现在管道强度计算已改用最大剪应力强度理论，能使承受内压的管道圆周复杂应力与单向拉伸应力试验结果更加接近，安全系数可以适当降低。

（2）为防止管壁上大面积屈服留有一定的裕度。基本许用应力主要是控制正常运行时由内压力引起的管壁平均应力水平。计算中未计及管道的超温、超压、内壁应力比平均应力的超出值，局部应力，外载引起的附加应力，以及安装、运行中其它偶然因素产生的应力，考虑到这些因素的不同时作用，同时，也保证局部应力较高的地区不致产生过大的塑性变形。

（3）避免最大局部应力集中处的应力不超过两倍屈服极限。如果允许局部应力集中系数不大于3，面确定基本许用应力的安全系数用1.5，即可保证$3[\sigma]_j=3\times\frac{\sigma_s}{1.5}=2\sigma_s$，这对于一般管道设计是可以做到的。

对于钢材在计算温度下以持久强度为基准的基本许用应力的安全系数，则随采用的高温持久强度指标的时限和取值方法面定。设计中一般取用10万小时持久强度的平均值，对于一般使用相当成熟的热强钢面言，安全系数采用1.5。有的国家（如西德[33]）已开始采用20万小时持久强度的最小值作为设计指标来决定基本许用应力。

对于以钢材的抗拉强度为基准的安全系数采用3，在一定意义上来说是指管道设计压力不超过爆破压力的三分之一。它是考虑允许局部应力集中系数小于3时，使管系上的最大应力既不超过两倍屈服极限，也不致超过钢材的抗拉强度。管材的疲劳应力强度与抗拉强度有一定的关系，从弯曲疲劳试验可知[12]，在交变次数不超过2500次时，疲劳应力强度约等于抗拉强度的二分之一，亦即以抗拉强度为基准的安全系数取用3，则以疲劳应力强度为基准的安全系数为1.5，以防止管道产生低周疲劳裂纹或脆性破坏。

计算基本许用应力时，钢材强度特性的取值，应遵守一定的规则。钢材的强度特性值，除取决于钢材的化学成分、冶炼方法和工艺过程之外，试验过程中也会产生偏差，对于与时间无关的强度特性，如抗拉强度、屈服极限（或残余变形0.2%的条件屈服极限）均取用最小值；对于与时间有关的强度特性，如持久强度，考虑到试验的特性，数据的分散性较大，故取10万小时持久强度的平均值。

抗拉强度采用最小值，是避免材料断裂的危险，保证管道正常工作。

屈服极限采用最小值，较能符合计算采用最大剪应力强度理论的实践，因为材料在拉伸试验时，在下屈服极限由材料晶格间的滑动，产生与试样轴线约成45°的斜线，证明最

大剪应力起作用。

10万小时持久强度取用平均值，是考虑到其试验数值的分散带一般允许变化幅度为±20%，即当平均值的安全系数为1.5时，相应最小值的安全系数还有1.2，即$\frac{0.8\sigma_D^t}{1.2}=\frac{\sigma_D^t}{1.5}$。持久强度指标的时限取用10万小时，并不意味着管道的使用寿命只有10万小时，因为安全系数采用1.5，从钢材的持久强度特性曲线上可以看出，按照基本许用应力作为设计应力所对应的断裂时间将远大于10万小时，亦即管道运行10万小时以后还有相当大的强度储备，可以继续运行的时间应当根据金属监督的结果来决定，这涉及到钢材的性能和组织的变化，如金属珠光体球化，碳化物相分析，以及蠕变进展情况，蠕变速度与蠕变量，钢材的持久强度特性降低的情况等等。

在使用上述强度指标时还应注意，强度指标是指我国或进口钢材生产国的钢材标准中所规定的保证值，并不是指钢材出厂检验书上的抽样试验值。当缺乏保证值时，只能采用按有关技术标准进行抽样试验实测的强度特性数据。由于试样数量较少以及取样的代表性问题，所以规定以抽样试验的强度特性数值乘以0.9作为计算的强度指标，然后计算基本许用应力。

第三章　应力分类和应力分析

第一节　荷　　载

作用于管道上的荷载除了外力，如内压、自重、支吊架反力、风、雪、地震等之外，还有一些因素，例如热胀、冷缩和端点附加位移等，它们都可以使管道产生内力和变形。从广义上说，这些因素都称之为荷载。由于不同特征的荷载产生的应力性态及其对破坏的影响不同，因此需要对荷载进行分类。

根据荷载作用时间的长短，可以分为恒荷载和活荷载两类。相对地说，恒荷载是长期作用于管道的荷载，如内压、自重、支吊架反力、热胀受约束所产生的热胀力、应变自均衡产生的自拉力和残余应力等；活荷载是临时作用于管道的荷载，如风荷载和地震荷载等。

根据荷载作用的性质，可以分为静力荷载和动力荷载。静力荷载是缓慢地、毫无振动地加到管道上的荷载，它的大小和位置与时间无关，或者是极为缓慢地变化，而可略去惯性力的影响，不使管道产生显著运动。动力荷载是指随时间有迅速变化的荷载，使管道产生显著的运动，而且必须考虑惯性力的影响，例如管道的振动，管内水冲击，阀门突然关闭时的压力冲击，安全门排汽时的冲击以及地震等。静力荷载的应力按静力法计算；动力荷载的应力按动力法计算。在一般情况下，火力发电厂汽水管道和其它工业企业的热力管道，主要是按承受静力荷载计算，仅在特别需要时（例如地震区电厂、核电厂的某些管道），才须按动力荷载计算。

静力荷载根据其不同的特性，还可以分为自限性荷载和非自限性荷载。自限性荷载是指由于结构变形受约束所产生的荷载；非自限性荷载是指外力荷载，与变形受约束无关。对于防止管道破坏的膜态保护，应考虑所有作用于管道的非自限性荷载；对于防止疲劳破坏的保护，就应考虑全部自限性和非自限性荷载。

在火力发电厂汽水管道和其它工业企业热力管道的静力计算中，一般仅考虑内压（或外压）、管道自重、支吊架反力、热胀、冷缩和端点附加位移等荷载。

为了使用方便，通常把内压（或外压）称为压力荷载；自重、支吊架反力和其它外载称为机械荷载；热胀、冷缩和其它位移称为位移荷载（或热膨胀荷载）。

第二节　应力状态与主应力

任何一种荷载的作用，都将在管道上产生应力。虽然，由于荷载及其组合不同，在管道上不同位置产生的应力大小和方向也各不相同，但是，不论什么荷载，就其作用的方向来说，在管道上产生的应力，不外乎下列四种基本类型：

（1）沿管子轴向的力，在管壁断面上产生拉应力或压应力；

（2）与管子轴线垂直的力，在管壁断面上产生剪应力；

（3）包含管子轴线的平面内的力矩，在管壁断面上产生弯曲应力；

（4）与管子轴线垂直的平面内的力矩，在管壁断面上产生扭转应力。

管系上任何一点的应力，都是由这几种基本类型的应力不同组合。为了进行应力分析和计算，首先必须计算由荷载引起的每个方向的应力，研究作用点的应力状态，进行应力组合。

一、单向应力

1.拉应力与压应力

如图3-1，管子受到轴向拉力P_{zh}的作用而产生的应力称为拉应力。

如果轴向拉力通过管壁断面的形心，且应力在管壁断面上均匀分布，则拉应力为：

$$\sigma_{zh}=\frac{P_{zh}}{A} \qquad (3-1)$$

式中 σ_{zh}——轴向应力（公斤力/厘米^2）；

P_{zh}——轴向力（公斤力）；

A——管壁断面积（厘米^2）。

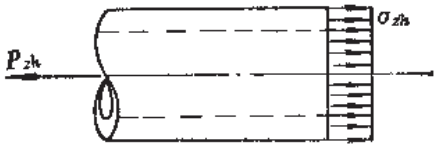


图 3-1 管壁断面上的拉应力

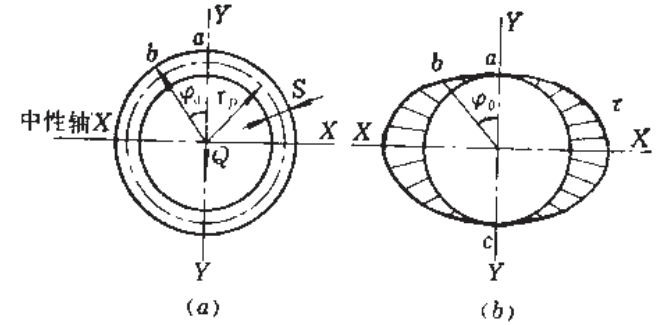


图 3-2 管壁断面上的剪应力

(a)管壁断面受到剪力作用的情形；(b)剪应力分布

如果上述轴向力的方向相反，使管道压缩，那么所产生的应力就称为压应力。压应力计算公式与拉应力的相同，仅方向相反。

2.剪应力

如图3-2a，管壁断面上受到剪力Q的作用而产生的应力即为剪应力。

如果剪力通过管壁断面的形心，剪应力在管壁断面上的分布如图3-2b，剪应力最大值发生在中性轴上。管壁上任一点的剪应力为：

$$\tau=\frac{Q}{\pi r_p S}\sin\varphi_0 \qquad (3-2)$$

式中 τ——剪应力（公斤力/厘米^2）；

Q——剪力（公斤力）；

r_p——管子平均半径（厘米）；

S——管子壁厚（厘米）。

薄壁管管壁断面上的平均剪应力为：

$$\tau_p=\frac{Q}{2\pi r_p S} \qquad (3-3)$$

式中 τ_p——平均剪应力（公斤力/厘米^2）。

管壁中性轴处的最大剪应力为：

$$\tau_{max}=\frac{Q}{\pi r_p S} \tag{3-4}$$

式中 τ_{max}——最大剪应力（公斤力/厘米^2）。

由式（3-3）和（3-4）可以看出，薄壁管管壁上的最大剪应力为平均剪应力的两倍。

3.弯曲应力

如图3-3，管子受到其轴线所在平面内的力矩（即弯矩）作用，在管壁断面上产生的应力，称为弯曲应力。

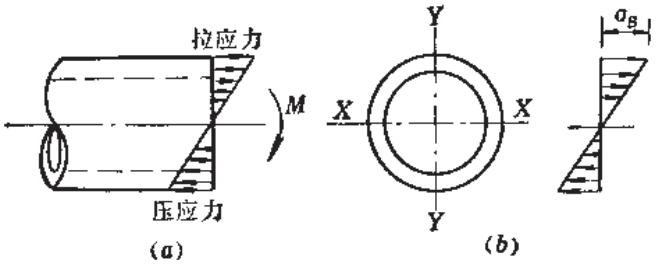


图 3-3 管壁断面上的弯曲应力

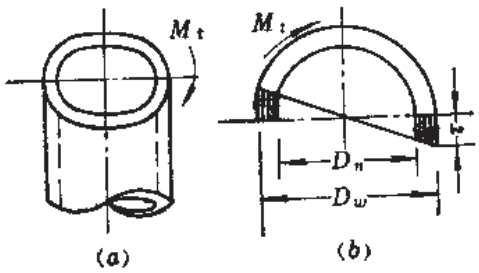


图 3-4 管壁断面上的扭转应力

在弯矩作用下，管轴将弯曲，因此，管壁断面的上半部出现拉伸现象，下半部出现压缩现象，而由伸长过渡到缩短的地方，将保持原来管面纤维的长度，这种纤维叫做中性纤维。由于管壁为对称断面，中性纤维又称中性轴（图3-3b中的X-X轴）。在管壁的上半部因伸长而引起拉应力，下半部因缩短而引起压应力。因此，弯曲应力也可以理解为在同一管壁断面上同时出现拉、压应力。由于各管壁纤维伸长或缩短的长度与至中性轴的距离成正比，根据虎克定律，则管壁断面上任一点的应力与其至中性轴的距离成正比。弯曲应力的大小与弯矩成正比，按下列公式计算：

$$\sigma_B=\frac{M}{W} \tag{3-5}$$

式中 σ_B——弯曲应力（公斤力/厘米^2）；

M——弯曲力矩（公斤力-厘米）；

W——管子断面抗弯矩（厘米^3）；

$$W=\frac{\pi}{32D_w}(D_w^4-D_n^4) \tag{3-6a}$$

$$或 W=\pi r_p^2 S \tag{3-6b}$$

其中 D_w——管子外径（厘米）；

D_n——管子内径（厘米）；

r_p——管于平均半径（厘米）；

S——管子壁厚（厘米）。

管子的最大弯曲应力在管子外壁上。

4.扭转应力

如图3-4，管子受到与其轴线垂直的平面内（即管子横断面内）的力矩（即扭矩）作用，在管壁断面上产生的应力，称为扭转应力。

如果在管子外表面上画一条与管轴平行的直线，这条直线会因管子上扭矩的作用而形成一条螺旋线。管子的各断面会在扭矩作用下相互转动一定的角度，这一扭转的角度与断面间距离成比例。在这里也产生中性纤维，而且它在管子断面上与管轴重合。扭矩在管壁断面上引起的扭转应力实际上是剪应力，它的大小与扭转角成比例，也与扭矩成比例，按下列公式计算：

$$\tau = \frac{M_t}{2W} \qquad (3\ 7)$$

式中 τ——剪应力（公斤力/厘米^2）；

M_t——扭转力矩（公斤力·厘米）；

W——管子断面抗弯矩（厘米^3）。

管壁断面上的最大扭转应力，也是出现在管子外壁。

比较公式（3-5）和（3-7）可以看出，如果弯矩与扭矩相等，则弯曲应力为扭转应力的两倍（即$\sigma_n = 2\tau$）。

对于平面管系，管壁断面上只有拉压应力、剪应力和弯曲应力；在空间管系才出现扭转应力。

二、复杂应力状态

知道了单向应力以后，可以根据应力验算的要求，分别计算某一点（即验算点）上由不同荷载产生的各方向应力的综合效应，这就需要研究该点的应力状态。

弹性理论的线性迭加原理指出，在小变形条件下，物体同时受到若干荷载的作用面产生的总变形或总应力，等于这些力单独作用时所产生的变形或应力之和。因此，研究某一点的应力状态，就是研究以上四种基本类型应力（即拉压应力、剪应力、弯曲应力、扭转应力）的综合作用。

要确定某一点的应力状态，必须先确定通过该点的各个不同截面上的应力，通常采用一个微小体积的单元体来代表，该单元体上各平面的应力情况，就可以确定它所代表之点的应力。

如图3-5，在直角座标系X、Y、Z中，用dx、dy、dz来代表某一点的微小单元体，则在单元体的各平面上，可能共有九个不同的应力值，即三个正应力σ_x、σ_y、σ_z和六个剪应力τ_{xy}、τ_{xz}、τ_{yz}、τ_{yx}、τ_{zx}、τ_{zy}，并且可以按下列方式排列：

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix} \qquad (3\text{-}8)$$

但是，以上九个应力分量并不是完全独立的数值，根据剪应力成对性的规律，上列剪应力分量有以下关系：$\tau_{xy} = \tau_{yx}$，$\tau_{xz} = \tau_{zx}$，$\tau_{yz} = \tau_{zy}$。因此，一点的应力状态可以由各平面上三个正应力和三个剪应力分量确定。在材料力学上还证明，一个微元体上还可以找到三个互相垂直的截面，在这些截面上的剪应力为零，这些通过某一点而剪应力为零的截

面，通常称为该点的主平面。在主平面上的应力（即正应力）叫做主应力。因此，一点的应力状态也可以用单元体上三个互相垂直的主平面的主应力 σ_1、σ_2和 σ_3以及相应的一个主方向来表示，如图3-6。

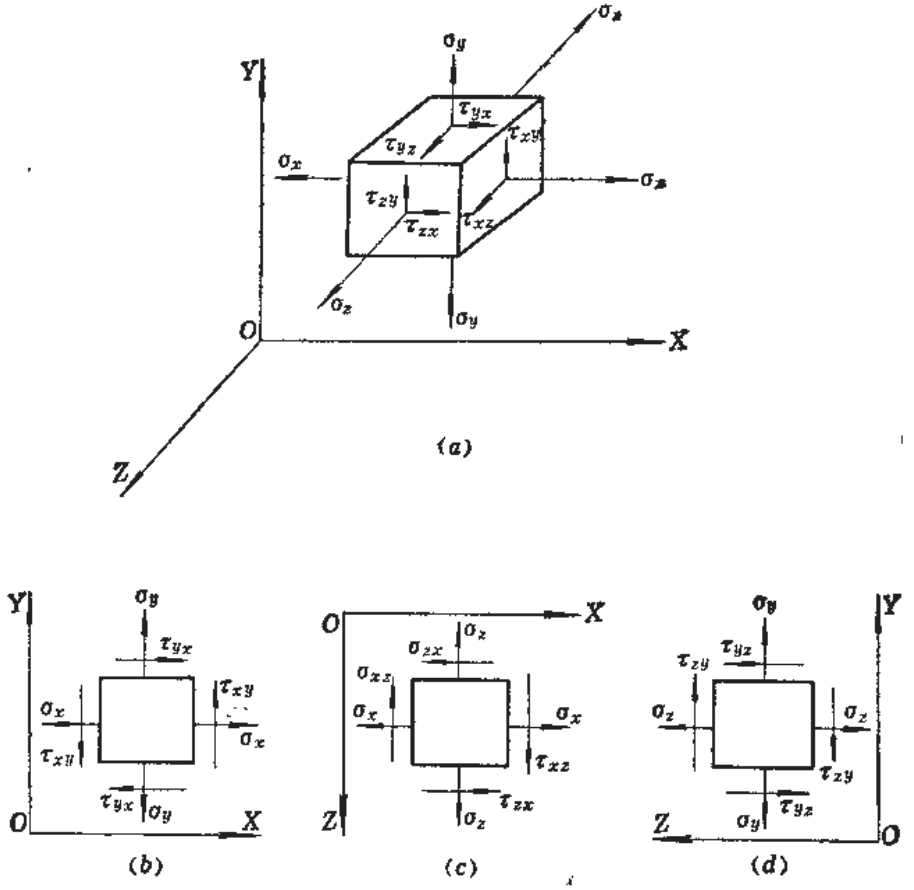


图 3-5　某一点上的应力状态和各应力分量

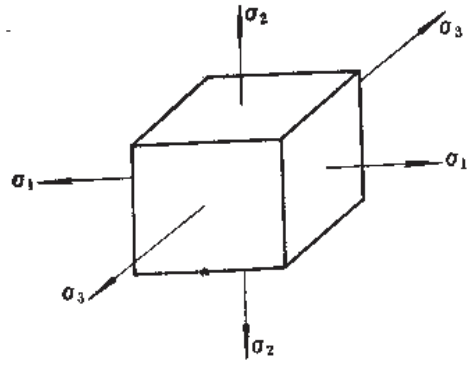


图 3-6　三向应力状态的主平面和主应力

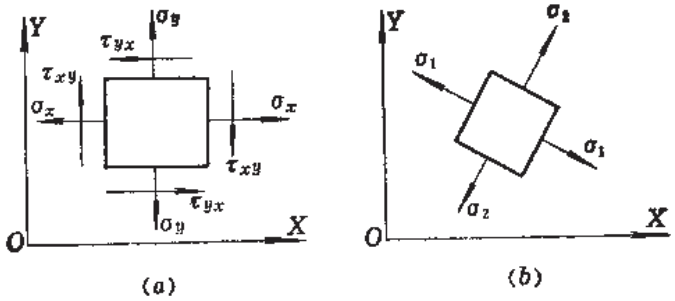


图 3-7　二向应力状态的一般情况

根据上列三个主应力的数值，不难看出，一点的应力状态可以分为三种基本类型，即单向应力状态、二向应力状态和三向应力状态。

单向应力状态，是有两个主应力等于零的应力状态。单纯受拉、压或纯弯曲而产生的应力，都为单向应力状态。

二向应力状态，是有一个主应力等于零的应力状态，这在管道计算中是常见的。例如，当验算点在管子外壁时，因其径向主应力为零，所以属于二向应力状态。如果一个主平面的应力为零（例如Z平面的σ_3等于零），则二向应力状态的一般情况如图3-7。

二向应力状态的主应力，按下列公式计算：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1&=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}+\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}\\ \sigma_2&=\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}-\sqrt{\left(\frac{\sigma_x-\sigma_y}{2}\right)^2+\tau_{xy}^2}\end{aligned}\right\}\qquad(3\text{-}9)$$

式中 σ_x——X平面的法向应力（即正应力）；

σ_y——Y平面的法向应力（即正应力）；

σ_{xy}——XY平面上的剪应力。

三向应力状态，就是三个主应力都不为零的应力状态。在工程应用中，必须作为三向应力状态来处理的问题并不多，实际遇到的三向应力状态中，一般都能直接定出其全部主平面的位置和主应力值，例如单纯计算内压在管壁上产生的应力。因为在推导管子壁厚计算公式时，不论取内壁应力还是平均应力，其径向应力$\sigma_{径}$均不为零，所以是属于三向应力状态，然面，在验算由内压、持续外载和热胀、冷缩等变形受约束面产生的应力时，由于其验算点在管子外壁，它的径向应力等于零，所以仍然属于二向应力状态。

只要能找出一点（验算点）上的主应力，即可根据强度理论进行应力组合，求出当量应力强度，就代表这一点上的应力值。

第三节 应 力 分 类

管道在内压、持续外载以及热胀、冷缩和其它位移等荷载作用下，其最大应力往往超过材料的屈服极限，使材料在工作状态下发生塑性变形。高温管道的蠕变和应力松弛，也将使管系上的应力状态发生变化。这些情况说明，管系上的应力与一般结构、机械分析中所遇到的低温的和稳定的应力不同。因此，对于不同种类的应力应当区别对待，根据它可能产生的效应和对于破坏所起的作用不同，给予不同的限定。

对于管道上的应力，一般分为一次应力、二次应力和峰值应力三类[3]。

一、一次应力

一次应力是由所加荷载引起的正应力和剪应力。它必须满足外部、内部力和力矩的平衡法则。一次应力的基本特征是非自限性的，它始终随所加荷载的增加而增加，超过屈服极限或持久强度，将使管道发生塑性破坏，或者总体变形。因此，必须防止发生过度的塑性变形，并为爆破或蠕变失效留有足够的裕度。

管道承受内压和持续外载面产生的应力，属于一次应力。管道承受风荷载、地震荷载、水冲击和安全阀动作冲击等荷载而产生的应力，也属于一次应力，但这些荷载都是属于偶然荷载，这些应力属动荷载产生的应力，应当在动力计算中考虑。

一次应力有三种类型：一次一般薄膜应力、一次局部薄膜应力和一次弯曲应力。

一次一般薄膜应力，是在所研究的截面厚度上均匀分布的，且等于该截面应力平均值的法向应力（即正应力）的分量。如果这种应力达到屈服极限时，将引起截面整体屈服，不出现荷载的再分配。

一次局部薄膜应力，是由内压或其它机械荷载产生的，由于结构不连续或其它特殊情况的影响而在管道或附件的局部区域有所增强的一次薄膜应力。这类应力虽然具有二次应力的一些特征，但为安全计，通常仍划为一次应力。这种应力达到屈服极限时，只引起局部屈服，塑性应变仍然受到周围弹性材料的约束，所以屈服是允许的。假若有一个应力区域，其应力强度超过1.1倍的基本许用应力，在纵向方向的延伸距离不大于$\sqrt{0.5r_pS}$，并且与另一个超过一次一般薄膜应力极限的区域沿纵向方向的距离不小于$2.5\sqrt{r_pS}$（这里的r_p和S是超过一次一般薄膜应力极限处的管子平均半径和壁厚），此应力区域可以认为是局部的，划为一次局部薄膜应力，否则就应按一次一般薄膜应力考虑。例如，在固定支架处或接管连接处由于外载产生的一次薄膜应力，通常划为一次局部薄膜应力。

一次弯曲应力是在所研究的截面上法向应力（即正应力）从平均值算起的沿厚度方向变化的分量。这种应力达到屈服极限时，也只引起局部屈服。在应力验算中，通常不单独评价一次弯曲应力强度。

二、二次应力

二次应力是管道由于变形受约束所产生的正应力和剪应力。它本身不直接与外力相平衡。二次应力的特征是有自限性的，当局部屈服和产生小量塑性变形就能使应力降低下来。对于塑性良好的管材，一般在管系初次加载时，二次应力不会直接导致破坏，只有当应变在多次重复交变的情况下，才引起管道疲劳破坏。因此，对于二次应力的限定，并不取决于一个期间的应力水平，而是取决于交变的应力范围和交变循环的次数。

管道由热胀、冷缩和其它位移受约束而产生的应力，属于二次应力。但是，在管系弹性转移较大时，这一类应力与一次应力的作用相近。

管道由于温度不均匀的纵向温度梯度或内外壁径向温度梯度所产生的温差应力，以及管道与连接部件有不同的金属特性（线膨胀系数不同）而产生的热应力（或称总体热应力）属于二次应力。二次应力也有二次薄膜应力和二次弯曲应力两部分。

三、峰值应力

峰值应力是管道或附件由于局部结构不连续或局部热应力效应（包括局部应力集中）附加到一次应力或二次应力的增量。它的特点是不引起显著的变形，而且在短距离内从它的根源衰减，它是一种导致疲劳裂纹或脆性破坏的可能原因。

例如，管道由于温度分布不均匀，不同膨胀几乎全部被限制，不引起显著变形的局部热应力，以及管道附件上小半径圆角处、焊缝未焊透处的应力，均属于峰值应力。

四、结构不连续效应

在管系上，几何形状急剧变化或结构不连续，会影响管道和附件的应力或应变的分布。结构不连续性一般有“总体的”和“局部的”两类[3]。

总体结构不连续包括几何形状或材料的不连续，它会影响承压部分整个壁厚的应力或应变分布。当沿壁厚积分时，总体结构不连续应力将产生纯弯曲和薄膜应力的合成那--部

分实际应力分布，对整个结构有显著影响。例如，管系上的三通、堵头、大小头、不同直径或壁厚的管子连接处等。

局部结构不连续也包括几何形状或材料的不连续，但它只影响一部分壁厚应力或应变的分布，而且范围是很小的，对整体结构不连续变形没有显著影响或对整个结构没有显著影响，例如，小的转弯半径处，小连接部件及焊缝未焊透处等。

五、管系应力分类表

管系的应力分类，可大致归纳为表3-1[3][8]。

六、应力分类的示例

管件上的应力，是上述各类应力最集中的表现。下面以三通（图3-8）为例，说明应力的分类及其应用。

（1）主管上开孔补强，是为了满足一次应力的要求，使三通开孔部位达到与直管相等的强度。

当主管未开孔时，由内压产生的一次一般薄膜应力为：

$$\sigma_V=\frac{P(d_1+S_1)}{2S_1}$$

式中 σ_V——未开孔时主管一次一般薄膜应力；

P——内压；

d_1——主管内径；

S_1——主管壁厚。

主管开孔后，三通危险断面力的平衡条件，可按压力面积法列出：

$$A\sigma_{zx}=BP$$

故

$$\sigma_{zx}=\frac{B}{A}P$$

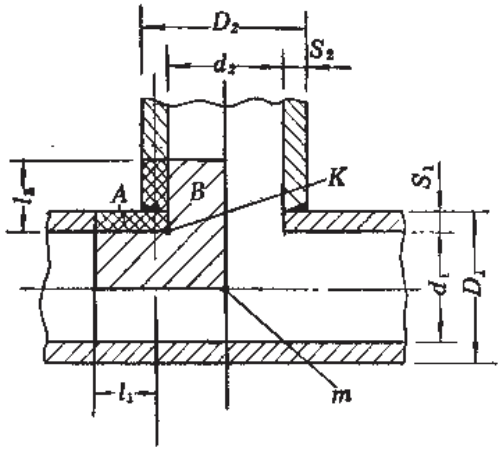


图 3-8 三通应力分类分析图

$l_1=0.8\sqrt{(d_1+S_1)S_1}$，$l_2=0.8\sqrt{(d_2+S_2)S_2}$

式中 σ_{zx}——内压平均周向应力；

A——有效承载面积；

B——有效受压面积。

由最大剪应力强度理论可得：

$$\sigma'_V=\sigma_{zx}-\sigma_{fx}$$

$$=\frac{B}{A}P-\left(-\frac{P}{2}\right)$$

$$=P\left(\frac{B+0.5A}{A}\right)$$

式中 σ_{fx}——平均径向应力；

σ'_V——主管补强后的一次一般薄膜应力。

加厚三通主管的壁厚，可以补强开孔的削弱，使$\sigma'_V\approx[\sigma]^t_j$，即可满足一次应力的要求。由此可以看出，三通的削弱系数φ为：

表 3-1　　典型情况的管系应力分类

管系部件	位置	应力来源	应力分类	是否考虑不连续性	
				总体	局部
管子、弯头、大小头、交叉件和支管连接件	交叉件的交叉区域以外的任意位置	内压	一次一般薄膜应力	否	否
			一次局部薄膜应力 二次薄膜加弯曲应力	是	否
			峰值应力	是	是
	任意位置	包括自重在内的支撑和机械荷载	一次弯曲应力	否	否
			一次局部薄膜应力 二次薄膜加弯曲应力	是	否
			峰值应力	是	是
		膨胀	二次膨胀应力	是	否
			峰值应力	是	是
		轴向温度梯度	二次薄膜加弯曲应力	是	否
			峰值应力	是	是
交叉件、三通和支管连接件	交叉区	内压、支撑机械荷载和膨胀	一次局部薄膜应力 二次薄膜加弯曲应力*	是	否
			峰值应力	是	是
	任意位置	轴向温度梯度	二次薄膜加弯曲应力	是	否
			峰值应力	是	是
螺栓和法兰	任意位置	内压、垫片、压缩、螺栓荷载	一次一般薄膜应力	否	否
			二次薄膜加弯曲应力	是	否
			峰值应力	是	是
		温度梯度	二次薄膜加弯曲应力	是	否
			峰值应力	是	是
		膨胀	二次膨胀应力	是	否
			峰值应力	是	是
任何管系部件	任意位置	非线性径向温度梯度	峰值应力	是	是
		线性径向温度梯度	二次薄膜加弯曲应力	是	否

注　（1）二次薄膜加弯曲应力是由温度梯度、结构不连续等所引起的那部分应力，并且不包括也可能在同一点上存在的一次应力。但应该指出，详细的应力分析常常会直接给出一次应力加二次应力的组合，因而当采用时，其计算值表示一次一般薄膜应力加一次弯曲应力加二次薄膜加弯曲应力的总和，而不是单独的二次薄膜加弯曲应力。

（2）峰值应力是由应力集中引起的，它是超出和加在公称应力上由于缺口而产生的附加应力，即是加在一次应力或二次应力上的增量。

（3）一次局部薄膜应力是由机械荷载（包括不连续效应）所引起的总薄[illegible]，[illegible]不是应力增量。因此，一次局部薄膜应力总是包括一次一般薄膜应力。

*　当按照规定补强时，不要求作分析。

用了。超过屈服极限的应力和应变，要用塑性理论来表达。但是，当结构的一部分进入塑性范围时，求解弹-塑性方程是非常复杂的，并且超出了目前的工程技术水平。根据Manson[25]称为“弹性-应变不变性”的假定，认为在小变形的范围内，按照弹性计算的应变数值大致与按塑性计算的应变相同。所以在超过屈服极限以后仍然可以采用弹性分析的方法。尽管用弹性分析不能求得结构上任一点的真实应力，但是，可以将高于屈服极限的弹性应力认为是塑性应变的量度。例如，在非蠕变条件下，只要弹塑性材料上的最大应力限制在两倍屈服极限以内，结构将安定而进入新的弹性状态，弹性分析是仍然适用的。此外，疲劳是一种可能的破坏形式，在进行疲劳分析时，在有限的局部屈服区域内，应变或应力也是按弹性分析计算的。甚至在非弹性分析的某些场合，例如蠕变损伤或应力集中的验算，也仍然用到弹性分析。由此可见，弹性分析十分重要，是一切应力分析的基础。

二、极限分析

极限分析是涉及由于材料屈服而使结构发生塑性流动并达到全塑性状态时的荷载（或压力）的计算，是一个防止过度变形的准则。

同弹性分析一样，极限分析是基于材料性质的另一种简化假定基础上的。它假定材料是理想的弹塑性材料，即不考虑应变硬化效应和荷载作用下结构形状的变化。如图3-9a，最初为弹性的应力分布；当荷载增加时，某些部位发生屈服，但是，体积很小的已屈服的材料被周围的弹性材料所约束，因此，应变和挠度是很小的；当荷载进一步增加时，屈服继续发展，直至一个或几个区域充分屈服，致使结构可以在不变荷载下发生塑性流动（连续的变形）并达到全面塑性状态。那么，这个荷载叫做极限荷载（或破坏荷载），而其应力分析方法被称为极限分析。因为不考虑结构形状的任何变化，严格地说，上述极限荷载是对刚塑性材料（图3-9b）而言的。

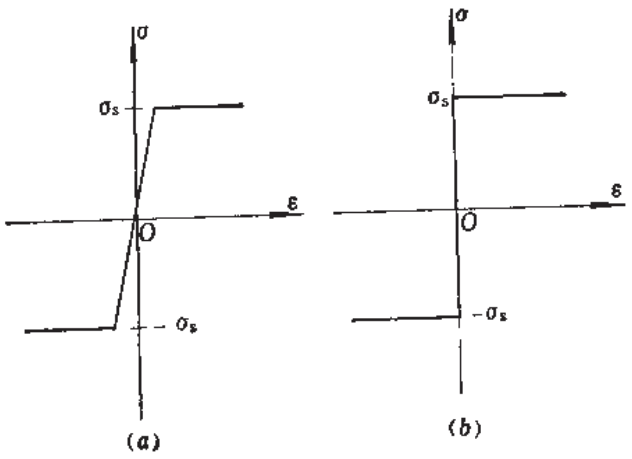


图 3-9　理想材料的应力应变图

一个结构的极限荷载是结构的不变特性。对于刚塑性材料的结构，极限荷载值与结构在零荷载时的任何残余应力无关。它纯粹是结构的几何形状及材料的屈服应力的函数。在极限荷载下，必须满足[43]：

（1）结构中存在一个与极限荷载平衡并满足应力边界条件的应力场。

（2）这些应力不违反材料的屈服准则。

（3）存在一个满足速度边界条件的速度场。

（4）对应于上述速度场，存在一个应变速率场，它有结构方程与应力场相联系。

对于理想弹塑性材料，结构在荷载作用下将改变其几何形状，并且，屈服区域发展的先后次序是残余应力的函数。于是结构的最终破坏将与残余应力有关，因为残余应力将决

定屈服区域充分发展致使结构达到破坏时的挠度大小。

极限分析有两个基本定理：

下限定理：对于任何应力系，一个给定的荷载在每处均满足平衡，并且没有一处超过材料的屈服强度，这个荷载等于或低于极限荷载（破坏荷载），这就是极限荷载的下限。

上限定理：假设结构内有一个满足边界条件的速度场，并相应地假定一种为使结构变成塑性铰所需要的屈服型式，可以令结构上荷载所作的功率与屈服区域的内功率相等。上限定理指出，计算得出的荷载大于或等于结构的极限荷载。

根据一次应力没有自限性的特征，它超过一定的限度，将使管道变形增加直至破坏。因此，必须防止过度的塑性变形，并为爆破压力和蠕变失效留有足够的裕度。对一次应力的限定，采用极限分析。

为了防止因过度的塑性变形而造成的破坏，按照极限分析的下限定理，可以导出一次应力（包括一次弯曲应力）的应力极限。

如图3-9a的理想弹塑性材料，对任意结构单元，一旦在整个截面上发生屈服，它就不能再承担任何附加荷载。

对于承受轴向力的矩形截面，它的一次一般薄膜应力为：

$$\sigma_m=\frac{P}{A} \qquad (3\text{-}10)$$

式中 σ_m——一次一般薄膜应力；

P——轴向力；

A——横截面积。

理论上说，它的应力极限为屈服极限，即

$$\sigma_m\leqslant\sigma_s \qquad (3\text{-}11)$$

对于承受纯弯矩的矩形截面梁，它的一次弯曲应力为：

$$\sigma_B=\frac{M}{W} \qquad (3\text{-}12)$$

式中 σ_B——一次弯曲应力；

M——弯矩；

W——弹性抗弯矩。

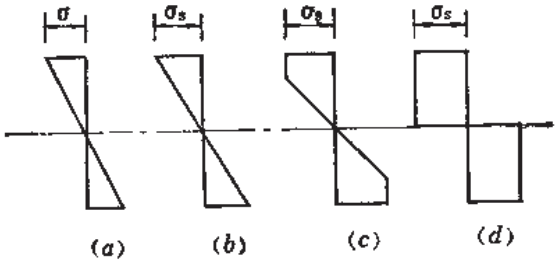


图 3-10 矩形梁中的应力分布

(a)弹性的；(b)最大弹性的；(c)弹塑性的；(d)完全塑性的

当弯矩产生的应力达到屈服极限时，截面的外沿首先屈服，随着弯矩的继续增加，截面的屈服区域向中性轴扩展，当整个截面屈服时，则变成了塑性弯曲的梁，梁的横截面上弯曲应力的分布如图3-10所示。

可以推导出矩形截面梁的弹性抗弯矩和塑性抗弯矩分别为：

$$W=\frac{bh}{6} \qquad (3\text{-}13)$$

$$W_p=\frac{bh}{4} \qquad (3\text{-}14)$$

上两式中

W——弹性抗弯矩；

W_p——塑性抗弯矩；

b——梁的横截面宽度；

h——梁的横截面高度。

十分明显，使梁的横截面达到完全屈服的塑性弯矩M_p所对应的弯曲应力极限为：

$$\sigma_B=\frac{M_p}{W}=\frac{\sigma_s W_p}{W}=1.5\sigma_s \qquad (3\text{-}15)$$

比较式（3-11）和（3-15）可知，一次弯曲应力（σ_B）的应力极限是一次一般薄膜应力（σ_m）的应力极限的1.5倍。

在工程应用中，还必须留有一定的裕度，如果以屈服极限为基准的安全系数为1.5时，则相应的一次一般薄膜应力和一次弯曲应力的许用应力强度分别为：

$$\sigma_m\leqslant[\sigma_m] \qquad (3\text{-}16)$$

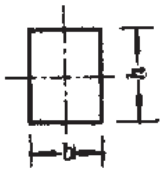
$$\sigma_B\leqslant\sigma_s \qquad (3\text{-}17)$$

式中 $[\sigma_m]$——许用应力强度；

σ_s——钢材的屈服极限。

对于薄壁管和实心圆截面梁受纯弯矩作用时，同样也可以推导出它们的弹性抗弯矩和塑性抗弯矩。几种不同截面的梁弹性抗弯矩和塑性抗弯矩列于表3-2。

表 3-2　　几种横截面的弹性抗弯矩和塑性抗弯矩[144]

截面形状	矩形	薄壁管	圆形
			
弹性抗弯矩W	$\frac{bh^2}{6}$	$\pi r_p^2 S$	$\frac{\pi}{4}r^3$
塑性抗弯矩W_p	$\frac{bh^2}{4}$	$4r_p^2 S$	$\frac{4}{3}r^3$
W_p/W	1.50	1.27	1.70

从表3-2可以看出，管道横截面的塑性抗弯矩与弹性抗弯矩之比值在1.27～1.70之间，而且基本上在1.50以下。从工程实用上考虑，留有更多一点设计裕量，对于管道的一次一般薄膜应力和一次弯曲应力的许用应力强度，也采用同矩形横截面一样的限定，即满足式（3-16）、（3-17）的条件。

对于承受轴向力和弯矩联合作用的矩形截面梁，如果荷载引起的应力在整个截面上都等于屈服极限的正值和负值时，矩形截面的应力状态如图3-11所示。

从图3-11表示的应力分布，可以导出轴向力和弯矩：

$$P=b\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\sigma(y)dy$$

$$= b\left[\int_{-\frac{h}{2}}^{-y_1}(-\sigma_s)dy+\int_{-y_1}^{\frac{h}{2}}\sigma_s dy\right]$$

$$=2by_1\sigma_s \qquad (3\text{-}18)$$

$$M=b\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\sigma(y)ydy$$

$$=b\left[\int_{-\frac{h}{2}}^{-y_1}(-\sigma_s)ydy+\int_{-y_1}^{\frac{h}{2}}\sigma_s ydy\right]$$

$$=b\left(\frac{h^2}{4}-y_1^2\right)\sigma_s \qquad (3\text{-}19)$$

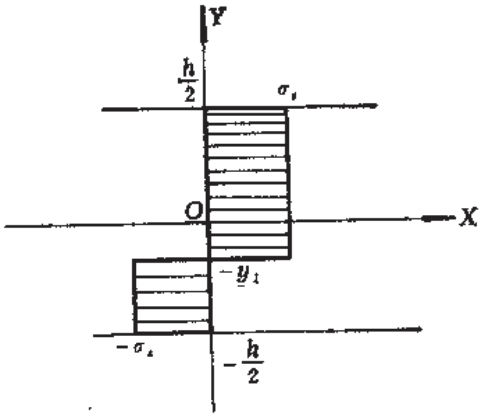


图 3-11 矩形截面梁在轴向力和弯矩联合作用下塑性状态应力分布

由式（3-10）和（3-12）分别有：

$$\sigma_m=\frac{P}{A}=\frac{P}{bh} \qquad (3\text{-}20)$$

$$\sigma_B=\frac{M}{W}=\frac{6M}{bh^2} \qquad (3\text{-}21)$$

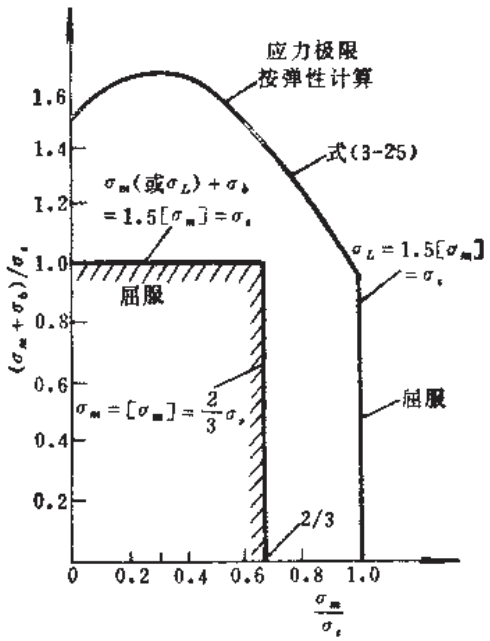


图 3-12 一个完全塑性的矩形断面在轴向力和弯矩联合作用下所造成的应力状态，以及防止塑性破坏的一次应力限制

由式（3-18）、（3-19）、（3-20）和（3-21）可得：

$$\sigma_m+\sigma_B=\frac{P}{bh}+\frac{6M}{bh^2}$$

$$=\frac{2by_1\sigma_s}{bh}+\frac{6b\left(\frac{h^2}{4}-y_1^2\right)\sigma_s}{bh^2}$$

$$=\frac{2y_1\sigma_s}{h}+1.5\sigma_s-6\sigma_s\left(\frac{y_1}{h}\right)^2 \qquad (3\text{-}22)$$

因为从式（3-18）和（3-20）可得：

$$\frac{y_1}{h}=\frac{\sigma_m}{2\sigma_s} \qquad (3\text{-}23)$$

将式（3-23）代入（3-22）可得：

$$\sigma_m+\sigma_B=\sigma_m+1.5\sigma_s-6\sigma_s\left(\frac{\sigma_m}{2\sigma_s}\right)^2$$

$$=\sigma_m+1.5\sigma_s-1.5\sigma_s\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_s}\right)^2 \qquad (3\text{-}24)$$

在式（3-24）两边同除以σ_s，则得：

$$\frac{\sigma_m+\sigma_B}{\sigma_s}=\frac{\sigma_m}{\sigma_s}+1.5-1.5\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_s}\right)^2$$

$$=1.5\left[1-\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_s}\right)^2\right]+\frac{\sigma_m}{\sigma_s} \qquad (3\text{-}25)$$

可将式（3-25）表示的关系绘于图3-12中。

由图3-12可以看出，式（3-25）正好代表一次应力极限（塑性破坏应力）。因为一次一般薄膜应力不能超过屈服极限σ_s，所以σ_m/σ_s最大到1.0为止。设计限制的许用应力强度还有1.5的安全系数，使得σ_m总是小于σ_s。对于一次一般薄膜应力加一次弯曲应力，最大不能超过许用应力的1.5倍。考虑设计限制的许用应力强度的安全系数为1.5，则$\sigma_m+\sigma_B$的许用应力强度等于屈服极限。如图3-12中阴影线范围内正好代表对一次应力的设计限制。根据极限分析的原理，对一次局部薄膜应力（σ_L）加一次弯曲应力（σ_B），即$\sigma_L+\sigma_B$也同样限制于$1.5[\sigma_m]$，即不超过屈服极限。

三、安定分析

安定性是指不发生塑性变形的连续循环，如果在少数反复加载之后，变形稳定下来，并且随后的结构，除蠕变效应以外，表现是弹性的。或者可以说，管道在有限量塑性变形之后，能安定在弹性状态。

安定性涉及到一个或许多荷载循环作用，或在热循环下结构性态的研究，有两种可能的现象，即“交替塑性”和“增量破坏（失稳）”。

“交替塑性”是指结构某些部分的材料交替地发生拉、压屈服。如果忽略鲍辛格效应，从拉伸屈服至压缩屈服的总弹性应力变化范围是两倍屈服极限（即$2\sigma_s$）。如果循环荷载引起了大于两倍屈服极限的弹性应力变化，就会发生交替塑性，而结构因此破坏，这种效应类似于疲劳破坏，但导致破坏的循环次数要低得多，属于高应变低循环疲劳。

“增量破坏”是由于一个或几个荷载的循环或热循环的作用而造成的一种逐渐增长的塑性变形。其产生的原因，是不同的各组荷载交替地在结构的不同部位产生屈服。对于在两个不同荷载系统作用下的增量破坏如何发生的问题，可以作如下定性解释：在一个荷载系统作用下，某些点引起屈服。卸载后，结构中存在一个残余应力系统，致使在第二个荷载系统作用下，另外一些点引起屈服。卸去第二个荷载系统后，得到另一组不同的残余应力系统，使得第一个荷载系统再次作用时又导致进一步屈服。这种效应不断进行，导致结构总变形和总塑性应变的累积增长，引起结构破坏或者变形达到不许可的程度。

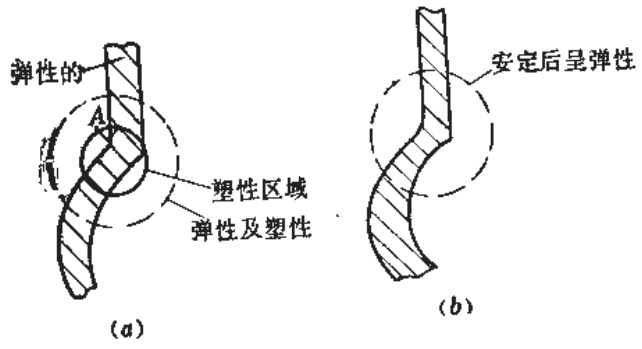


图 3-13 说明安定状态的部位
(a)第一次施加荷载；(b)建立安定状态

只要结构不出现上述的交替塑性和增量破坏，则结构将是安定的。或者说，如果能够为结构找出一组自平衡的残余应力，从而使得对于所有可能的荷载来说，残余应力与荷载引起的弹性应力之和不致引起结构的反复塑性变形，则结构达到安定。

安定定理是可以证明的[44]。在实际应用中，对于已经给定的荷载，可以比较简单地假定一个残余应力系统，由此而使所有荷载产生的应力是“弹性”的，如果能做到这一点，结构就达到安定。另一方面，在结构分析计算中，要求得到能够安定的最大荷载是比较困难的，使用中往往只要求在加工、制造、安装时，遵守一定的标准，减少残余应力，

而在设计时只限制最大应力范围不超过两倍屈服极限。

安定性概念，也可以用下面的例子来说明：在管道上一个总体结构不连续处，例如如图3-13所示的三通支管与主管连接处，当A处计算的应力值超过材料的屈服极限，A处位于微小的塑性区，而其周围仍然是弹性区。

现在分析A处的应力状态。当管道加载，A处产生拉应力，并不断增大。如果将管道看成理想弹塑性材料，应力达到拉伸屈服极限σ_s^t后，荷载增加，应力不再增大，应变继续增至ε_0（如图3-14a所示），B点的应变ε_0对应的应力σ_0，是一个虚拟的名义应力。在此状态下，管道卸载，应力将沿BC下降，当拉应力降至零，亦即达到BC与横轴线交点C，要使应变回到零状态（即恢复到通过O点的纵轴线），须加相反方向的压缩应力以消除残余应变$\varepsilon_0-\varepsilon_s$，在最终应变回到零时，产生了压缩残余应力而达到$D$点，压缩应力为$-(\sigma_0-\sigma_s^t)$。管道再次加载，应变由0到$\varepsilon_0$，应力从$D$点开始沿直线$DB$而达到$B$点，即残余应力先减到零，再度变为拉应力，并重新增到σ_s^t，此后相继加载和卸载，则以D点开始沿直线BD往返，管道具有完全弹性状态，没有新的塑性变形。总的应力幅值BD称为应力范围。按照弹性理论，初应力σ_0实际上是个名义应力，它必须小于两倍屈服极限。

如图3-14b，如果初应力σ_0'超过两倍屈服极限，即加载和卸载按$DBB'D'D$循环，BB'是拉伸屈服变形，$D'D$是压缩屈服变形，即管道在工作状态与冷状态将出现反复塑性变形，虽然在每一个循环中塑性应变可能是很少的，但会由于反复塑性应变累积而产生破坏。

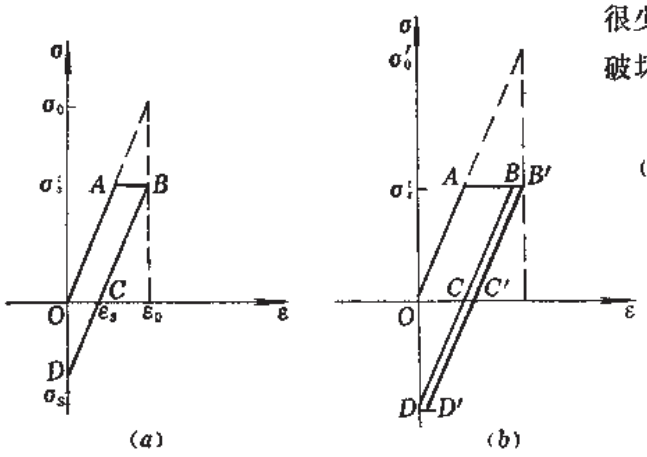


图 3-14　屈服后的应力-应变过程图
(a)$\sigma_0<2\sigma_s^t$；(b)$\sigma_0'>2\sigma_s^t$

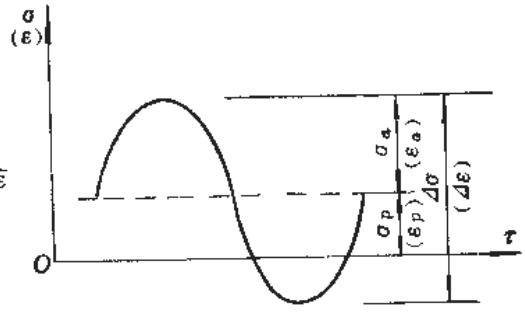


图 3-15　交变应力

这个结论，对于具有应变硬化的材料，也是适用的。

从弹性分析和极限分析可以看出，结构的两个不变的特性，即由弹性影响的“斜率”和刚塑性极限荷载，后者仅仅取决于结构的几何形状及材料性质。

对于弹塑性材料，结构在荷载作用下改变几何形状，并且，屈服区域发展的先后次序是残余应力的函数。于是结构最终的破坏荷载将与残余应力有关，因为残余应力将决定屈服区域充分发展，致使结构达到破坏时的挠度大小。

在进行安定分析时，则需要考虑残余应力的影响，因为由于焊接或安装不善等，管道在零荷载下，自平衡的残余应力系统总是存在的。同时，考虑不同荷载的交替作用，而导

制变量，由此，提出一个“虚拟”的应力范围，并以此绘制低循环疲劳曲线。所谓“虚拟”的应力范围，即假定在弹性基础上进行计算，则该值等于弹性模数与应变的乘积，即$\sigma=E\varepsilon$。很明显，这个应力范围仅在无塑性应变时才代表真实应力；而在有塑性应变时，由于应力与应变不是线性关系，故它不是真实应力值，而是一个“虚拟”应力。对于总的应变（弹性应变加塑性应变）引起的破坏，“虚拟”应力仍然是度量疲劳破坏的一个好方法。

图3-17表示三种碳钢和合金钢低循环疲劳试验结果得到的应力范围-破坏循环次数曲线。这几条曲线说明，在高循环区端部，疲劳强度直接与抗拉强度值有关；而在低循环区域，低碳钢的疲劳强度往往比高强度钢的疲劳强度相对地要高，转折点出现在大约10^4循环次数处。由此可见，从疲劳的观点来看，在低循环区（尤其是10^3循环次数以下）采用高强度钢材是有缺点的。

根据图3-17中应变范围与破坏循环次数（对数值）的直线关系，曼森-柯芬（Manson-Coffin）提出总应变范围与破坏循环次数关系式为：

$$N^m\varepsilon=C \qquad (3-26)$$

式中 ε ——总应变；

N ——破坏循环次数；

m ——指数；

C ——材料常数。

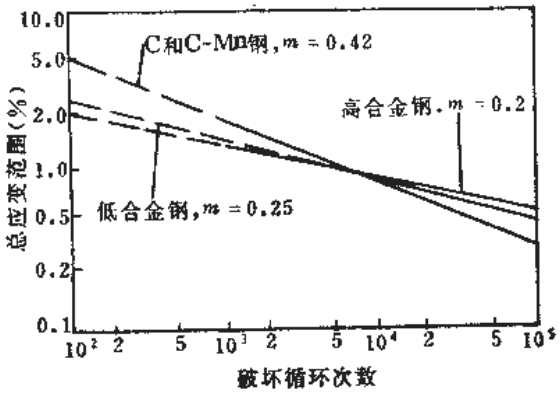


图 3-17 三种钢材的应力范围-破坏循环次数图[57]

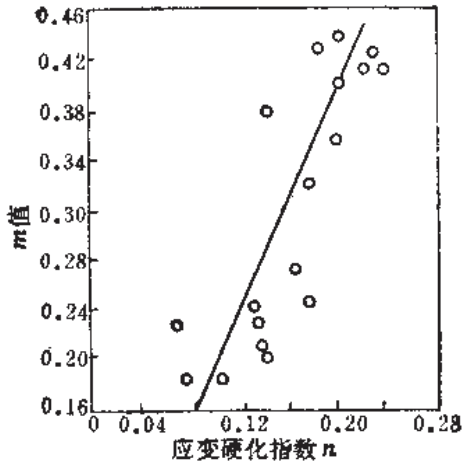


图 3-18 钢的m值与n值的关系[57]

指数m是斜率，与材料种类、试验温度有关。材料进入塑性范围后，指数m与应变硬化指数n有关，如图3-18。

材料常数C与静拉伸试验的断裂延性ε_f（破坏时的真实应变）密切相关。多数试验结果，C值在ε_f与$\varepsilon_f/2$之间，断裂延性ε_f是指断裂时的真实应变，ε_f与断面收缩率ψ(%)的关系，可用经验公式：

$$\varepsilon_f=\ln\frac{100}{100-\psi} \qquad (3-27)$$

式（3-27）是根据断面收缩时材料的体积不变的假设得出的，并与实验测得的ε_f一致。

柯芬对多种材料进行试验，取$m=0.5$，并假设$C=\varepsilon_f/2$，提出：

$$N^{0.5}\varepsilon_p=C \qquad (3\text{-}28)$$

式（3-28）中用塑性应变ε_p代替公式（3-26）的总应变是可行的，因为低碳钢的试验证明，断裂时的真实弹性应变在总应变中只占极小的比重。

疲劳破坏没有明显的塑性变形。疲劳断口表面同时存在着光滑与粗糙两个区域，可以这样理解：当裂纹形成后，在交变应力下，裂纹处的截面时而分开，时而压紧，这一部分截面就好象受到研磨，因而形成断口表面的光滑区，而断口的粗糙区则是最后为脆性破坏的表现。

一般说来，疲劳破坏为穿晶开裂，面晶间开裂则往往是蠕变所造成的。

（二）平均应力对疲劳寿命的影响

以上讲到的疲劳曲线，一般都是以平均应力为零时绘制的，亦即拉伸和压缩为对称应力下进行的，如图3-19。

在实际工程中，往往是平均应力不等于零。因此，还必须考虑平均应力对疲劳寿命的影响，即把交变应力转换成相当于平均应力为零时产生同样破坏效应的应力，该应力称为当量交变应力σ_{eq}。

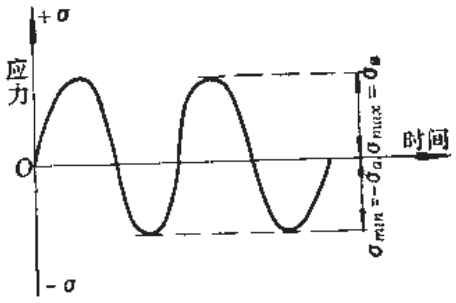


图 3-19　对称交变应力

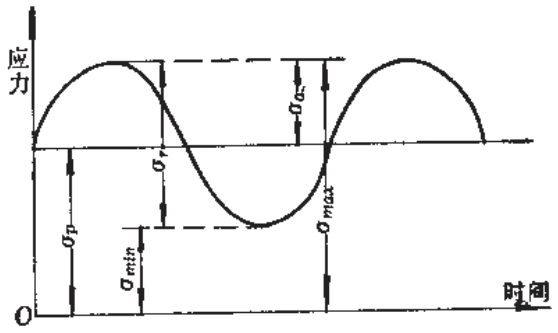


图 3-20　非对称交变应力

图3-20表示平均应力不等于零的非对称交变应力。

平均应力按下式计算：

$$\sigma_p=\frac{1}{2}(\sigma_{max}+\sigma_{min}) \qquad (3\text{-}29)$$

式中　σ_p——平均应力；

σ_{max}——交变应力的最大值（代数值）；

σ_{min}——交变应力的最小值（代数值）。

在对称应力下，平均应力$\sigma_p=0$。

交变应力范围（σ_r）的一半，称为交变应力幅值（σ_a），可按下式计算：

$$\sigma_a=\frac{1}{2}(\sigma_{max}-\sigma_{min}) \qquad (3\text{-}30)$$

实验证明，当平均应力增加时，对于一定交变次数下产生破坏的应力范围要减少，也就是说在非对称的交变应力下，在低应力高周疲劳的情况下，平均应力的增加会导致疲劳

$$\sigma_a=\frac{\sigma_{max}-\sigma_{min}}{2}=\frac{\sigma_s+\sigma_1-\sigma_s}{2}=\frac{\sigma_1}{2}$$

$$\sigma_p=\frac{\sigma_{max}+\sigma_{min}}{2}=\frac{\sigma_s-\sigma_1+\sigma_s}{2}=\sigma_s-\frac{\sigma_1}{2}=\sigma_s-\sigma_a$$

由此可知，对于屈服之后，平均应力发生了变化，由初次加载的$\sigma_p'=\sigma_1/2$降低至真实的平均应力值$\sigma_p=\sigma_s-\sigma_a$，亦即降低$\sigma_1-\sigma_s$。

当荷载产生的应变一直增加到$\varepsilon=2\varepsilon_s$，亦即总的应力范围等于两倍的屈服极限时，$\sigma_a\approx\sigma_s$，此时平均应力又自行调整至零。

图3-23表示平均应力与交变应力幅值的关系。用与座标轴成45°的直线AB把垂直轴和水平轴上的屈服极限值连接起来，如果加载的条件落于三角形OAB外的C点，按对图3-22的分析，平均应力将由于屈服而降低，经过几次交变之后，交变应力幅值不变，而平均应力将减少至AB线的D点对应的数值。

若从水平轴上抗拉强度σ_b值处（E点）引一直线通过D点至垂直轴F点，可得当量交变应力幅值σ_{eq}。由于$\triangle FGD$与$\triangle FOE$相似，即可得到古德曼线图的近似值：

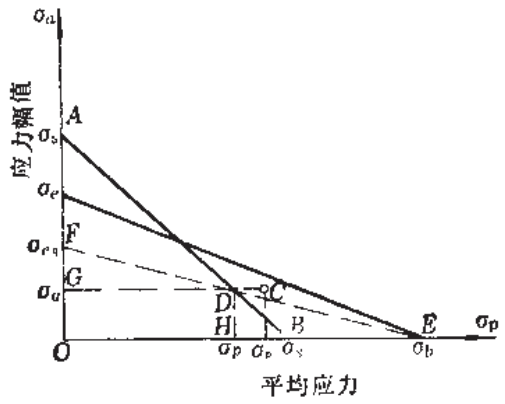


图 3-23　平均应力由于屈服而减少

$$\frac{\sigma_{eq}-\sigma_a}{\sigma_{eq}}=\frac{\sigma_p}{\sigma_b}$$

$$\text{或}\quad \sigma_{eq}=\frac{\sigma_a}{1-\frac{\sigma_p}{\sigma_b}} \qquad (3\text{-}32)$$

管系的拉伸和压缩应力并不是对称的，而且平均应力很难通过计算确定，尤其在有应力松弛的情况下更是如此。因此，往往采用验算应力范围的方法。

（三）疲劳分析的应用简况

各种材料在反复交变应力作用下，都可能发生疲劳裂纹，以至破坏。管系的疲劳破坏是从高应力区域开始的，常常发生在局部应力集中的部位，如三通、弯头、大小头、法兰及与管子的连接处，这些部位的局部应力往往要比管系上一般的应力高得多。当受力最大处的应力超过屈服极限时，晶粒产生滑移，并逐渐发展成微小的裂纹，裂纹两端在交变应力作用下不断扩展，最后导致泄漏与破坏。因此，需要有足够的疲劳强度。

过去，在压力容器和管道设计中，疲劳并没有作为一个重要因素来考虑，主要是认为设计的应力不高，以及不象转动机械承受那样高次数的循环荷载，而且是用塑性良好的低碳钢，能在有限的循环次数中吸收很大的应变能量，疲劳问题并不突出。

近十几年来，各国设计规范普遍有所变动，主要动向表现在安全系数降低，提高了压力容器和管道的设计应力。这样，开孔、接管等处局部峰值应力更高，应变集中，而且由于许多高强度新钢种的应用，在加工制造中往往出现大大小小的裂纹或其它缺陷，从而增加了疲劳的危险性。从实际使用的情况来看，压力容器的事故大多由疲劳引起，管道的疲劳事故也不少，因此，疲劳问题逐渐为人们所重视，普遍开展了疲劳试验研究，而且将疲

劳分析验算引入到设计规范中来。

压力容器和管道的疲劳，主要是压力荷载和热膨胀受约束而产生的。它的主要特征是承受荷载的应力幅值较高，应变也大，而循环次数却较低，例如转动机械考虑疲劳强度的循环次数在10^7或2×10^6次，而压力容器和管道在使用期间内疲劳强度的循环次数在10^4或10^5次以下，因此属于高应变（应力）低周疲劳。

疲劳分析主要是估计峰值应力的影响，限制累积疲劳损伤，确定使用的应力范围和交变循环的次数。疲劳分析采用的疲劳曲线都是基于应变疲劳数据由实验测得的，以求出在一定循环荷载作用下允许的循环次数。图3-24为碳钢、低合金钢和高强度钢的设计疲劳曲线[3]。根据纵座标上的交变应力幅值（σ_a），在横座标可得出相应的循环次数（N）。纵座标上的交变应力幅值为在给定荷载下最大应力范围的一半。对于超过屈服极限的应力，并不代表真实应力值，仍引用“虚拟”的名义应力的一半，或者用总应变的一半来度量，即$\sigma_a=E\varepsilon/2$。其中ε为总应变，它包括弹性应变和塑性应变；E为弹性模数。

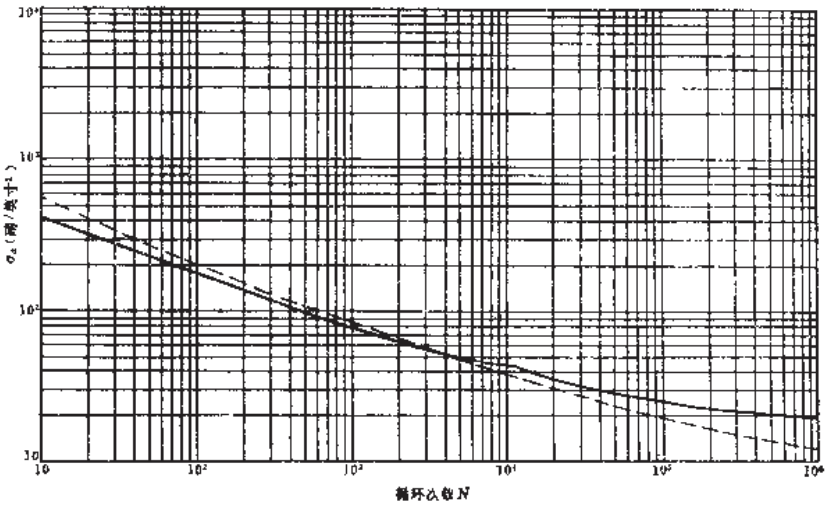


图 3-24　碳钢、低合金钢和高强度钢的设计疲劳曲线（温度不超过700°F）[3]
----抗拉强度≤80.0磅/英寸^2；　　抗拉强度115.0～130.0磅/英寸^2；
抗拉强度在80.0～115.0之间时用插入法；$E=30\times10^6$磅/英寸^2

疲劳曲线由单向应变循环数据得到，数据中的应变值已乘上弹性模数并留有设计裕度，以便将计算出来的应力幅值和许用应力幅值直接进行比较。在设计疲劳曲线上，在必要的地方已对曲线进行修正，包括了平均应力的最大效应。围绕不等于零的平均应力值波动时就是这种情况。

目前，仅对核电厂非蠕变温度下的管道进行疲劳分析验算，而对一般火力发电厂的管道和其它工业企业的热力管道，则还没有采用严格的疲劳分析。

但是，实践已经证明，一般热力管道在局部应力集中部位（如三通、弯管处），也需要控制局部应力的影响。因此，采用了简易的疲劳验算办法。在局部应力集中处，计入应力加强系数，在验算热胀二次应力时，控制一定的许用应力范围和交变循环次数，以防止管道和附件发生疲劳破坏。

管道热胀应力主要是弯曲力矩所产生的应力，因此，在验算一定交变次数下的许用应力范围时，需要取用管道弯曲疲劳试验的数据。

美国管道事业公司Tube Turns早在五十年代就对普通碳钢A106，B级（或ASTM A-53）进行过弯曲疲劳试验[12]。试验的交变次数$N=500\sim500000$次。根据试验结果得出的平均疲劳强度为：

$$\sigma_e'=245000N^{-0.2}$$

式中 σ_e'——平均疲劳强度（磅/英寸^2）；

N——交变循环次数。

如果安全系数取用1.7，可得疲劳强度$\sigma_e=\sigma_e'/1.7$。

A106，B级碳钢在室温下的抗拉强度最小值为$\sigma_b=60000$磅/英寸。

因此，疲劳强度σ_e与抗拉强度σ_b最小值的关系式为：

$$\sigma_e=2.4\sigma_bN^{-0.2}$$

当$N\leqslant2500$次，应力降低系数$f=1$的情况下可得：

$$\sigma_e=0.5f\sigma_b$$

上式表示施加的交变应力幅值不超过$0.5f\sigma_b$，即可满足疲劳强度的要求。

交变次数N与应力降低系数f及疲劳强度的关系如表3-3所列。

表 3-3　　疲劳强度与交变次数

交变次数（N）	应力降低系数（f）	疲劳强度（σ_e）
≤2500	1	$0.5\sigma_b$
至4000	0.9	$0.45\sigma_b$
至7500	0.8	$0.4\sigma_b$
至15000	0.7	$0.35\sigma_b$
至30000	0.6	$0.3\sigma_b$
至75000	0.5	$0.25\sigma_b$
75000以上	0.4	$0.2\sigma_b$

五、非弹性分析

以上的应力分析方法，虽然考虑了一定塑性变形的情况，但从根本上说，仍然是属于弹性应力分析的范畴，它们都是采用控制应力来防止各种可能发生的破坏。这对于温度在540℃及以下的一般热力管道是适用的。但对于在更高温度下工作的管道或者核电厂的高温蠕变管道，由于安全可靠性的要求，或者由于交变应力而产生不可逆的非弹性应变的递增和蠕变一类非弹性变形的影响，就不能不给予特别的重视。因此，非弹性分析逐渐发展起来，并且开始在工程中采用。

（一）应力分区图

一九六七年，Bree对承受内压和交变热应力的薄壁管子，在未考虑蠕变情况下，得出的应力分区图如图3-25[14][15]。

图中符号的意义如下：

σ_1为内压产生的应力，$\sigma_1=\dfrac{P(d+S)}{200S}$ 公斤力/毫米^2；

σ_2为最大弹性热应力（或二次应力），$\sigma_2=\dfrac{E\alpha\Delta t}{200(1-\nu)}$ 公斤力/毫米^2；

E为纯弹性区；

S_1、S_2为安定区，即经过几次塑性变形之后，达到安定；

P为塑性区，即每次交变都有反复的塑性应变，但没有应变的增长；

R_1、R_2为递增区，即每次交变有非弹性应变的增长。

递增是指即使内压应力和热应力各自不产生应变积累的情况下，但由于二者同时交替作用时，每半周期会在断面的一部分产生非弹性应变积累的现象。它发生于当$\sigma_1>\sigma_s^t/2$，$\sigma_1+\sigma_2/4>\sigma_s^t$或$\sigma_1<\sigma_s^t/2$，$\sigma_1\sigma_2>(\sigma_s^t)^2$的情况下。

在R_1区的递增环向应变ε在每个交变为：

$$\varepsilon=\frac{2\sigma_2}{E}\left(1-2\sqrt{\frac{\sigma_s^t-\sigma_1}{\sigma_2}}\right) \qquad (3\text{-}33)$$

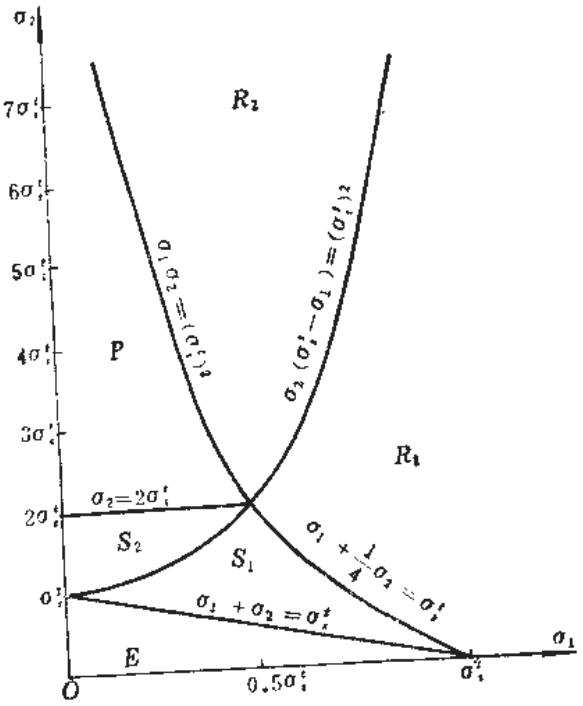


图 3-25 Bree的应力分区图

而R_2区的递增环向应变ε在每个交变为：

$$\varepsilon=\frac{2\sigma_2}{E}\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_s^t}-\frac{\sigma_s^t}{\sigma_2}\right) \qquad (3\text{-}34)$$

当$\sigma_1=0.5\sigma_s^t$，而$\sigma_2=2\sigma_s^t$，则每个交变的递增环向应变$\varepsilon=0$。

但是，当$\sigma_1=0.5\sigma_s^t$，而$\sigma_2=3\sigma_s^t$，每个交变的递增环向应变$\varepsilon=\sigma_s^t/E$。对于20号钢，在350℃下，$\sigma_s^t=16$公斤力/毫米^2，$E_t\approx16000$公斤力/毫米^2，则$\varepsilon=10^{-3}$，亦即10次的交变就能使应变达到1%的限定值。

在蠕变温度领域内，不仅是在R区，即使是在S或P区内，由于蠕变的影响，在高温下弹性应力松弛以后，应变重新分布，也可能引起塑性变形。如果要满足累积应变为零的限定，那么$\sigma_1+\sigma_2$必须小于σ_s^t。由此可以看出，对于在高温蠕变领域工作的管道，采用冷紧措施是十分必要的。

（二）蠕变-疲劳重迭效应的验算

对于非蠕变温度下管道的低周疲劳，由于温度对应变幅值和疲劳寿命的影响很小，为了设计的方便，可以采用修正弹性模数的方法已足够准确。但是，高温时的蠕变现象使疲劳过程复杂化，蠕变-疲劳的重迭作用，使交变下的疲劳强度降低。

以往，蠕变和疲劳强度是各自分别验算的。但是，实际上作用的荷载既不单是蠕变，

也不单是疲劳，而是二者同时作用，并比单独一种作用时寿命要降低。1962年日本平君[22]提出交变与时间迭加之线性破坏的法则，即：

$$\Sigma\left(\frac{n}{N}\right)_j+\Sigma\left(\frac{t}{T}\right)_k\leqslant D \qquad (3\text{-}35)$$

式中 n——当荷载为 j 时的实际交变次数；

N——当荷载为 j 时的许用交变次数；

t——当荷载为 k 时的持续运行时间；

T——当荷载为 k 时在一定应力强度（对于弹性分析）或一定有效应力（对于非弹性分析）的许用时间；

D——总的蠕变-疲劳损伤许用值。

上式是一种粗略的估计，实际上，它并没有在塑性损伤中将蠕变损伤的影响划分出来，上式第一项在低周疲劳就已包括有一些蠕变损伤。1971年美国 Manson[7]提出了一种蠕变-疲劳应变范围的划分方法。该方法将非弹性应变范围划为四部分，如表3-4。

表 3-4　　非弹性应变范围的划分

拉伸或压缩 / 应变划分种类	拉伸应变	压缩应变
$\Delta\varepsilon_{pp}$	塑性	塑性
$\Delta\varepsilon_{pc}$	塑性	蠕变
$\Delta\varepsilon_{cp}$	蠕变	塑性
$\Delta\varepsilon_{cc}$	蠕变	蠕变

对于SS316不锈钢在1300°F（707℃）下试验每种应变范围划分之应变与交变次数的关系，如图3-26。

若 n 为实际交变次数，N 为破坏交变次数，即：

$$\left(\frac{n}{N}\right)_{pp}+\left(\frac{n}{N}\right)_{pc}+\left(\frac{n}{N}\right)_{cp}+\left(\frac{n}{N}\right)_{cc}=1 \qquad (3\text{-}36)$$

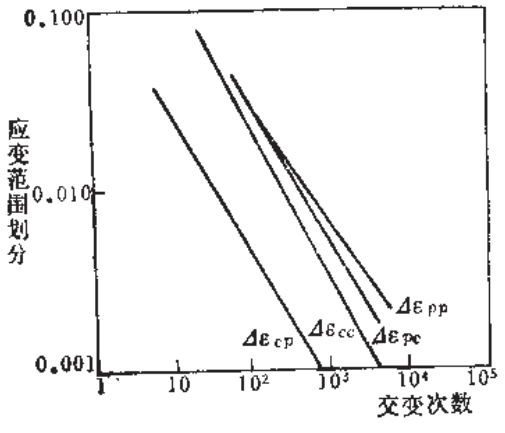


图 3-26　SS316钢应变范围划分与交变次数的关系

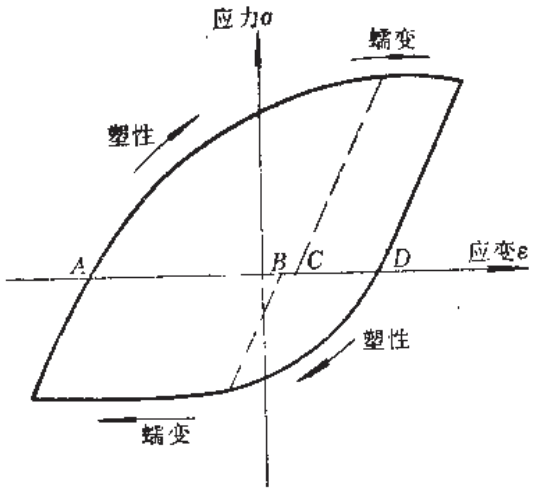


图 3-27　塑性与蠕变应力-应变滞回环

图3-27为应力-应变的关系，若拉伸的非弹性应变AD，可以划分为塑性应变AC和蠕变应变CD。同样，压缩应变DA也可以划分为塑性应变DB和蠕变应变BA。

一般说来，两个塑性部分AC和DB或两个蠕变部分CD和BA都不等，而只需要整个拉伸应变等于整个压缩应变，因为它是闭合滞回环。全返回的塑性应变范围$\Delta\varepsilon_{pp}$为两个塑性部分的较小者，在本例为DB。全返回的蠕变应变范围$\Delta\varepsilon_{cc}$为两个蠕变部分的较小者，即CD。其差为$\Delta\varepsilon_{pc}$或$\Delta\varepsilon_{cp}$。本例的数值为$\Delta\varepsilon_{pc}$，因为拉伸塑性应变大于压缩塑性应变。采用此应变范围划分之总和不一定等于总的非弹性应变范围（或滞回环之宽度）。

应用应变范围划分的方法，需要大量的试验研究工作。目前还未能在工程上广泛应用。

试验证明，对于540℃及以下的管系，只要采用冷紧措施使运行初期的热胀当量应力不大于计算温度下的屈服极限，或者是热胀应力能很快地松弛下来不出现弹性转移和应变集中的情况，疲劳破坏还是起主要作用，可以只验算许用应力范围，不必验算蠕变-疲劳的重迭作用。但是，对于大于560℃的高温管道，还得进行蠕变-疲劳的验算。

当采用非弹性分析来计算总的应变时，对于应变的限定为[4]：

（1）管道壁厚的平均应变不得大于1%；

（2）管道承受近似线性分布的弯曲应变，其表面不得大于2%；

（3）管道任何一点的局部应变不得大于5%。

（三）弹性转移与局部过应变

当结构中只有一小部分是在非弹性应变情况下，而主要部分还是在弹性状态时，计算荷载作用下的力、应力和应变就要考虑到整个结构系统的特性。因为在这种情况下，会产生弹性转移，使局部应变集中。

弹性转移一般是指结构刚性大的部分与刚性小的部分串联的情况下，作用于结构两端的热胀应变随着时间的推延而再分布，刚性大的那部分应变变小，而集中到刚性小的那部分去了，使刚性小的那部分应变增大。这种现象可用图3-28的简单例子来说明。断面积不同的两根棒A和B。当加上荷载后，棒A和B都产生弹性应变。B棒由于截面小，应力相当高而先产生屈服，再加以结构是在蠕变温度下，应力高的B棒就要比A棒产生较大的蠕变现象。如果B棒两端都是固定的，在产生蠕变的同时，就有应力松弛的现象。但是，这两个棒是在串联的情况下，由于A棒中还留有弹性应变，而随着B棒的屈服和蠕变变形的应变，A棒的弹性转移而伸长，使B棒的应力不能松弛下来。

尽管热胀应力本身是属于有自限性的二次应力，但在弹性转移较大的情况下，由于不产生较大的塑性变形和应力松弛，就好象是一次应力的作用一样。因此，在管系设计时，应注意避免产生弹性转移的情况[2]，例如：

（1）小管径与大管径或与刚性较大的管于串联，面使小管具有较高的应力；

（2）局部缩小断面或尺寸，或局部采用强度较差的钢材；

（3）管系的布置使大部分的管线靠近零力矩线，使很小部分偏离它，而又要吸收大部分的热胀应变，等等。

以上情况尤其是采用延性差的材料时更应重视。若确实不能避免，就应采用有效措

施，例如加限位支吊架或应用合理的冷紧方法等。

关于弹性转移的计算和对它的限定，还没有达到工程实用的程度，尚有待进一步研究。

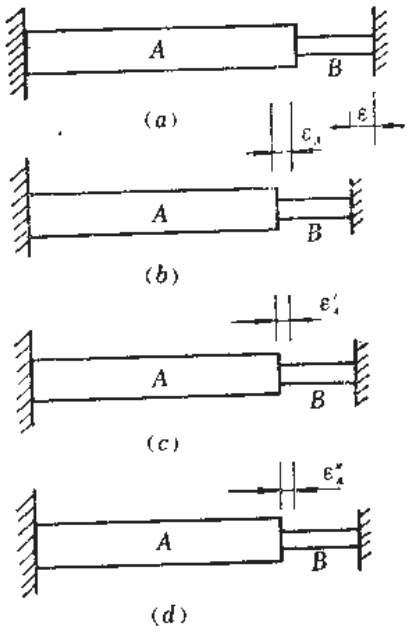


图 3-28　用棒的构件来说明弹性转移与应变集中

(a)无应变；(b)弹性应变$\varepsilon_B=\varepsilon-\varepsilon_A$；(c)当$B$棒屈服时实际初应变$\varepsilon'_B=\varepsilon-\varepsilon'_A$；

(d)蠕变后实际应变$\varepsilon''_B=\varepsilon-\varepsilon''_A$

六、实验应力分析

实验应力分析法，一方面是为理论应力分析提供依据或作为理论应力分析的实验验证；另一方面，是用来解决理论应力分析难以解决的特殊问题。采用实验应力分析，可以比较准确地给出其应力分析的图象。

常用的实验应力分析方法有：

（1）应变计。最好是配合应力涂漆或其它的脆性涂漆，以帮助确定应变片的位置。

（2）二维和三维光弹性。

（3）光应力。

在应用实验应力分析时，正确地使用实验方法和判据将是十分重要的。

在没有成熟的理论应力分析可供应用以前，大多用实验测得应力数据，求得有关部件的尺寸和最大应力加强系数，作为暂时衡量的标准。

第四章　承受内压的管子壁厚计算

第一节　管壁应力分析

当管子内存在均匀分布的压力时，在管壁上任何一点的应力状态，是由作用于该点上三个互相垂直的主应力决定的（如图4-1所示），其中一个主应力沿管壁圆周的切线方向，通常称内压周向应力（σ_{zx}）；第二个主应力平行于管子轴线方向，称为内压轴向应力（σ_{zh}）；第三个主应力是沿着管壁的直径方向，称为内压径向应力（σ_{jx}）。从一般材料力学中可以找到这些主应力的计算公式：

$$\sigma_{zx}=\frac{P_{js}r_n^2\left(1+\frac{r_w^2}{r^2}\right)}{r_w^2-r_n^2} \qquad (4\text{-}1)$$

$$\sigma_{zh}=\frac{P_{js}r_n^2}{r_w^2-r_n^2} \qquad (4\text{-}2)$$

$$\sigma_{jx}=\frac{P_{js}r_n^2\left(1-\frac{r_w^2}{r^2}\right)}{r_w^2-r_n^2} \qquad (4\text{-}3)$$

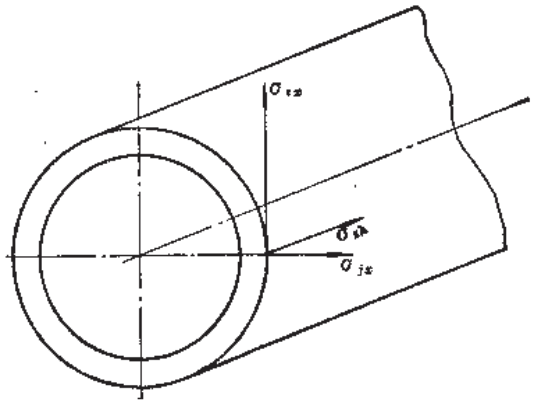


图 4-1　管子承受内压力时的应力状态

式中　σ_{zx}——内压周向应力（公斤力/厘米²）；

σ_{zh}——内压轴向应力（公斤力/厘米²）；

σ_{jx}——内压径向应力（公斤力/厘米²）；

P_{js}——计算压力（公斤力/厘米²）；

r_w——管子外壁半径（厘米）；

r_n——管子内壁半径（厘米）；

r——管壁上任一计算点半径（厘米）。

由式（4-1）和（4-3）可以证明，内压周向应力和内压径向应力是一个随半径 r 值而定的变数。在管子内壁，即$r=r_n$时，内压径向应力为最大值；而在管子外壁，即$r=r_w$时，内压周向应力为最小值。由此可以得到：

当$r=r_n$时，

$$\sigma_{zxmax}=\frac{P_{js}(r_w^2+r_n^2)}{r_w^2-r_n^2}\text{或}\ \sigma_{zxmax}=\frac{P_{js}(D_w^2+D_n^2)}{D_w^2-D_n^2} \qquad (4\text{-}1a)$$

当$r=r_w$时，

$$\sigma_{zxmin}=\frac{2P_{js}r_n^2}{r_w^2-r_n^2}\text{或}\ \sigma_{zxmin}=\frac{2P_{js}D_n^2}{D_w^2-D_n^2} \qquad (4\text{-}1b)$$

式中　D_w——管子外径（厘米）；

D_n——管子内径（厘米）。

如果用 β 值表示管子外径与管子内径的比值，则式（4-1a）和（4-1b）可分别改写为：

$$\sigma_{zxmax}=\frac{P_{fs}(\beta^2+1)}{\beta^2-1} \qquad (4\text{-}1c)$$

$$\sigma_{zxmin}=\frac{2P_{fs}}{\beta^2-1} \qquad (4\text{-}1d)$$

从求内压周向应力的计算公式可以断定，内压周向应力永远带正号，即它永远是拉应力。图4-2表示内压周向应力沿管壁的分布情况。

由式（4-1c）和（4-1d）可以看出，内压周向应力的最大值与最小值之比，有下列关系：

$$\frac{\sigma_{zxmax}}{\sigma_{zxmin}}=\frac{\beta^2+1}{2} \qquad (4\text{-}4)$$

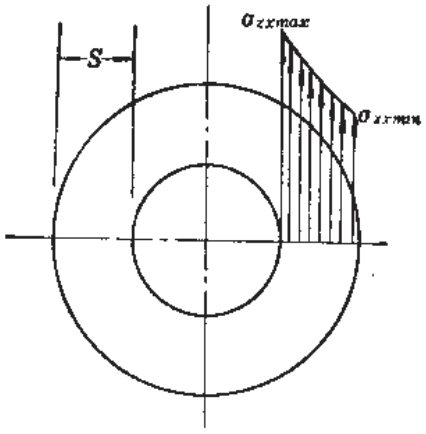


图 4-2　内压周向应力沿管壁分布图

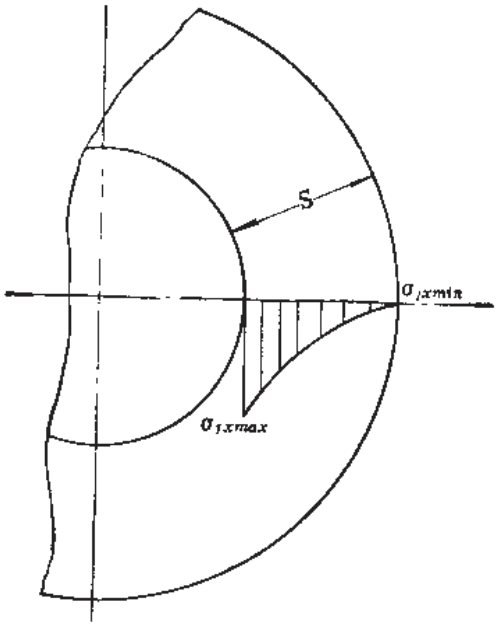


图 4-3　内压径向应力沿管壁分布图

式（4-4）表明，当管子的外径或内径保持不变时，随壁厚增加，这个比值也跟着增加。根据这个比值大小，通常可以把管子划分为厚壁管和薄壁管两类，即$\beta\leqslant1.1$的管子为薄壁管，它的内压周向应力最大值与最小值之比不超过1.105，一般假设在管壁上均匀分布；而$\beta>1.1$的管子称为厚壁管，它的内压周向应力最大值与最小值之比就大得多，例如，当$\beta=1.4$时，这个比值约为1.5。

关于内压径向应力，由式（4-3）可以看出，在管子内壁，即$r=r_n$时，绝对值为最大值；而在管子外壁，即$r=r_w$时，绝对值为最小值，并等于零。因为$r<r_w$，所以内压径向应力永远带负号（内压径向应力等于零除外），它永远是压应力。由此可得：

当$r=r_n$时，

$$\sigma_{jxmax}=-P_{fs} \qquad (4\text{-}3a)$$

当$r=r_w$时，

$$\sigma_{jxmin}=0 \qquad (4\text{-}3b)$$

这样，在管子内壁上内压径向应力的绝对值等于介质的内压力；在管子外壁上内压径向应力为零。图4-3表示管壁上内压径向应力分布情况。

关于内压轴向应力，从式（4-2）可以看出，它与半径r无关，沿管壁上是均匀分布

的，如图4-4所示。

式（4-2）也可以用直径的形式表示：

$$\sigma_{zh}=\frac{P_{js}D_n^2}{D_w^2-D_n^2} \qquad (4\text{-}2a)$$

从式（4-2）还可以看出，内压轴向应力永远带正号，即永远是拉应力。如果用β值来表示σ_{zh}，由（4-2）可得：

$$\sigma_{zh}=\frac{P_{js}}{\beta^2-1} \qquad (4\text{-}2b)$$

如果求内压周向应力与内压轴向应力的比值，可以找到下列关系式：

$$\frac{\sigma_{zx}}{\sigma_{zh}}=\frac{r^2+r_w^2}{r^2} \qquad (4\text{-}5)$$

对于管子内壁，这个比值为：

$$\frac{r^2+r_w^2}{r^2}=\beta^2+1 \qquad (4\text{-}5a)$$

对于管子外壁，这个比值为：

$$\frac{r^2+r_w^2}{r^2}=2 \qquad (4\text{-}5b)$$

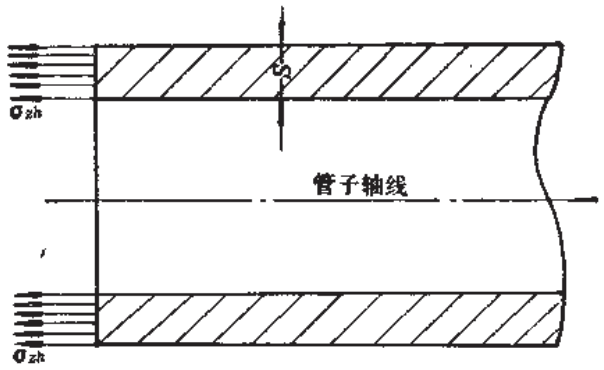


图 4-4　内压轴向应力沿管壁分布图

由此可以看出，承受内压的管子周向应力与轴向应力的比值最小为2，且在管子外壁；而管子内壁，这个比值永远大于2，而且β值越大，这个比值也越大。

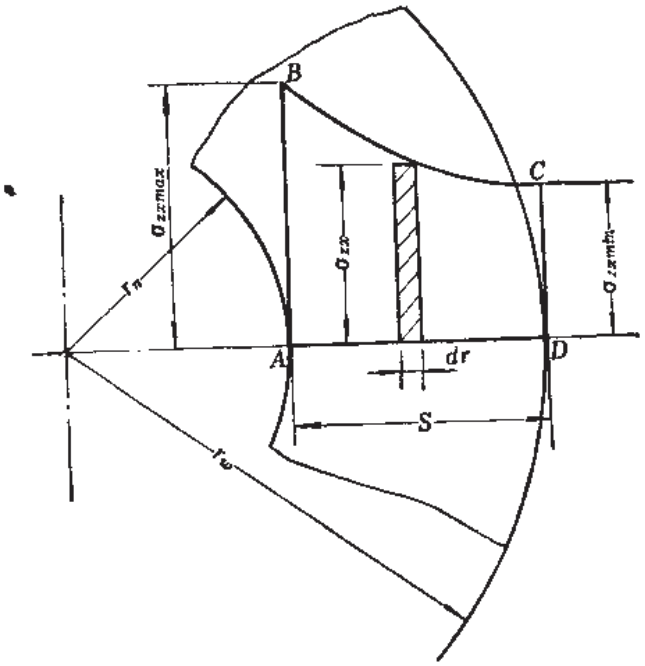


图 4-5　平均内压周向应力计算图

从以上的应力分析可以看出，承受内压的管子在这三个方向的应力中，内压周向应力始终为最大值，它对管子强度将起决定的作用；在一般情况下，径向应力为最小值，轴向应力介于两者之间；但当管子外径与内径比值（β值）大于1.42时，管子内壁的内压径向应力将大于内压轴向应力。

在实际应用中，为了计算的方便，研究承受内压管子的平均应力，将有重要的意义。

平均内压周向应力（如图4-5），是指以面积$ABCD$除以AD的一个应力值。图中BC是内压周向应力沿壁厚变化曲线；AB和CD分别代表内壁的最大应力和外壁的最小应力，而AD代表壁厚。如果把面积$ABCD$分成许多个矩形时，它的一边代表某一点的内压周向应力，而另一边代表半径r的无限小的变量，则无限小的

$$\sigma_{jxp}=-\frac{P_{js}D_n}{2(D_n+S)} \qquad (4\text{-}7a)$$

如果略去式（4-7a）分母中的S，则该式可简化为：

$$\sigma_{jxp}=-\frac{P_{js}}{2} \qquad (4\text{-}7b)$$

按式（4-7b）计算会使平均内压径向应力的绝对值偏高，$\beta=1.1$时，偏高5%，而$\beta=2$时，偏高50%。简化了的式（4-7b）相当于用算术平均法求平均内压径向应力的公式。在塑性变形条件下，由于应力趋向“均衡化”，内压径向应力沿壁厚基本上是沿直线分布的，因而实际误差更小，往往得到应用。

根据上述应力分析，承受内压的管壁主应力计算公式可以归纳为四组方程式，并列于表4-1。

表 4-1　　承受内压的管壁主应力计算公式表

应　力	管子内壁应力 $r=r_n$	管子外壁应力 $r=r_w$	管壁平均应力	简化的管壁平均应力
内压周向应力	$\frac{P_{js}(\beta^2+1)}{\beta^2-1}$	$\frac{2P_{js}S}{\beta^2-1}$	$\frac{P_{js}D_n}{2S}$	$\frac{P_{js}D_n}{2S}$
内压轴向应力	$\frac{P_{js}S}{\beta^2-1}$	$\frac{P_{js}S}{\beta^2-1}$	$\frac{P_{js}D_n^2}{4S(D_n+S)}$	$\frac{P_{js}D_n*}{4S}$
内压径向应力	$-P_{js}$	0	$-\frac{P_{js}D_n}{2(D_n+S)}$	$-\frac{P_{js}*}{2}$

注　表中*为近似公式。

第二节　管子壁厚计算

一、管子理论壁厚计算式

管子理论壁厚是指按照强度条件求解的承受内压管子所需的最小壁厚。

从管壁应力分析可以看出，承受内压的管子是处在复杂的应力状态下，它的强度是由那些主应力的联合作用决定的。因此，由于求解其组合应力所采用的强度理论不同，管子理论壁厚计算公式也不同。

1.按最大主应力强度理论确定管子理论壁厚计算公式

这个强度理论认为，材料的失效或破坏，只取决于绝对值最大的主应力。由管壁应力分析得知，在内压作用下产生的内压周向应力、内压轴向应力和内压径向应力中，以内壁的内压周向应力为最大值。因此，按照这个强度理论的强度条件为：

$$\sigma_{zn}=P_{js}\frac{\beta^2+1}{\beta^2-1}\leqslant[\sigma]_j^t \qquad (4\text{-}8)$$

式中 σ_{zxn}——内壁的内压周向应力；

$[\sigma]_j^t$——钢材在计算温度下的基本许用应力。

由于$\beta=\frac{D_w}{D_n}$，$D_w=D_n+2S$，即$\beta=\frac{D_n+2S}{D_n}$，将β值代入式（4-8）即得出按内壁应力计算的管子理论壁厚计算式：

$$S_{inI}=\left(\sqrt{\frac{[\sigma]_j^t+P_{js}}{[\sigma]_j^t-P_{js}}}-1\right)\frac{D_n}{2} \qquad (4\text{-}9)$$

式中 S_{inI}——按照最大主应力强度理论，由内壁应力确定的管子理论壁厚。

若按管壁平均应力计算管子理论壁厚时，这个强度理论的强度条件为：

$$\sigma_{zxp}=P_{js}\frac{D_n}{2S}\leqslant[\sigma]_j^t \qquad (4\text{-}10)$$

式中 σ_{zxp}——管壁平均内压周向应力。

按平均应力计算的管子理论壁厚公式则为：

$$S_{ipI}=\frac{P_{js}D_n}{2[\sigma]_j^t} \qquad (4\text{-}11)$$

或

$$S_{ipI}=\frac{1}{2}\frac{P_{js}D_w}{[\sigma]_j^t+P_{js}} \qquad (4\text{-}11a)$$

式中 S_{ipI}——按照最大主应力强度理论，由管壁平均应力确定的管子理论壁厚。

2.按最大变形强度理论确定管子理论壁厚计算公式

这个强度理论认为，材料的失效或破坏，取决于最大的变形值。管子承受内压的最大拉伸变形，由广义虎克定律可得：

$$\varepsilon_{max}=\frac{1}{E}[\sigma_{zx}-\nu(\sigma_{zh}+\sigma_{jx})]$$

式中 ε_{max}——最大变形值；

ν——泊松比。

而轴向拉伸（或压缩）时许用拉伸变形与基本许用应力的关系为：

$$[\varepsilon]=\frac{[\sigma]_j^t}{E}$$

式中 $[\varepsilon]$——许用拉伸变形。

由最大变形强度理论的强度条件$\varepsilon_{max}\leqslant[\varepsilon]$可得：

$$\frac{1}{E}[\sigma_{zx}-\nu(\sigma_{zh}+\sigma_{jx})]\leqslant\frac{[\sigma]_j^t}{E}$$

即

$$[\sigma_{zx}-\nu(\sigma_{zh}+\sigma_{jx})]\leqslant[\sigma]_j^t \qquad (4\text{-}12)$$

如果将求解管壁三个主应力的公式（4-1a）、（4-2a）、（4-3a）代入（4-12），可得到按最大变形强度理论确定的管子理论壁厚的计算公式：

$$S_{inII}=\frac{D_n}{2}\left[\frac{[\sigma]_j^t+0.4P_{js}}{[\sigma]_j^t-1.3P_{js}}-1\right] \qquad (2\text{-}13)$$

式中 S_{inII}——按最大变形强度理论，由内壁应力确定的管子理论壁厚。

如果以管壁三个平均主应力公式（4-6a）、（4-2a）、（4-7b）代入式（4-12），可得到按平均应力求解管子理论壁厚的公式：

$$S_{tpII}=\frac{D_n}{2}\left[\frac{1+\sqrt{4\left(\frac{[\sigma]_j^t}{P_{js}}\right)^2+\frac{1.6[\sigma]_j^t}{P_{js}}+0.67}}{2\left(\frac{[\sigma]_j^t}{P_{js}}-0.15\right)}-1\right] \qquad (4\text{-}14)$$

式中 S_{tpII}——按最大变形强度理论，由管壁平均应力确定的管子理论壁厚。

当粗略计算内压轴向应力时，由式（4-2d）与（4-6a）相比较得：$\sigma_{zhp}\approx\frac{1}{2}\sigma_{zxp}$。因此，可得到按平均应力求解管子理论壁厚的近似公式：

$$S_{tpII}=\frac{0.425P_{js}D_n}{[\sigma]_j^t-0.15P_{js}} \qquad (4\text{-}15)$$

3.按最大剪应力强度理论确定管子理论壁厚计算公式

这个强度理论认为，材料失效或破坏，取决于最大剪应力。对于承受内压的管子，在一般情况下，管壁上三个主应力中，内压周向应力最大，内压轴向应力次之，内压径向应力最小，即$\sigma_{zx}>\sigma_{zh}>\sigma_{jx}$。因此，强度条件为：

$$\sigma_{zx}-\sigma_{jx}\leqslant[\sigma]_j^t \qquad (4\text{-}16)$$

如果以式（4-1a）、（4-3a）代入（4-16），即得由内壁应力确定的管子理论壁厚计算公式：

$$S_{tnIII}=\frac{D_n}{2}\left(\sqrt{\frac{[\sigma]_j^t}{[\sigma]_j^t-2P_{js}}}-1\right) \qquad (4\text{-}17)$$

式中 S_{tnIII}——按照最大剪应力强度理论，由内壁应力确定的管子理论壁厚。

若以管壁平均应力的公式（4-6a）、（4-7b）代入式（4-16），可得到由平均应力确定的理论壁厚计算公式：

$$S_{tpIII}=\frac{P_{js}D_n}{2[\sigma]_j^t-P_{js}} \qquad (4\text{-}18)$$

或

$$S_{tpIII}=\frac{P_{js}D_w}{2[\sigma]_j^t+P_{js}} \qquad (4\text{-}19)$$

式中 S_{tpIII}——按照最大剪应力强度理论，由管壁平均应力确定的管子理论壁厚。

式（4-18）、（4-19）分别为工程上常用的以管子内径或外径计算管子理论壁厚的公式。

4.按变形能强度理论确定管子理论壁厚计算公式

这个强度理论认为，材料的失效或破坏，取决于单位体积的变形所积成的位能值。承受内压的管子，在管壁上产生的三个主应力所积成的位能值为：

$$u_f=\frac{1+\nu}{3E}(\sigma_{zx}^2+\sigma_{zh}^2+\sigma_{jx}^2-\sigma_{zx}\sigma_{zh}-\sigma_{zh}\sigma_{jx}-\sigma_{jx}\sigma_{zx})$$

在轴向拉伸时，单位体积的变形所积成的位能许用值与基本许用应力的关系为：

$$[u_f]=\frac{1+\nu}{3E}([\sigma]_j^t)^2$$

式中 u_f——单位体积的变形所积成的位能值；

$[u_f]$——单位体积的变形所积成的位能许用值。

因此，变形能强度理论的强度条件为：

$$\sigma_{zx}^2+\sigma_{zh}^2+\sigma_{fx}^2-\sigma_{zx}\sigma_{zh}-\sigma_{zh}\sigma_{fx}-\sigma_{fx}\sigma_{zx}\leqslant([\sigma]_f^t)^2 \qquad (4\text{-}20)$$

如果以式（4-1a）、（4-2a）、（4-3a）代入式（4-20），即得到以内壁应力确定的管子理论壁厚计算公式：

$$S_{lnIV}=\frac{D_n}{2}\left[\sqrt{\frac{[\sigma]_f^t}{[\sigma]_f^t-\sqrt{3}P_{fs}}}-1\right] \qquad (4\text{-}21)$$

如果以管壁平均应力公式（4-6a）、（4-2a）、（4-7b）代入式（4-20），可得到由平均应力确定的管子理论壁厚公式：

$$S_{lpIV}=\frac{D_n}{\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3}}}\sqrt{\frac{16([\sigma]_f^t)^2}{P_{fs}^2}-1}-1}$$

但在一般情况下，上式根号中$\frac{16([\sigma]_f^t)^2}{P_{fs}^2}$远大于1，如果略去根号的1，经整理得：

$$S_{lpIV}=\frac{P_{fs}D_n}{2.3[\sigma]_f^t-P_{fs}} \qquad (4\text{-}22)$$

或

$$S_{lpIV}=\frac{P_{fs}D_w}{2.3[\sigma]_f^t+P_{fs}} \qquad (4\text{-}23)$$

式中 S_{lnIV}——按变形能强度理论，由内壁应力确定的管子理论壁厚；

S_{lpIV}——按变形能强度理论，由管壁平均应力确定的管子理论壁厚。

5.管子理论壁厚计算公式的比较

将上述四个强度理论导出的承受内压的管子理论壁厚计算公式汇总列于表4-2。

为了便于比较，令$\alpha=\frac{P_{fs}}{[\sigma]_f^t}$，$\beta=\frac{D_w}{D_n}$，可以从表4-2所列各种计算公式得出$\alpha$与$\beta$的函数关系，将不同强度理论求解$\beta$值的公式列于表4-3。

利用表4-3所列公式，可以绘制如图4-6的曲线[46]。这些曲线可以表明按不同强度理论计算管子壁厚时，管子外径与内径比值β和计算压力与基本许用应力比值α的关系。

α值$\left(即\frac{P_{fs}}{[\sigma]_f^t}\right)$从0.01到大约0.15，相当于10～200公斤力/厘米²的介质压力和等于饱和温度的介质温度下通常采用的钢号和它的基本许用应力，α值大于0.15，相当于较高压力的过热蒸汽管道。因为在介质温度高时，基本许用应力值低，压力增高，则α值增大。

从图4-6可以看出，在低压和低温下，按任一强度理论和以最大应力或平均应力计算，对计算结果的影响较小；当介质温度增高，由于基本许用应力降低，其差别就较大。

图4-6还表明，在某一介质参数区域内，按最大主应力强度理论以管壁平均应力确定的管子壁厚，能很好地与别的理论求出的壁厚相符合。

按最大主应力强度理论导出的管子壁厚计算公式，曾使用过相当长的时期，因为对于

表 4-2　　不同强度理论的管子理论壁厚计算公式

强度理论	强度条件	由管子内壁最大应力计算的理论壁厚	由管壁平均应力计算的理论壁厚
最大主应力理论	$\sigma_{max}\leqslant[\sigma]_j^t$	$S_{lh}=\frac{D_n}{2}\left[\sqrt{\frac{[\sigma]_j^t+P_{js}}{[\sigma]_j^t-P_{js}}}-1\right]$	$S_{lp}=\frac{P_{js}D_n}{2[\sigma]_j^t}$
最大变形理论	$\varepsilon_{max}\leqslant[\varepsilon]$	$S_{lh}=\frac{D_n}{2}\left[\sqrt{\frac{[\sigma]_j^t+0.1P_{js}}{[\sigma]_j^t-1.3P_{js}}}-1\right]$	$S_{lp}=\frac{D_n}{2}\left[\frac{1+\sqrt{\frac{4([\sigma]_j^t)^2}{P_{js}^2}+\frac{1.6[\sigma]_j^t}{P_{js}}+0.67}}{2\left(\frac{[\sigma]_j^t}{P_{js}}-0.15\right)}-1\right]$
最大剪应力理论	$\sigma_1>\sigma_2>\sigma_3$ $\sigma_1-\sigma_3\leqslant[\sigma]_j^t$	$S_{lh}=\frac{D_n}{2}\left[\sqrt{\frac{[\sigma]_j^t}{[\sigma]_j^t-2P_{js}}}-1\right]$	$S_{lp}=\frac{P_{js}D_n}{2[\sigma]_j^t-P_{js}}$ 或 $S_{lp}=\frac{P_{js}D_w}{2[\sigma]_j^t+P_{js}}$
变形能理论	$u_f\leqslant[u_f]$	$S_{lh}=\frac{D_n}{2}\left[\sqrt{\frac{[\sigma]_j^t}{[\sigma]_j^t-\sqrt{3}P_{js}}}-1\right]$	$S_{lp}=\frac{P_{js}D_n}{2.3[\sigma]_j^t-P_{js}}$ * 或 $S_{lp}=\frac{P_{js}D_w}{2.3[\sigma]_j^t+P_{js}}$

* 为经过适当简化的计算公式。

表 4-3　　不同强度理论的β与α的函数关系

强度理论	以管子内壁最大应力计算	以管壁平均应力计算
最大主应力理论	$\beta=\sqrt{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}}$	$\beta=\alpha+1$
最大变形理论	$\beta=\sqrt{\frac{1+0.4\alpha}{1-1.3\alpha}}$	$\beta=\frac{0.85\alpha}{1+0.15\alpha}+1$
最大剪应力理论	$\beta=\sqrt{\frac{1}{1-2\alpha}}$	$\beta=\frac{2\alpha}{2-\alpha}+1$
变形能理论	$\beta=\sqrt{\frac{1}{1-\sqrt{3}\alpha}}$	$\beta=\frac{2}{\sqrt{\frac{16-\alpha^2}{3\alpha^2}}}+1$

薄壁管或容器（$\beta\leqslant1.1$），内壁与外壁的内压周向应力梯度较小，按它计算时误差并不大，因而，不少外国标准、规范都曾经采用这个公式来计算管子壁厚。例如，苏联在1956年以前的《锅炉受压元件强度计算标准》，美国在1968年以前的ASME《锅炉及压力容器

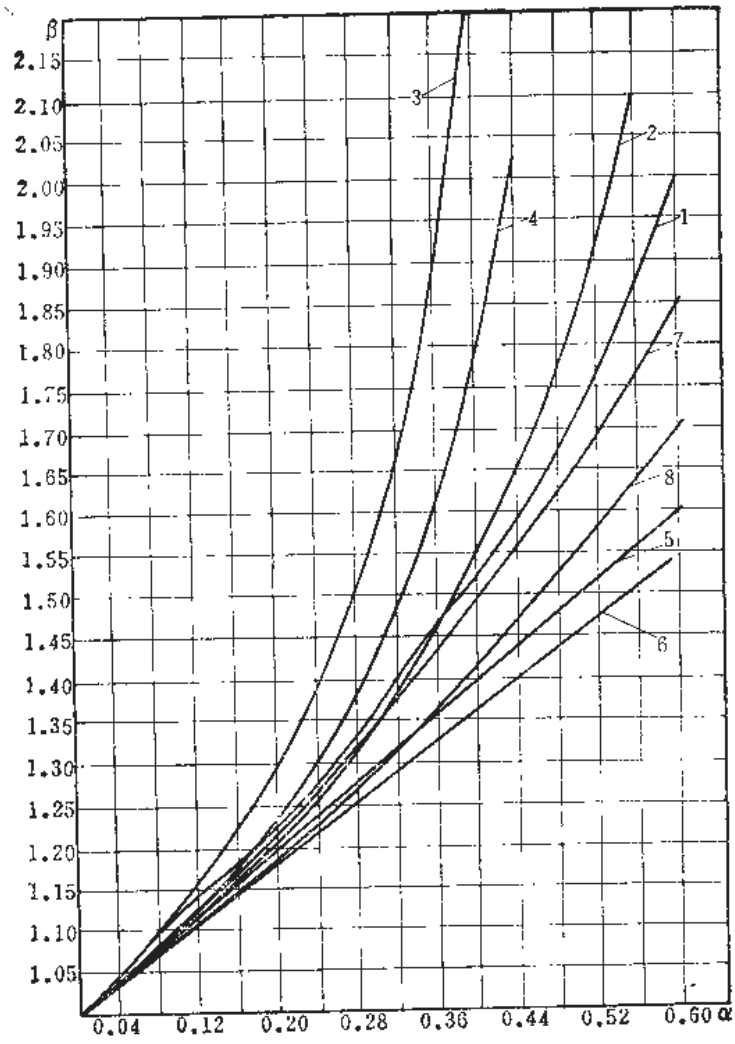


图 4-6　按不同强度理论和以管壁最大应力或平均应力计算壁厚时，β 值与 α 值关系曲线

曲线1—按最大主应力理论，以管子内壁最大应力计算；曲线2—按最大变形理论，以管子内壁最大应力计算；曲线3—按最大剪应力理论，以管子内壁最大应力计算；曲线4—按变形能理论，以管子内壁最大应力计算；曲线5—按最大主应力理论，以管壁平均应力计算；曲线6—按最大变形理论，以管壁平均应力计算；曲线7—按最大剪应力理论，以管壁平均应力计算；曲线8—按变形能理论，以管壁平均应力计算

规范》，瑞典在1967年以前的《压力容器规范》，都采用最大主应力理论来计算壁厚。但是，这个强度理论，对于塑性材料不能很好地为实验所证实。按照这个理论，实际上是以最大许用应力作为内壁的危险状态，不出现屈服点，即整个管壁都处在弹性状态，显然，这对于材料的利用是不充分的。

最大变形强度理论，一直很少在锅炉受压元件和管道计算中应用。

最大剪应力理论和变形能强度理论，能够较好地符合塑性材料破坏的情况，它同按照极限分析和用塑性条件推导的管子理论壁厚计算公式能一致。例如，按最大剪应力理论以平均应力推导的公式与按屈斯卡塑性条件经适当简化的公式一致，按变形能强度理论以平均应力推导的公式与按米塞斯塑性条件经适当简化的公式一致。用它们来计算管子壁厚，可以比较充分地利用管子的承载能力。如第二章所述的实验和实践证明，运用最大剪应力强度理论推导的管子理论壁厚公式，能与实践更好地符合，所以，世界各国都先后采用按最大剪应力强度理论推导的管子理论壁厚计算公式。

对于在工程上使用的管子理论壁厚计算公式，除要考虑其准确性以外，还要考虑使用上的方便，即要求条件式简单。所以，一般都没有用内壁最大应力推导的公式，而是采用以管壁平均应力推导的公式，同时控制一定的使用条件，以使管子内外壁应力差在安全范围内，即应用式（4-18）、（4-19）两个按最大剪应力强度理论以管壁平均应力推导的公式。

6.管子理论壁厚计算公式的使用条件

从管子理论壁厚计算公式推导过程可以看出，起决定作用的是内压周向应力。但是，内压周向应力沿管壁厚度分布是不均匀的。如图4-2和式（4-4），在一定的外径或内径情况下，随着管子壁厚的增加，内壁与外壁的内压周向应力相差更大，而且内壁应力将显著地大于平均应力，如果使用条件不加以限制，内壁最大应力有可能使内壁产生屈服并导致大面积的塑性变形，以致管子失效或破坏。为了控制内壁最大应力不造成管壁大面积屈服，在应用平均应力推导的管子理论壁厚计算公式时，往往对使用的管子壁厚或者管子外径与内径的比值加以限制。至于限制的范围，可以根据不同外径与内径比值下内壁应力超出平均应力的情况和允许管子内壁屈服的程度而定。

在管子内壁上作用的三个主应力的组合应力——内壁内压折算应力，可根据式（4-1c）和（4-3a）按最大剪应力理论求得，即：

$$\begin{aligned}\sigma_{zsn}&=\sigma_{zxmax}-\sigma_{jxmin}\\&=\frac{P_{js}(\beta^2+1)}{\beta^2-1}-(-P_{js})\\&=\frac{\beta^2}{\beta^2-1}\cdot 2P_{js}\end{aligned}$$

式中 σ_{zsn}——管于内壁内压折算应力。

同管子理论壁厚计算公式对应的以管壁三个主应力平均值作用的组合应力——平均内压折算应力，可根据式（4-6a）和（4-7b）按最大剪应力理论求得，即：

$$\begin{aligned}\sigma_{zsp}&=\sigma_{zxp}-\sigma_{jxp}\\&=\frac{P_{js}D_n}{2S}-\left(-\frac{P_{js}}{2}\right)\end{aligned}$$

在管子制造标准中，都允许有一定的壁厚负偏差，为了使所选用的管子在有壁厚负偏差时的最小壁厚不小于理论计算壁厚，在管于计算壁厚中必须计入管子壁厚负偏差的附加值。

在管子标准中，管壁允许负偏差一般用壁厚的百分数表示。当仅考虑管子壁厚负偏差的附加值时，管子计算壁厚为：

$$S'_{js}=S_t+\frac{a}{100}S'_{js}$$

式中 S'_{js}——仅考虑管子壁厚负偏差时的管子计算壁厚（毫米）；

S_t——管子理论壁厚（毫米）；

a——管子壁厚负偏差百分数。

将上式移项可得：

$$S'_{js}-\frac{a}{100}S'_{js}=S_t$$

$$S'_{js}=\frac{100}{100-a}S_t$$

令C'_t为仅考虑管子壁厚负偏差的附加值，若将$S'_{js}=S_t+C'_t$代入上式，则得：

$$\frac{100}{100-a}S_t=S_t+C'_t$$

$$C'_t=\frac{100}{100-a}S_t-S_t=\frac{a}{100-a}S_t \qquad (4\text{-}28)$$

令$\frac{a}{100-a}=A$，A为管于壁厚负偏差系数，则

$$C'_t=AS_t$$

即

$$S'_{js}=S_t+AS_t=(1+A)S_t \qquad (4\text{-}29)$$

系数A与管子壁厚允许负偏差百分数的关系列于表4-6。为偏子安全，当负偏差为零时，A值取0.05。

表 4-6　　管子壁厚负偏差系数 A 值

壁厚允许偏差（%）	0	-5	-8	-9	-10	-11	-12.5	-15	-18
A值	0.050	0.053	0.09	0.10	0.11	0.12	0.14	0.18	0.22

如果需要同时计及弯管减薄量的补偿，则壁厚附加值可按下列方法计算。

在弯制管子时，弯管的外侧壁将减薄，内侧壁将加厚。在一定条件下，因为减薄而需加厚的量有限，为了管理和使用的方便，一般将弯管与直管取相同的壁厚，又为了使弯管具有与直管大体相当的强度，故在管子计算壁厚中计入一定的裕量，作为弯管减薄量的补偿。

弯管减薄量与加工工艺方法和工艺水平有关。除个别特殊情况外，目前普遍采用的热弯工艺，减薄量约为 8～10%。单从补偿这样大的减薄量，则管子壁厚附加值过大。实际上，弯管在内压作用下的应力分布与直管不同，直管内压周向应力在同一纤维层面是相同

三、各国使用的壁厚计算公式

管子承受内压的壁厚计算，主要取决于管壁应力分析和采用的强度失效准则。在这方面，世界各国的看法是一致的，因此，管子壁厚计算公式基本相同。然而，公式中采用的某些系数，则随各国制造工艺、材料的质量标准、缺陷的检验手段、运行特征以及由安全系数确定的基本许用应力等的不同而有所差异。

如西德的规范[54]，安全系数是由材料的特性来决定，一些附加条件在设计具体部件时考虑。美国[54]则是根据材料的特性数据分析及使用经验，对设计应力作适当的修正。澳大利亚[54]却是根据不同的失效模型而确定安全系数及壁厚计算公式。日本[54]是除确定安全系数外，还重视计算系数，把这些系数反映在规定的许用应力中，如地震荷载。

因此，由于存在以上所述的因素，虽是采用同样的管壁应力分析和强度理论或塑性条件，但各国承受内压的管子壁厚计算公式也具有不同的型式。归纳起来，可划分三个类型。

一是英国的《陆用锅炉管子和管道规范——BS 806-1975》、法国的《非直接火受压设备规范-1968》、苏联的《蒸汽锅炉元件强度计算标准-1965》以及《容器设备强度计算方法——ГОСТ 1429-73》，采用的表达式为式（4-24）：

$$S_t=\frac{P_{js}D_w}{200[\sigma]_j^t\eta+P_{js}}$$

二是西德的《钢管承受内压力时的壁厚计算——DIN 2413-1972》[33]，计算温度为120℃及以下的管道采用外径公式，即：

$$S_t=\frac{P_{js}D_w}{200[\sigma]_j^t\eta} \qquad (4\text{-}32)$$

计算温度大于120℃时，则用公式（4-24）。

三是美国、日本虽采用最大剪应力理论，但它的计算公式为半经验的，表达式如下：

$$S_t=\frac{P_{js}D_w}{200[\sigma]_j^t\eta+2yP_{js}} \qquad (4\text{-}33)$$

日本还对管子壁厚大于内半径的四分之一，管内蒸汽或水的温度在374℃以下的管子则用最大主应力理论推导的公式：

$$S_t=\frac{D_n}{2}\left(\sqrt{\frac{100[\sigma]_j^t\eta+P_{js}}{100[\sigma]_j^t\eta-P_{js}}}-1\right) \qquad (4\text{-}34)$$

式（4-34）规定用于374℃以下，实质是用于非蠕变范围管道。

式中 S_t——管子理论壁厚（毫米）；

P_{js}——计算压力（公斤力/厘米²）；

D_w——管子外径（毫米）；

D_n——管子内径（毫米）；

$[\sigma]_j^t$——钢材在计算温度下的基本许用应力（公斤力/毫米²）；

η——基本许用应力的修正系数；

y——温度参数，按表4-8[34][35]取用。

以上所列的四个计算公式中，式（4-24）是按管子承受内压时，沿管子壁厚所产生的

表 4-8　　温　度　参　数　y　值

材料	计算温度 (°C)					
	482及以下	510	538	566	593	621以上
	y 值					
铁素体钢	0.4	0.5	0.7	0.7	0.7	0.7
奥氏体钢	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.7

注　（1）计算温度间的 y 值，按内插法计算。

（2）非铁素体材料和铸铁的 y 值都等于0.4。

（3）在482°C及以下，管子的 $(D_w/S_t)<6$ 时，铁素体和奥氏体钢温度参数：

$$y=\frac{D_n}{D_w+D_n}$$

三个相互垂直的主应力平均值，基于最大剪应力理论或屈斯卡塑性条件所导出的且作了适当简化的平均直径公式。通过大量试验和实践表明，只要控制管子的外、内径的比值不大于 $2.0\left(\frac{D_w}{D_n}\not> 2.0\right)$，它所计算的爆破压力和实际爆破压力就吻合得较好，预计的爆破压力也相当准确。而且，不但在常温下是如此，在高温下也能较好地反映管材的破坏时间与应力状态。原因是在高温蠕变范围内，管子受蠕变的影响，由于内压作用沿管壁厚度分布的应力大致呈均布状态。可是另一观点认为，式（4-24）在高温蠕变范围内是正确的，但在弹性范围内所反映的不是在给定压力下的应力值，与外径公式比较起来是偏低的。西德DIN2413-72就是按这一观点制定计算公式。对计算温度120℃及以下采用式（4-32）的外径公式。

美国在计算式中引进温度参数 y，与西德论点类似，并且具体化。认为管子承受内压和温度，作用不同，应力条件与状态是有差异的。

现以温度参数为0.4，0.5，0.7分别代入式（4-33）则得下列三式。

$$y=0.4 \qquad S_t=\frac{P_{ts}D_w}{200[\sigma]_t^t\eta+0.8P_{ts}}$$

$$y=0.5 \qquad S_t=\frac{P_{ts}D_w}{200[\sigma]_t^t\eta+P_{ts}}$$

$$y=0.7 \qquad S_t=\frac{P_{ts}D_w}{200[\sigma]_t^t+1.4P_{ts}}$$

显然，$y=0.5$的计算式就是式（4-24）。$y=0.4$是通常所说的拉美（Lam'e）厚壁圆筒公式针对薄壁情况予以简化的，它与式（4-24）相比，计算的管壁较厚，这可弥补平均直径公式在弹性范围内所谓计算值偏低的缺陷。$y=0.7$的公式是通常所说的蠕变通用公式，美国认为是考虑了高温的特殊情况，又接近平均直径公式，可是所算得的管壁比平均直径公式算得的薄。日本最新的实验结果[36]表明，按$y=0.7$的公式所算得的壁厚比实测的偏于不安全的例子很多，平均直径公式则与实验结果较好地吻合，且给出的结果稍偏安全。认为很有必要研究采用平均直径公式代替普通蠕变公式。

日本在对厚壁管（管子壁厚大于内半径四分之一，即外、内径比大于1.5），管内蒸

汽或水的温度在374℃以下所用的公式（4-34）是拉美厚壁圆筒公式。从公式中可看出，在管子内径与钢材在计算温度下的基本许用应力一定的条件下，管子理论壁厚与计算压力呈非线性关系，当计算压力越接近钢材在计算温度下的基本许用应力，壁厚增加越快，比式（4-24）所算得的管子理论壁厚厚。存在着设计的不合理性。因壁厚的大小并不完全意味设计的先进与落后，这与材料质量标准、缺陷检查手段、工艺与运行要求等有关。尤其钢材的强度特性数据除取决于其化学成分外，与冶炼方法和工艺过程以及试验数据的取用有关。如比较广泛使用的2¼Cr-1Mo钢，西德的DIN2413-72与英国的BS 806-1975以10万小时持久强度为基准的安全系数均为1.5，但由于强度指标数据的不同，在计算温度为

表 4-9　　一些国家管子理论壁厚计算公式

国别	规范名称	计算公式	适用范围
英国	陆用锅炉管子和管道规范BS 806-1975	1.按管子外径确定时 $S_t=\frac{P_j D_w}{200[\sigma]_j^t\eta+P_j}$	
法国	非直接火受压设备设计规范-1968		$\frac{D_w}{D_n}\leqslant 2$
苏联	蒸汽锅炉元件强度计算标准-1965	2.按管子内径确定时 $S_t=\frac{P_j D_n}{200[\sigma]_j^t\eta-P_j}$	$\frac{S_t}{D_w}\leqslant 0.25$ 即 $\frac{D_w}{D_n}\leqslant 2$
	容器设备强度计算方法ГОСТ 1429-73		
西德	钢管承受内压力时的壁厚计算 DIN 2413-1972		计算温度大于120°C， $\frac{D_w}{D_n}\leqslant 1.7$
		$S_t=\frac{P_j D_w}{200[\sigma]_j^t\eta}$	计算温度120°C及以下， $\frac{D_w}{D_n}\leqslant 1.7$
美国	动力管道ANSI B 31.1-1980	按外径确定时 $S_t=\frac{P_j D_w}{200[\sigma]_j^t\eta+2yP_j}$	
日本	火力发电设备受压元件强度计算标准-1972	1.外径小于600毫米时 $S_t=\frac{P_j D_w}{200[\sigma]_j^t\eta+2yP_j}$ 2.外径大于600毫米时 $S_t=\frac{P_j D_n}{200[\sigma]_j^t\eta-2(1-y)P_j}$	计算温度374°C以下， $\frac{D_w}{D_n}\leqslant 1.5$ 即 $S_t\leqslant\frac{D_n}{4}$； 大于374°C时则不限
		1.按外径确定时 $S_t=\frac{D_w}{2}\left(\frac{\sqrt{Z}-1}{\sqrt{Z}}\right)$ 2.按内径确定时 $S_t=\frac{D_n}{2}(\sqrt{Z}-1)$ 式中 $Z=\frac{100[\sigma]_j^t\eta+P_j}{100[\sigma]_j^t\eta-P_j}$	计算温度374°C以下， $\frac{D_w}{D_n}>1.5$， 即 $S_t>\frac{D_n}{4}$

540℃时，西德标准用的基本许用应力值为5.33公斤力/毫米²，英国为6.63公斤力/毫米²，后者为前者的1.24倍，按式（4-24）计算得出的管子理论壁厚，前者比后者约大24%。

现将一些国家管道设计技术规范中所使用的管子理论壁厚计算公式及适用范围列于表4-9。

管子壁厚不仅取决于计算公式的形式，而且与计算压力、计算温度、基本许用应力的取值及修正系数等有关。对于这些，各国规范也存在着差异。尤其是基本许用应力修正系数，除对无缝钢管取1外，其他的（如焊接钢管）则不甚相同。就是同一种工艺，由于掌握熟炼程度和检查的手段不同而取值也不一，最后所得出的管壁厚度差别很大，因此，使用时应当注意。

第三节　弯管的内压应力

弯管在弯制过程中，弯管的外侧由于纤维受到拉伸作用使管壁减薄，内侧由于纤维受到压缩作用使管壁增厚，同时横截面发生椭圆（扁平）效应。因此弯管的性态比直管复杂。对弯管承受内压时的应力分析，不能再把它视作一个很长的密闭的圆筒形容器，而只能视作一根平面曲线（经线）环绕曲线所在平面内的某一轴线旋转面成的环壳，作用在这环壳的内压力是轴对称荷载。毫无疑问，它沿管壁的应力分布不同于直管，在同一纤维层的内压周向应力是不等的，外侧最小，内外侧分界处次之（与直管的应力值相同），内侧最大。

一、弯管的应力状态

从壳体分析可知，一个具有旋转曲面的承受内压作用的环壳，当内压满足对回转轴线O-O对称面且是连续的，环壳的壁厚相对于弯曲半径很小，并且平面曲线（经线）无突然弯折等不连续性时，则计算应力时就可忽略环壳壁的变形，认为壳体的中曲面只受到拉伸作用，并处于纯粹的薄膜应力状态，即壁中的拉应力沿壁厚是均匀分布的，同时可由静力方程求得。

1.弯管的内压周向应力

设弯曲半径为R的弯管为一环壳容器，切取分离体mnn_1m_1。根据力的平衡条件，内压作用于分离体垂直方向的分力应等于作用于分离体上内压周向应力垂直方向的分力，即：

$$\pi(R_w^2-R^2)P_{js}\cdot\frac{\alpha}{360}=\sigma_{zxw}S_{lw}\cdot 2\pi R\sin\theta\cdot\frac{\alpha}{360}$$

$$\sigma_{zxw}=\frac{P_{js}(R_w^2-R^2)}{2S_{lw}R_w\sin\theta} \qquad (4\text{-}35)$$

式中　σ_{zxw}——弯管任意一点的内压周向应力；

P_{js}——计算压力；

R——弯管轴线的弯曲半径；

S_{lw}——弯管的理论壁厚；

R_w——弯管任意一点的弯曲半径，由图4-7可得：

$$R_w \approx R + r_n \sin\theta$$

其中 r_n——弯管的内半径。

代入（4-35）式，得：

$$\sigma_{zxw} = \frac{P_{js}[(R+r_n\sin\theta)^2 - R^2]}{2S_{lw}\sin\theta(R+r_n\sin\theta)}$$

$$\sigma_{zxw} = \frac{P_{js}r_n}{2S_{lw}} \cdot \frac{2R+r_n\sin\theta}{R+r_n\sin\theta} \qquad (4\text{-}36)$$

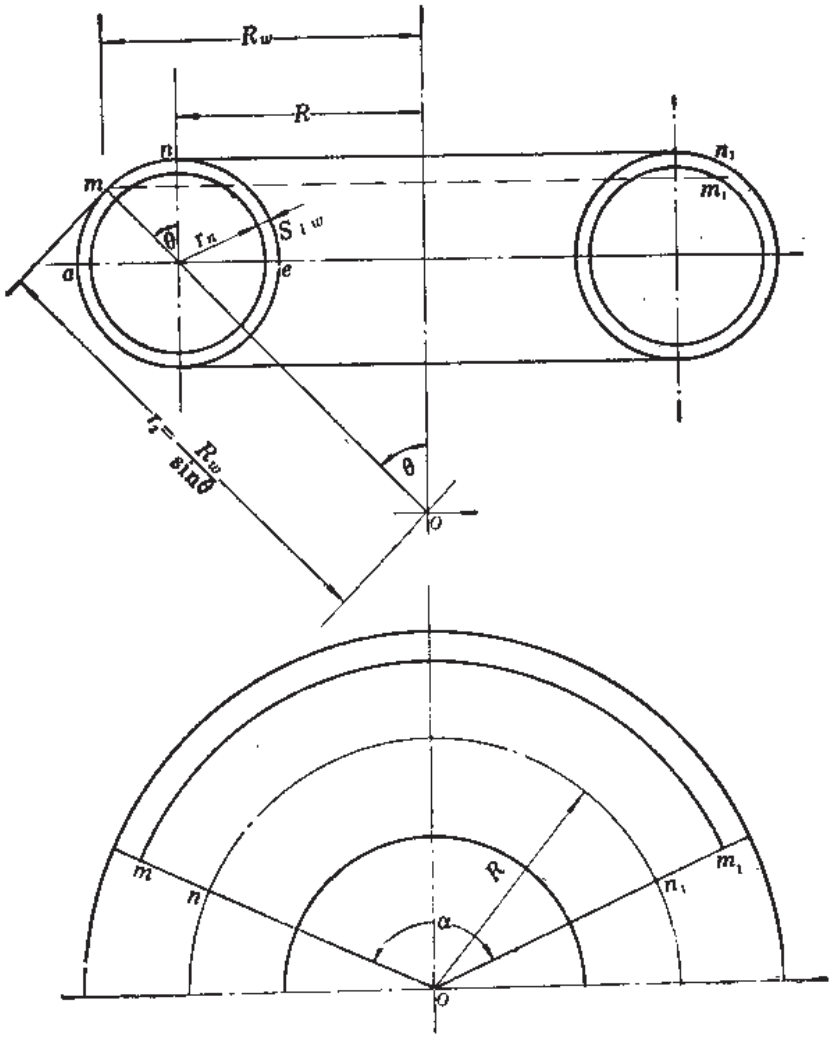


图 4-7 弯管受力示意图

由式（4-36）可见，弯管的内压周向应力随 θ 值而变，也就是说，在同一纤维层上沿弯管的圆周各点的内压周向应力是不相等的。

（1）$\theta = 0°$处，即在弯管内外侧分界处（图4-7中的n点处）。因$\sin 0° = 0$，

$$\sigma_{zxwn} = \frac{P_{js}r_n}{2S_{lw}} \cdot \frac{2R+r_n\sin\theta}{R+r_n\sin\theta}$$

$$= \frac{P_{js} r_n}{2S_{lw}} \cdot \frac{2R}{R} = \frac{P_{js} r_n}{S_{lw}}$$

$$\sigma_{zxwn} = \frac{P_{js} D_n}{2S_{lw}} \qquad (4\text{-}37)$$

即弯管内外侧分界处内壁的内压周向应力与直管相同，也就是 $\sigma_{zxwn} = \sigma_{zxn}$。

（2）$\theta = 90°$处，即在弯管的外侧（图4-7中的a点处）。因$\sin 90° = 1$，代入（4-36）式得：

$$\sigma_{zxwa} = \frac{P_{js} r_n}{2S_{lw}} \cdot \frac{2R + r_n}{R + r_n}$$

$$\sigma_{zxwa} = \frac{P_{js} r_n}{S_{lw}} \cdot \frac{2R + r_n}{2R + 2r_n} \qquad (4\text{-}38a)$$

或

$$\sigma_{zxwa} = \frac{P_{js} D_n}{2S_{lw}} \cdot \frac{4R + D_n}{4R + 2D_n} \qquad (4\text{-}38b)$$

（3）$\theta = 270°$处，即在弯管的内侧（图4-7的e点处）。因$\sin 270° = -1$，代入（4-36式）得：

$$\sigma_{zxwe} = \frac{P_{js} r_n}{S_{lw}} \cdot \frac{2R - r_n}{2R - 2r_n} \qquad (4\text{-}39a)$$

或

$$\sigma_{zxwe} = \frac{P_{js} D_n}{2S_{lw}} \cdot \frac{4R - D_n}{4R - 2D_n} \qquad (4\text{-}39b)$$

比较式（4-37）、（4-38b）和(4-39b)，因式(4-38b)中$\frac{4R + D_n}{4R + 2D_n} < 1$，式(4-39$b$)中$\frac{4R - D_n}{4R - 2D_n} > 1$，所以弯管承受内压时周向应力的分布是：内侧最大，外侧最小，内外侧分界处与直管相同。

若弯管的弯曲半径为管径的5倍时，从式（4-37）、（4-38b）、（4-39b）可得与直管的内压周向应力的比值分别为：$\sigma_{zxwa} = 0.955\sigma_{zx}$，$\sigma_{zxwn} = \sigma_{zx}$，$\sigma_{zxwe} = 1.056\sigma_{zx}$。

2.弯管的内压轴向应力

根据旋转壳体承受轴对称荷载时的薄膜平衡方程解得：

$$\frac{\sigma_{zxw}}{r_n} + \frac{\sigma_{zhw}}{r_2} = \frac{P_{js}}{S_{lw}} \qquad (a)$$

式中 σ_{zhw}——弯管承受内压时的轴向应力；

$$r_2 = \frac{R_w}{\sin\theta} = \frac{R + r_n \sin\theta}{\sin\theta}。$$

将式（4-36）代入式（a）可得：

$$\frac{1}{r_n} \cdot \frac{P_{js} r_n}{2S_{lw}} \cdot \frac{2R + r_n \sin\theta}{R + r_n \sin\theta} + \frac{\sigma_{zhw} \sin\theta}{R + r_n \sin\theta} = \frac{P_{js}}{S_{lw}}$$

$$\frac{P_{js}(2R + r_n \sin\theta) + \sigma_{zhw} \sin\theta \cdot 2S_{lw}}{2S_{lw}(R + r_n \sin\theta)} = \frac{P_{js}}{S_{lw}}$$

$$P_{js}(2R+r_n\sin\theta)+\sigma_{zhw}\sin\theta\cdot 2S_{tw}-2P_{js}(R+r_n\sin\theta)$$

$$\sigma_{zhw}=\frac{P_{js}r_n\sin\theta}{2S_{tw}\sin\theta}=\frac{P_{js}r_n}{2S_{tw}}$$

$$\sigma_{zhw}=\frac{P_{js}D_n}{4S_{tw}} \qquad (4\text{-}40)$$

可见，弯管的内压轴向应力与直管的内压轴向应力相同，也就是说，弯管的内压轴向应力沿圆周是均匀分布的，整个断面各点的应力值相同。

3.弯管的内压径向应力

由于沿管子各点的内压平均径向应力为$-\frac{P_{js}}{2}$，与实际壁厚无关，故弯管沿圆周各点的内压径向应力为：

$$\sigma_{jzw}=-\frac{P_{js}}{2} \qquad (4\text{-}41)$$

由以上分析可知，承受内压的弯管内侧应力最大。若弯管各点壁厚相同又无椭圆效应，则弯管破坏应发生在弯管的内侧。

二、弯管壁厚变化时的应力状态

采用直管弯制成弯管后，壁厚是有变化的，外侧减薄，内侧增厚，横截面产生一定的椭圆度，致使应力分布也发生变化。壁厚的变化量与弯管工艺有关，在弯曲平面上弯管的壁厚与该处的曲率半径成反比。忽略在拉伸(压缩)轴向变形时引起的横向收缩(胀大)变形效应，按图4-8可写出图4-7中a、e点的壁厚：

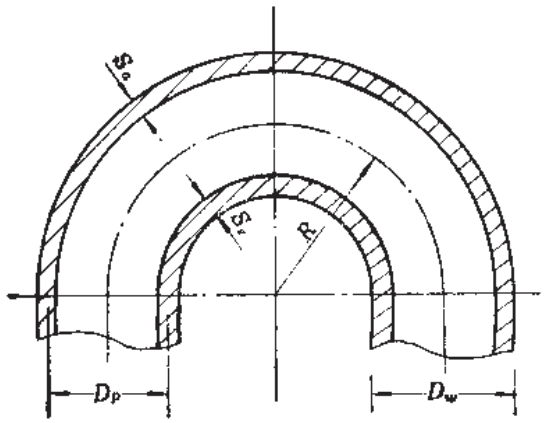


图 4-8

$$\frac{S_{tw}}{S_a}=\frac{R+\frac{D_p}{2}}{R}$$

即

$$S_a=\frac{S_{tw}}{1+\frac{D_p}{2R}} \qquad (4\text{-}42)$$

$$\frac{S_{tw}}{S_e}=\frac{R-\frac{D_p}{2}}{R}$$

即

$$S_e=\frac{S_{tw}}{1-\frac{D_p}{2R}} \qquad (4\text{-}43)$$

式中 D_p——弯管的平均直径；

S_a——弯管外侧的壁厚；

S_e——弯管内侧的壁厚；

S_{tw}——弯制前的管子理论壁厚。

以式(4-42)中的S_a代替式(4-38b)中的S_{tw}，则

$$\sigma_{zxwa}=\frac{P_{js}D_n}{2S_a}\cdot\frac{4R+D_n}{4R+2D_n}=\frac{P_{js}D_n}{2}\cdot\frac{4R+D_n}{4R+2D_n}\cdot\frac{1}{\frac{S_{tw}}{1+\frac{D_p}{2R}}}$$

即
$$\sigma_{zxwa}=\frac{P_{js}D_n}{2}\cdot\frac{4R+D_n}{4R+2D_n}\cdot\frac{2R+D_p}{2RS_{tw}}$$

设上式中间一项的$D_n\approx D_p$，则上式可写成：

$$\sigma_{zxwa}=\frac{P_{js}D_n}{2}\cdot\frac{4R+D_p}{2(2R+D_p)}\cdot\frac{2R+D_p}{2RS_{tw}}$$

即
$$\sigma_{zxwa}=\frac{P_{js}D_n}{2S_{tw}}\left(1+\frac{D_p}{4R}\right)\qquad(4\text{-}44)$$

比较式（4-38b）和（4-44）可知，由于$\left(1+\frac{D_p}{4R}\right)>\frac{4R+D_n}{4R+2D_n}$，故式（4-44）计算所得的$a$点内压周向应力较大，原因是在弯制过程中，弯管的外侧壁厚减薄而增加的应力大于环壳在该处应力的下降。

同理，以式（4-43）的S_e代替式（4-39b）中的S_{tw}，则得：

$$\sigma_{zxwe}=\frac{P_{js}D_n}{2S_{tw}}\left(1-\frac{D_p}{4R}\right)\qquad(4\text{-}45)$$

式（4-45）也说明，由于在弯制过程中，内侧壁厚的增大而降低的应力大于环壳在该处应力的增加，故内压周向应力下降。

以式（4-42）的S_a、（4-43）的S_e分别代替式（4-40）中的S_{tw}得a、e点的内压轴向应力：

$$\sigma_{zhwa}=\frac{P_{js}D_n}{4S_{tw}}\left(1+\frac{D_p}{2R}\right)\qquad(4\text{-}46)$$

$$\sigma_{zhwe}=\frac{P_{js}D_n}{4S_{tw}}\left(1-\frac{D_p}{2R}\right)\qquad(4\text{-}47)$$

沿圆周各点的内压平均径向应力与实际壁厚无关，即：

$$\sigma_{jxwa}=-\frac{P_{js}}{2}\qquad(4\text{-}48)$$

$$\sigma_{jxwe}=-\frac{P_{js}}{2}\qquad(4\text{-}49)$$

按最大剪应力理论或屈斯卡塑性条件，由于$\sigma_{zxwa}>\sigma_{zhwa}>\sigma_{jxwa}$，故

$$\sigma_{zxwa}-\sigma_{jxwa}\leqslant[\sigma]_j^t$$

由（4-44）、（4-48）得：

$$\frac{P_{js}D_n}{2S_{tw}}\left(1+\frac{D_p}{4R}\right)-\left(-\frac{P_{js}}{2}\right)\leqslant[\sigma]_j^t$$

$$[\sigma]_j^t=\frac{P_{js}D_n\left(1+\frac{D_p}{4R}\right)+P_{js}S_{tw}}{2S_{tw}}$$

$$S_{tw}=\frac{P_{js}D_n}{2[\sigma]_j^t-P_{js}}\left(1+\frac{D_p}{4R}\right)\qquad(4\text{-}50)$$

但
$$\frac{P_{js}D_n}{2[\sigma]_j^t-P_{js}}=S_t$$

$$S_{tw}=S_t\left(1+\frac{D_p}{4R}\right)\qquad(4\text{-}51)$$

第四节　承受内压的管道使用期限

一、时间安全系数

由上述可知，在管径一定的条件下，管子理论壁厚与计算压力成正比，与管材在计算温度下的基本许用应力成反比。管材的基本许用应力，在非蠕变条件下，仅是温度的函数，与时间无关；而在蠕变条件下，则是温度和时间的函数。现行的设计规范中，管材的基本许用应力大多是以管材在计算温度下10万小时持久强度平均值除以安全系数1.5（或最小值除以1.2）来确定的。持久强度是指一定温度经过规定时间发生蠕变断裂的应力值。采用10万小时持久强度的平均值（或最小值）作为确定基本许用应力的强度指标，并不意味着管道的使用期限只有10万小时。这是由于有1.5（或1.2）的安全系数，使实际的设计应力（即内压折算应力）对应的断裂时间将远大于10万小时。从图4-10所示的管材持久强度曲线可以看出，若A点表示的应力为管材在计算温度下10万小时的持久强度平均值（即$\sigma_A=\sigma_{D^t_{\times10^5}}$）时，它所对应的断裂时间为$\tau_A=10$万小时；如果管壁的内压折算应力为管材计算温度$t$下的基本许用应力$\left(\text{即 }\sigma_B=[\sigma]^t_j=\dfrac{\sigma_{D^t_{\times10^5}}}{1.5}\right)$时，则它对应的断裂时间为$\tau_B$。因为图是对数座标，不难看出$\tau_B$将远大于10万小时。

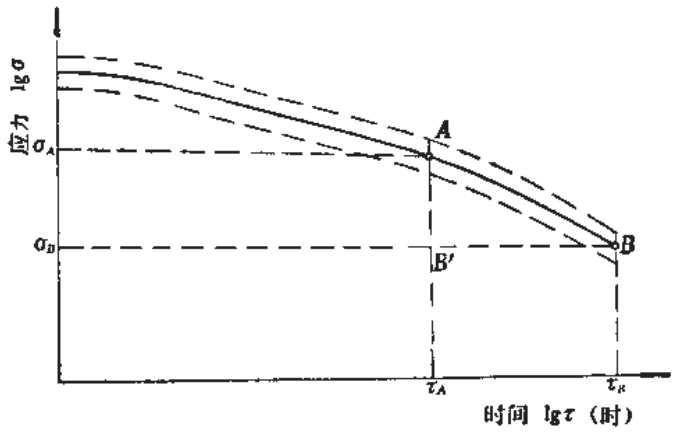


图 4-10　管材的持久强度曲线

如果说σ_A/σ_B表示应力安全系数，则τ_B/τ_A可以看成相应的时间安全系数。

在确定基本许用应力时，没有列入时间安全系数，这是因为在实际的工作温度与计算温度一致时，时间安全系数永远大于基本许用应力安全系数。采用的持久强度时限为10万小时时，各种管材在不同温度下的时间安全系数在1.5～13之间，即断裂时间变动于15万～130万小时之间。图4-11给出了10CrMo910钢在不同应力安全系数时的断裂时间。当基本许用应力安全系数为1.2时，时间安全系数在计算温度520～540℃范围内均大于3。这就是说，按照现行技术规定设计的管道，就承受内压力而言，一般可工作30万小时以上。但是必须注意，随着温度的增加，时间安全系数将会显著降低（而基本许用应力安全系数不变）。从图4-12[26]可以看出，温度正负偏差10℃时，时间安全系数的变化就相当大，

以13CrMo44管材为例，计算温度为550℃，当温度增加10℃，就使最小断裂时间变为小于10万小时。

时间安全系数与应力安全系数一样，也是管道的安全储备，是防止管道在正常工作状态下受到不安全的威胁。但应力安全系数是防止管道发生过量的塑性变形或断裂，而时间安全系数则是管道超过设计采用的持久强度时限后继续运行时的安全性。两者均是基于蠕变条件下管道的强度与时间、温度的函数关系。应力安全系数是管材在计算温度下持久强度的平均值（或最小值）与基本许用应力（或内压折算应力）的比值，时间安全系数是管材在计算温度下内压折算应力作用下的断裂时间与设计采用的持久强度时限的比值。由此可以看出，断裂时间的含义是内压折算应力的安全裕度被消耗尽时管材断裂时的强度等于管道的内压折算应力，此时应力安全系数与时间安全系数均等于1。

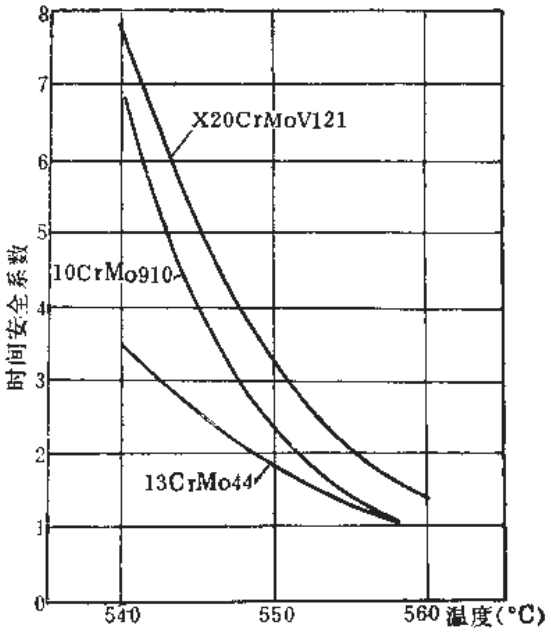


图 4-12 温度偏差±10°C对时间安全系数的影响 允许荷载为$\frac{\sigma^{550\,°C}_{D\times10^5}}{1.5}$

由于确定应力安全系数时管材的持久强度有平均值和最小值，因此，相应的时间安全系数也有平均值和最小值，即可以得到相应于平均断裂时间和最小断裂时间的安全系数。

时间安全系数的平均值：$n_{\tau p}=\frac{\tau_{zsp}}{\tau_j}$ （a）

时间安全系数的最小值：$n_{\tau min}=\frac{\tau_{zsmin}}{\tau_j}$ （b）

式中 $n_{\tau p}$、$n_{\tau min}$——时间安全系数的平均值、最小值；

τ_{zsp}、τ_{zsmin}——内压折算应力作用下相应于持久强度平均值、最小值时的平均断裂时间、最小断裂时间（时）；

τ_j——管道设计时采用的持久强度时限（时），如目前所采用的持久强度时限10万小时，则$\tau_j=10^5$时。

式（a）和（b）是表示在同一计算温度(或工作温度)下不同应力的时间安全系数。

根据第二章介绍的等温线法外推持久强度的经验公式(2-26)，可以推出在同一计算温度下时间安全系数与应力安全系数的关系。若管材在计算温度t下10万小时持久强度平均值的断裂时间为$\tau^t_{D\times10^5}$，内压折算应力的断裂时间为τ_{zs}，可得：

$$\tau^t_{D\times10^5}=A(\sigma^t_{j,\times10^5})^{-B} \quad (c)$$

$$\tau_{zs}=A(\sigma_{zs})^{-B} \quad (d)$$

将式（c）、（d）两边分别取对数，得：

$$\lg\tau^t_{D\times10^5}=\lg A-B\lg\sigma^t_{D\times10^5} \qquad (e)$$

$$\lg\tau_{zs}=\lg A-B\lg\sigma_{zs} \qquad (f)$$

式中 $\sigma^t_{D\times10^5}$——管材在计算温度下10万小时持久强度的平均值；

σ_{zs}——管道的内压折算应力；

A、B——与试验温度、材料有关的常数。

将式（e）改写成

$$\lg\tau^t_{D\times10^5}+B\lg\sigma^t_{D\times10^5}=\lg A$$

并代入式（f），得：

$$\lg\tau_{zs}=\lg\tau^t_{D\times10^5}+B\lg\sigma^t_{D\times10^5}-B\lg\sigma_{zs}$$

$$\lg\tau_{zs}-\lg\tau^t_{D\times10^5}=B\lg\sigma^t_{D\times10^5}-B\lg\sigma_{zs}$$

$$\lg\frac{\tau_{zs}}{\tau^t_{D\times10^5}}=B\lg\frac{\sigma^t_{D\times10^5}}{\sigma_{zs}}$$

上式左端的$\frac{\tau_{zs}}{\tau^t_{D\times10^5}}$——是时间安全系数，右端的$\frac{\sigma^t_{D\times10^5}}{\sigma_{zs}}$——是以持久强度为基准的基本许用应力安全系数，两端取消对数，得：

$$n_\tau=(n_D)^B \qquad (4\text{-}56)$$

其中

$$n_D=\frac{\sigma^t_{D\times10^5}}{\sigma_{zs}} \qquad (g)$$

因$\sigma^t_{D\times10^5}$有平均值和最小值，相应地所得出的时间安全系数也有平均值和最小值。

从式（4-56）中，若要求时间安全系数n_τ，必须先求出式中的指数B。根据式（2-26）可知，B在某一温度和材料下是不变的。以管材在计算温度下1万小时、10万小时持久强度的平均值分别代入式（2-26），得：

$$10^4=A(\sigma^t_{D\times10^4})^{-B} \qquad (h)$$

$$10^5=A(\sigma^t_{D\times10^5})^{-B} \qquad (i)$$

将上两式的两端分别取对数，得：

$$\lg10^4=\lg A-B\lg\sigma^t_{D\times10^4} \qquad (j)$$

$$\lg10^5=\lg A-B\lg\sigma^t_{D\times10^5} \qquad (k)$$

以式（k）减去式（j），得：

$$\lg10^5-\lg10^4=-B\lg\sigma^t_{D\times10^5}+B\lg\sigma^t_{D\times10}$$

$$\lg\frac{10^5}{10^4}=B\lg\frac{\sigma^t_{D\times10^4}}{\sigma^t_{D\times10^5}}$$

$$\lg10=B\lg\frac{\sigma^t_{D\times10^4}}{\sigma^t_{D\times10^5}}$$

$$B=\frac{\lg10}{\lg\frac{\sigma^t_{D\times10^4}}{\sigma^t_{D\times10^5}}}=\frac{1}{\lg\frac{\sigma^t_{D\times10^4}}{\sigma^t_{D\times10^5}}} \qquad (4\text{-}57)$$

按式（4-56）有：

如果能够取得材料在10万小时以上的持久强度，并为了提高外推断裂时间的准确度，也可以采用10^5和2×10^5小时的持久强度来计算断裂时间，则式（4-60b）和式（4-61a）可分别改写为：

$$\lg\frac{\tau_{zsmin}}{2\times10^5}=\frac{\lg\dfrac{0.8\sigma^t_{D\,2\times10^5}}{\sigma_{zs}}}{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\,10^5}}{\sigma^t_{D\,2\times10^5}}} \tag{4-60c}$$

$$\lg\frac{\tau_{zsp}}{2\times10^5}=\frac{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\,2\times10^5}}{\sigma_{zs}}}{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\,10^5}}{\sigma^t_{D\,2\times10^5}}} \tag{4-61b}$$

二、管道使用期限的推算方法

从以上所列的时间安全系数和断裂时间计算公式的推导可以看出，公式（4-58）、（4-59）、（4-60a）、（4-60b）、（4-60c）、（4-61a）和（4-61b）都是在计算温度下按照内压折算应力来计算时间安全系数和断裂时间的公式。因此，在实际应用时必须考虑以下两个问题：一是用内压折算应力来计算时间安全系数和断裂时间的公式，相当于应力安全系数等于1的条件下的计算公式，实际应用时还必须预留管道继续安全运行所需要的最小安全裕度，通常可以采用基本许用应力安全系数降低到1.2作为极限值，来推算管道运行10万小时以后还可以继续运行多少时间；二是由于运行中压力和温度可以在一定范围内偏离设计计算值，而不同的压力和温度对管道断裂时间的影响又不同，因此，在推算管道的安全使用期限时，还应当考虑蠕变累积损伤的问题，可用等价使用期限的方法来推算。

当以10万小时持久强度为基准的应力安全系数最小值为1.2来计算时间安全系数和断裂时间时，式（4-58）、（4-59）、（4-60a）、（4-60b）和（4-61a）应分别改写为下列公式：

$$\lg n_{\tau p}=\frac{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\times10^5}}{1.2\sigma_{zs}}}{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\times10^4}}{\sigma^t_{D\times10^5}}} \tag{4-62}$$

$$\lg n_{\tau min}=\frac{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\times10^5min}}{1.2\sigma_{zs}}}{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\times10^4}}{\sigma^t_{D\times10^5}}} \tag{4-63}$$

$$\lg\frac{\tau_{zsmin}}{10^5}=\frac{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\times10^5min}}{1.2\sigma_{zs}}}{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\times10^4}}{\sigma^t_{D\times10^5}}} \tag{4-64a}$$

$$\lg\frac{\tau_{zsmin}}{10^5}=\frac{\lg\dfrac{0.8\sigma^t_{D\times10^5}}{1.2\sigma_{zs}}}{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\times10^4}}{\sigma^t_{D\times10^5}}}=\frac{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\times10^5}}{1.5\sigma_{zs}}}{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\times10^4}}{\sigma^t_{D\times10^5}}} \tag{4-64b}$$

$$\lg\frac{\tau_{esp}}{10^5}=\frac{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\times10^5}}{1.2\sigma_{es}}}{\lg\dfrac{\sigma^t_{D\times10^4}}{\sigma^t_{D\times10^5}}} \qquad (4\text{-}65)$$

利用上列公式，可以根据不同的计算压力计算出的内压折算应力和根据不同温度查出的持久强度，即可计算出相应参数下的时间安全系数和断裂时间。将管道整个运行期间内不同压力、温度下的运行时间，按蠕变累积损伤和等价使用期限方法，可推算出管道在内压作用下的运行期限。

所谓累积损伤，是按实际温度、应力下的运行时间与计算部件相应断裂时间的比，并按每一温度级和相应的应力级分别计算。使用周期内的蠕变损伤（e_z）按允许使用期限的线性部分，由所有温度级和相应的应力级的损伤单元Δe_z求得。当损伤单元总和达100%时，即为蠕变应力下的总损伤。损伤单元的表达式为：

$$\Delta e_z=\frac{\tau_t}{\tau}$$

式中 Δe_z——损伤单元；

τ_t——在某一温度 t 下的运行时间（时）；

τ——在实际温度、应力下管材的断裂时间（时）。

按每一温度、应力级分别计算每一损伤单元 Δe_{z1}，Δe_{z2}，Δe_{z3}……，这些损伤的总和达到100%（1.0）时，管道便可能发生破坏。即：

$$\left.\begin{aligned}&\Delta e_{z1}+\Delta e_{z2}+\Delta e_{z3}+\cdots\cdots\leqslant 100\%\\ \text{或}\quad&\frac{\tau_{t1}}{\tau_1}+\frac{\tau_{t2}}{\tau_2}+\frac{\tau_{t3}}{\tau_3}+\cdots\cdots\leqslant 1\end{aligned}\right\} \qquad (4\text{-}66)$$

式中 τ_1，τ_2，τ_3……——在温度t_1，t_2，t_3……和相应的应力σ_1，σ_2，σ_3……下管材的断裂时间（时）；

τ_{t1}，τ_{t2}，τ_{t3}……——分别在温度t_1，t_2，t_3……下的运行时间（时）。

关于管材在温度t_1，t_2，t_3和相应的应力σ_1，σ_2，σ_3下的断裂时间，可以由该温度下的断裂时间和该温度下的持久强度曲线查出有关的强度指标，然后按式（4-66）计算，也可按拉松-米勒的应力与温度、时间的参数方程求出，其表达式为：

$$\lg\sigma_1-T_1(C+\lg\tau_1)=\lg\sigma_2-T_2(C+\lg\tau_2) \qquad (4\text{-}67)$$

式中 σ_1，σ_2——应力（公斤力/毫米^2）；

T_1，T_2——工作温度（K）；

τ_1，τ_2——在工作温度T_1、T_2和应力σ_1、σ_2下的断裂时间（时）；

C——拉松—米勒常数。

对于珠光体钢：低碳钢（含碳<0.25%），$C=18$；

钼钢 $C=19$；

铬钼钢 $C=23$；

铬钼钒钢 $C=24$；

其余珠光体钢可取 $C=20$。

对于铁素体高铬不锈钢：$C=24\sim25$。

对于奥氏体钢：18Cr-8Ni不锈钢　　$C=18$；

18Cr-8Ni-Mo不锈钢　　$C=17$；

25Cr-20Ni不锈钢　　$C=15$。

式（4-66）仅能判别管道是否可以继续使用。如果需要推算在不同参数下还能继续使用多长时间，则需要应用“等价使用期限”的方法。这个方法是取一个温度（计算温度）、应力（基本许用应力）为标准值，把管材在其他温度及相应的应力下的允许使用期限折算到标准值的使用期限。其表达式如下：

$$\tau=a_0\tau_0+a_{t1}\tau_{t1}+a_{t2}\tau_{t2}+\cdots\cdots \qquad (4\text{-}68)$$

式中　τ——等价使用期限（时）；

τ_0——在标准值（计算温度、基本许用应力）下运行时间（时）；

a_0——在标准值下，每运行1小时折算到标准值的折算系数，取$a_0=1$；

a_{t1}，$a_{t2}\cdots\cdots$——在温度t_1，$t_2\cdots\cdots$及相应的应力σ_1，$\sigma_2\cdots\cdots$下每运行1小时折算到标准值的当量运行小时数，即折算系数，按下式计算：

$$a_{t1}=\frac{\tau_{fs}}{\tau_1}\qquad a_{t2}=\frac{\tau_{fs}}{\tau_2}\cdots\cdots \qquad (4\text{-}69)$$

其中　τ_{fs}——计算温度下计算基本许用应力所采用的持久强度的时限；

τ_1，τ_2——按式（4-67）计算得出。

若以计算温度、计算压力为标准值，运行过程中，允许压力的变化范围一般为±1%，不大于2%，管子壁厚没有减薄的情况，应力安全系数仍保持1.5时，即$\sigma_1=\sigma_2$，以T_{fs}、τ_{fs}代替T_2、τ_2则式（4-67）可写成为

$$T_1(C+\lg\tau_1)=T_{fs}(C+\lg\tau_{fs}) \qquad (4\text{-}70)$$

或

$$\lg\tau_1=\frac{T_{fs}(C+\lg\tau_{fs})}{T_1}-C \qquad (4\text{-}71)$$

按上式求得的τ_1代入式（4-69），即可得出折算系数a_{t1}。其余类同。

现将珠光体钢的折算系数列于表4-10。低碳钢的温度标准值（计算温度）为450℃，铬钼钢、铬钼钒钢为540℃，采用的持久强度指标的时限均为10万小时。

表4-10中各温度下折算系数的含义，以表中的12Cr1MoV钢为例，计算温度为540℃，当超过计算温度10℃运行，每运行1小时，相当于管材在计算温度540℃下的使用期限2.251小时；当低于计算温度10℃运行，每运行1小时相当于计算温度540℃下的使用期限0.435小时。

因此，当式（4-68）中的右端各项总和小于预计的使用期限时，则可继续运行，其小时数为左右两端之差。

在进行使用期限计算时，温度和温差的测量必须十分仔细，宜按统计方法利用压力和温度记录纸带进行记录。温度级一般取为5℃，当然级差数以2～3℃为最好。然后统计各级的偏离计算值的小时数。当运行压力有很大差别时，例如变压运行的机组，有必要适当掌握运行压力。对标准元件的评定，经常取断面的实际尺寸作为所有计算的基础。

表 4-10　　珠光体钢折算系数表

温度 (℃)	低碳钢	铬钼钢	铬钼钒钢
430	0.222		
440	0.476		
443	0.596		
444	0.6413		
445	0.692		
450	**1.000**		
455	1.485		
460	2.06		
465	3.027		
470	4.160		
525		0.300	0.282
530		0.448	0.435
533		0.629	0.561
534		0.637	0.609
535		0.667	0.658
540		**1.000**	**1.000**
545		1.483	1.557
550		2.184	2.251
555		3.216	3.356
560		4.702	4.975

注　[ ]框内数字为标准值。

必须指出，以上讨论的方法只是在给定管子壁厚和仅仅考虑承受内压应力时管道使用期限的推算方法。实际上，管道除了承受内压应力以外，还承受自重等持续外载、热胀和冷缩及其它位移受约束而产生的应力以及其他局部应力，管道的应力状态是复杂的，同时长期在高温下工作，由于蠕变和应力松弛的影响，管材的金属组织和性能也会发生一定的变化，甚至使持久强度下降，因此，管道的实际使用期限还需要通过金属监督全面衡量，作出正确的结论。

第五章　管系作用力计算的基本原理

计算管道在承载情况下的作用力和力矩，是进行管系应力分析的基础，同时也为安装提供所需的正确数据。

本章着重介绍作用力计算的基本原理及相应的人工计算方法，而在第六章将介绍复杂管系用计算机计算的矩阵方法。

第一节　计算范围与计算条件

一、计算范围

管道系统往往比较复杂，因此在进行分析计算时，需要划分一定的计算范围。一般假定固定支架和设备是绝对刚性的，固定支架之间或与设备连接的端点之间互相连接的各管段构成一个独立的计算范围。

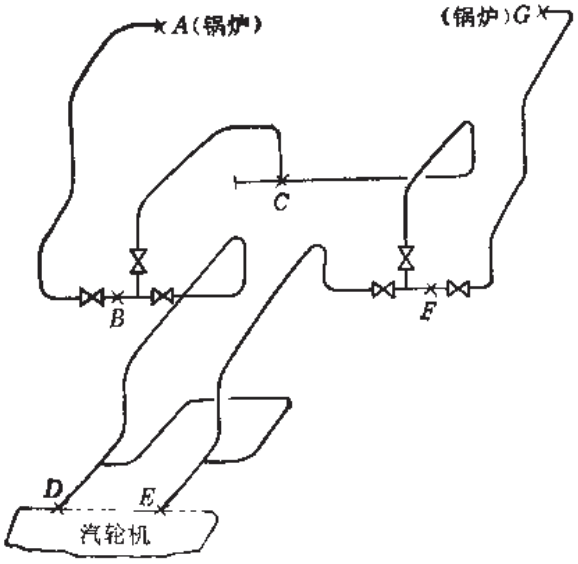


图 5-1　计算范围的划分

如图5-1所示的管道，AB、$BCDEF$及FG三个管系，在固定支架B、C、F处被分割而互不影响，各自构成独立的计算范围。

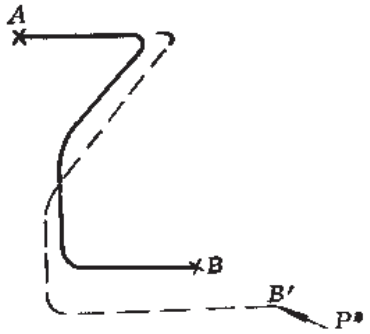


图 5-2　热膨胀的复原

二、计算荷载

端点固定的管系，属超静定杆件结构。对静定结构而言，只有外力荷载才能引起结构的内力和变形，但对超静定结构，除外力荷载（如自重、支吊架反力、风荷载及其他外力等）外，某种位移荷载也会引起内力和变形。如图5-2所示的管系AB，当它受热膨胀时，假设把B端释放，则管系将由于热膨胀而变形到虚线所示的形状，但是B端实际上是固定的，为了保持原有的边界条件，假想有一个复原力P^B（包括三个力和三个力矩）将B'端推回到B端去，这样，整个管系就有了内力和变形。同样，当A、B端点有附加位移（由于A、B端点所连接的设备的位移而产生）或管道冷紧时亦会使管系产生内力和变形。

管系必须保证在外力荷载及位移荷载同时作用下具有足够的安全性。因此，静力分析时必须综合考虑这些荷载。

三、基本假定

在进行静力分析时，为了简化材料在各种荷载作用下性态的数学描述，对材料的性质做了如下的假设：

（1）完全弹性假设：认为管系完全由弹性材料所组成，服从虎克定律。

（2）连续性假设：认为管系是一个连续的整体，材料的一些物理量，例如应力、应变，能够用连续函数来描述。

（3）均匀性假设：认为整个材料具有相同的弹性性质，不是位置座标的函数。

（4）各向同性假设：认为材料的各种物理性质，在各个方向上都是相同的。

第二节　静力分析的基本方法

管系属超静定杆件结构，它的约束力未知数多于静力平衡方程数，因此，不能单从静力平衡方程式来求解，必须补充足够的变形协调方程。

对于空间管系而言，静力平衡方程共有六个：$\Sigma P_x=0$，$\Sigma P_y=0$，$\Sigma P_z=0$，$\Sigma M_x=0$，$\Sigma M_y=0$，$\Sigma M_z=0$。采用力法解题时，管系的每一个端点的约束力有六个（P_x、P_y、P_z、M_x、M_y、M_z），两个端点的单支管道就有12个约束力，需要补充6个变形协调方程；n个端点的多分支管系则有$n\times 6$个约束力，需要补充$(n-1)\times 6$个变形协调方程。管道静力分析计算的任务，就是列出这些变形协调方程，算出这些多余未知数，进而由静力平衡方程计算管系任一断面上的作用力和力矩，作为验算应力和计算位移的依据。

超静定结构的计算方法基本上分力法和位移法两大类，这里介绍的静力分析法属于力法，它将一些支座的约束力作为多余未知数，由相应数量的变形协调方程来求解。

一、计算系统与座标系

（一）计算系统的确定

力法的计算总是从选择计算系统开始。计算系统是由超静定结构中除去某些多余约束而得来的。对于一个具有几个固定端点的管系，其计算系统按下列方法确定（图5-3）：假定其中一固定端（例如A端）保持固定，其余固定端释放面代之以复原力P^B、P^C、P^D……（P^B力代表P_x^B、P_y^B、P_z^B、M_x^B、M_y^B、M_z^B一组力，其余类推），这些力使B、C、D……各端回复到原来固定的位置，这个一端固定其余端释放的系统就称为计算系统。只要能计算得到复原力P^B、P^C、P^D……等各组力和力矩，就能算得计算管系中任一点的作用力和力矩。

（二）座标系的选择

静力分析法的计算座标系采用右旋直角座标系（图5-4），即按右手定则：

由X轴右旋到Y轴得Z轴正向；

由Y轴右旋到Z轴得X轴正向；

由Z轴右旋到X轴得Y轴正向。

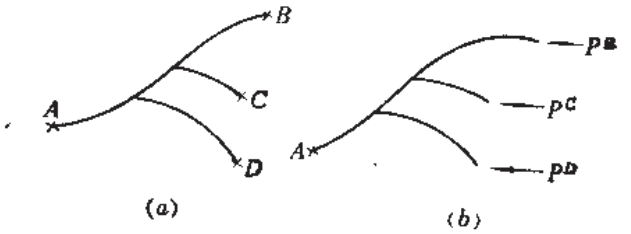


图 5-3　管系和计算系统

(a)管系；(b)计算系统

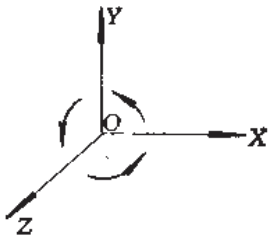


图 5-4　右旋直角座标系

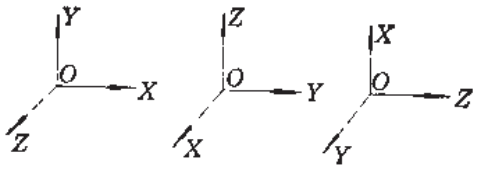


图 5-5　按转置关系表达的Z、X、Y平面

当用投影面来表达管线时，亦必须按转置的座标关系来表达三个投影面（图 5-5），同时，称X-Y平面为Z平面；Y-Z平面为X平面；Z-X平面为Y平面。

采用这样的座标系，将便于管道元件的变形系数按座标平面的转置关系来表达，以减少变形系数的个数和简化计算公式的推导。

座标系的位置可以任意选择，但为了计算简便，应力求座标轴与大多数管道元件相平行，并与尽量多数管段相重合。

（三）力、力矩、线位移、角位移的正、负号规定

在确定了座标系的基础上，力和位移的正负向作如下规定：

力或线位移向量沿座标轴方向的分量，凡与座标轴正方向相同时为正，相反时为负；

力矩或角位移向量沿座标轴方向的分量，凡与座标轴正方向相同时为正，相反时为负。

这些向量的正向表示在图5-6上。

（四）管道元件在各座标平面上的分配

为了计算管道各元件的变形，规定将走向不同的元件分配到与包含该元件的平面相平行的座标平面中去，例如图 5-7 所示的管线：0-2 段分配到X平面上（即Y-Z座标面上）；2-3、3-4、3-5段分配到Z平面上（即X-Y座标面上）；4-6、5-7段分配到X平面上（即Y-Z座标面上）。

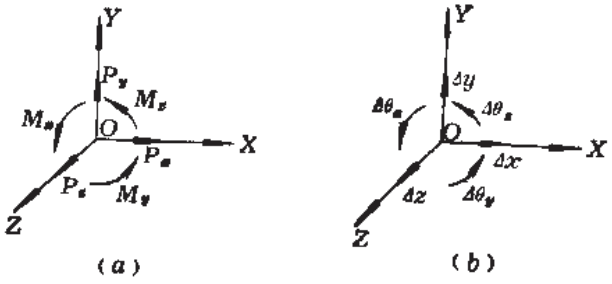


图 5-6　力与位移向量的符号规定
(a)力、力矩的正向；(b)线位移、角位移的正向

按照此分配原则，弧元件分配到所属的座标平面是一定的，因为包含弧元件的只有一个平面。但对于直元件，包含此元件并与座标平面相平行的平面可以有两个，分配给哪一个座标平面可由计算者任意确定，但不能同时分配给两个座标平面，即任一元件只分配一次。如图 5-7 中的 1-2 段可以分配给X平面，也可以分配给Z平面，按上述原则，我们将1-2段分配给了X平面。

二、单支管系复原力的计算

具有两个端点的单支管系，有六个多余的约束，为了求解复原力，需要补充六个变形协调方程。

如图 5-8 所示，假设管系的A端固定（实际上A点不一定固定，也可以有一定量的端点附加线位移和附加角位移），B端释放，代之以复原力P^B，使B端回复到原固定（也可以有附加线位移和附加角位移）的位置。这样，管系AB的多余约束力就由假想的复原力所代替，原来超静定的管系就变成静定的计算系统了。下面的任务就是要列出求解复原力P^B的变形协调方程组。

现在应用卡氏定理来建立一个弹性系统的外力和变形间的关系，以列出变形协调方程组。卡氏定理指出：一个受有任何荷载的弹性系统上，任一外力作用点沿此力方向的位移，等于这个系统的变形能对于该外力的偏导数。

为了简化计算，可以忽略拉压和剪切引起的变形能，这对于一般管系来说所引起的计算误差是不大的。这样，对于一长度为dl'的管道微段的变形能由两个弯曲变形能和一个扭转变形能所组成。这三个变形能由三个相互垂直的力矩所产生，其中一个是沿管轴方向的扭矩M_t，另外两个是垂直于管轴且相互垂直的弯曲力矩M_b、M_b'（图5-9）。

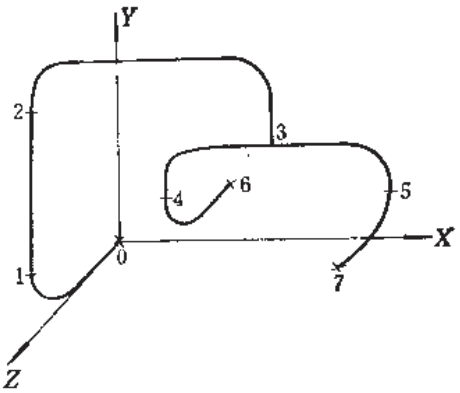


图 5-7　元件分配到各座标平面上的示例

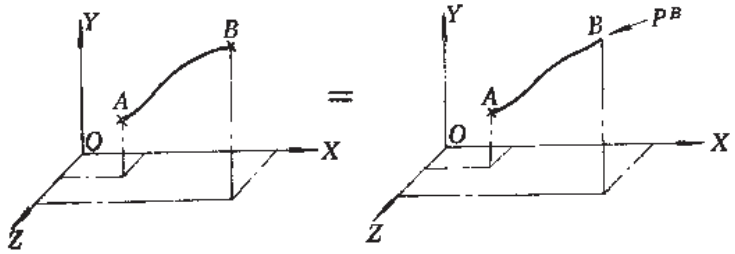


图 5-8　两端固定的单支管道及其计算系统

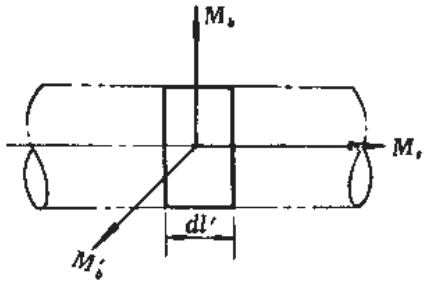


图 5-9　微段dl'上的M_b、M_b'及M_t

这三个力矩的变形能由下式表达：

$$\left.\begin{aligned} dU_b &= \frac{kM_b^2}{2EJ}dl' \\ dU_b' &= \frac{kM_b'^2}{2EJ}dl' \\ dU_t &= \frac{M_t^2}{2GJ_p}dl' = 1.3\frac{M_t^2}{2EJ}dl' \end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}1)$$

式中　E——材料的弹性模数（公斤力/厘米^2）；

J——管子断面惯性矩（厘米^4）；

k——弯管柔性系数（见本章第四节）；

G——材料的剪切弹性模数（公斤力/厘米^2）：

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{E}{2(1+0.3)} = \frac{E}{2.6}$$

其中 ν 为泊松比，钢材取 $\nu=0.3$；

J_p——管子断面的极惯性矩（厘米^4）：

$$J_p=2J$$

整个管道的变形能则为：

$$U=\int_0^l k\frac{M_b^2}{2EJ}dl'+\int_0^l k\frac{M_b'^2}{2EJ}dl'+\int_0^l\frac{1.3M_t^2}{2EJ}dl' \qquad (5\text{-}2)$$

根据卡氏定理，可以得出在弹性系统上外力P的作用点沿P力方向的线位移为：

$$\Delta P=\frac{\partial U}{\partial P}$$

$$=\frac{1}{EJ}\left[\int_0^l kM_b\frac{\partial M_b}{\partial P}Qdl'+\int_0^l kM_b'\frac{\partial M_b'}{\partial P}Qdl'+\int_0^l 1.3M_t\frac{\partial M_t}{\partial P}Qdl'\right] \qquad (5\text{-}3)$$

同样可得，外力矩M的作用点沿M力矩方向的角位移为：

$$\Delta\theta_M=\frac{\partial U}{\partial M}=\frac{1}{EJ}\left[\int_0^l kM_b\frac{\partial M_b}{\partial M}Qdl'+\int_0^l kM_b'\frac{\partial M_b'}{\partial M}Qdl'+\int_0^l 1.3M_t\frac{\partial M_t}{\partial M}Qdl'\right] \qquad (5\text{-}4)$$

这里引入了刚度折算系数Q，它等于管系计算刚度EJ与所算微段dl'的刚度$(EJ)'$的比值，即$Q=\frac{EJ}{(EJ)'}$。因为组成一个计算管系的管段，其刚度可能不是同一的，引入Q后可以将不同的刚度折算到同一计算刚度。一般选择最多数管段的刚度作为计算刚度，这样，大多数管段$Q=1$，计算就较为简便。

首先，推导平行于Z平面的管段的变形公式，然后再推广到平行于Y及X平面的管道元件上。

图5-10表示任意一个具有两固定端点的单支管系AB，其中虚线表示不平行于Z平面的管段，实线表示的管段$A'D'$和$D''B'$为平行于Z平面而又不在同一个平面上的管段，因此这是属于Z平面管段的一般情况。先选定基本座标系，其位置是任意选定的，各座标轴的方向应符合右旋定则。在此管系上作用的荷载有：

（1）F_x、F_y、F_z：为作用于D点的一组集中力荷载，D点是管系上的任一点，可以在平行于Z平面的管段上，也可以在不平行于Z平面的管段上；

（2）q_x、q_y、q_z：为作用于EF段上的一组均布荷载，EF为平行于Z平面且与水平轴倾斜α角的直管段，E为靠近始端A的一个端点，F为远离始端的一个端点，C为此段均布荷载的合力中心。

此外，此管系还受有热膨胀、端点附加位移、冷紧或松弛产生的自拉等位移荷载。

假定A端固定，B端释放，加上复原力、力矩使B端回复到原固定位置。为了计算方便，将B端假想用刚体联到座标原点O，面复原力P_x^B、P_y^B、P_z^B、M_x^B、M_y^B、M_z^B在原点O处加在刚体上，这样一组力就可以通过刚体传递到管系的B端及整个管系上。显然，用作用在O点的复原力和力矩（P_x、P_y、P_z、M_x、M_y、M_z）应用卡氏定理所求出的位移值，也是在座标原点O处的位移。在求得此力与变形的基础上，可以按力的转移或位移的转移法

则，求得管系上任意点的力、力矩、线位移和角位移。

把复原力加在座标原点处的好处，是可以使以后推导管道元件的变形系数时，仅与元件的位置座标有关，而与复原力作用点的座标无关。这样，对于有多组复原力的复杂系统，每个元件有一个一定的变形系数，计算就较为方便。

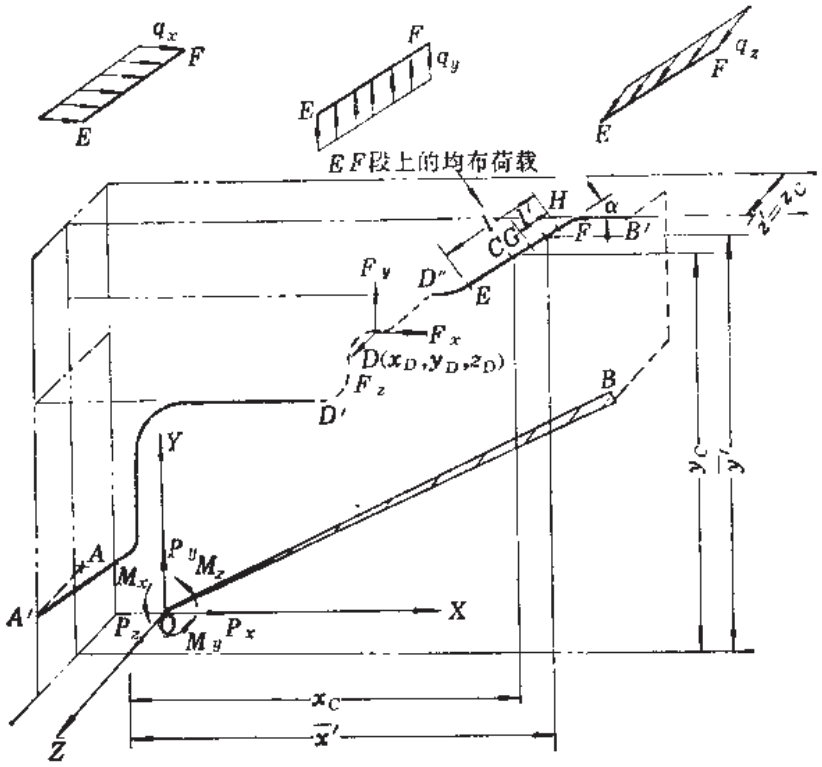


图 5-10　平行Z平面的管段的计算图

注：C点为均布荷载的合力中心，当受载元件为直段或弧段时，其位置见表5-8和表5-9所列；G点为EF段上的浮动计算点；H点为FG段上均布荷载的合力中心，当受载元件为直段或弧段时，其位置见附录五中均布荷载变形系数推证部分公式

应用卡氏定理求管系的变形时，必须先知道管系上各点的弯矩和扭矩。

AD段上任一点(此点座标为x、y、z,其走向与水平轴的倾角为α)所受的弯矩和扭矩：

$$\left.\begin{aligned}
M_b &= M_z+P_xy-P_yx+F_y(x_D-x)-F_x(y_D-y)+q_yl(x_C-x)-q_xl(y_C-y)\\
M_b' &= [M_y+P_zx-P_xz+F_x(z_D-z)-F_z(x_D-x)+q_xl(z_C-z)-q_zl(x_C-x)]\cos\alpha\\
&\quad -[M_x+P_yz-P_zy+F_z(y_D-y)-F_y(z_D-z)+q_zl(y_C-y)-q_yl(z_C-z)]\sin\alpha\\
M_t &= [M_x+P_yz-P_zy+F_z(y_D-y)-F_y(z_D-z)+q_zl(y_C-y)-q_yl(z_C-z)]\cos\alpha\\
&\quad +[M_y+P_zx-P_xz+F_x(z_D-z)-F_y(x_D-x)+q_xl(z_C-z)-q_zl(x_C-x)]\sin\alpha
\end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}5a)$$

DE段上任一点（座标为x、y、z，倾角为α）所受的弯矩和扭矩：

$$\left.\begin{aligned}
M_b &= M_z+P_xy-P_yx+q_yl(x_C-x)-q_xl(y_C-y)\\
M_b' &= [M_y+P_zx-P_xz+q_xl(z_C-z)-q_zl(x_C-x)]\cos\alpha\\
&\quad -[M_x+P_yz-P_zy+q_zl(y_C-y)-q_yl(z_C-z)]\sin\alpha\\
M_t &= [M_x+P_yz-P_zy+q_zl(y_C-y)-q_yl(z_C-z)]\cos\alpha\\
&\quad +[M_y+P_zx-P_xz+q_xl(z_C-z)-q_zl(x_C-x)\sin\alpha]
\end{aligned}\right\} \quad (5\text{-}5b)$$

EF段上任一点（座标为x、y、z，倾角为α）所受的弯矩和扭矩：

$$\left.\begin{aligned}
M_b &= M_z + P_x y - P_y x + q_y l'(\bar{x}' - x) - q_x l'(\bar{y}' - y) \\
M_b' &= [M_y + P_z x - P_x z + q_x l'(\bar{z}' - z) - q_z l'(\bar{x}' - x)]\cos\alpha \\
&\quad - [M_x + P_y z - P_z y + q_z l'(\bar{y}' - y) - q_y l'(\bar{z}' - z)]\sin\alpha \\
M_t &= [M_x + P_y z - P_z y + q_z l'(\bar{y}' - y) - q_y l'(\bar{z}' - z)]\cos\alpha \\
&\quad + [M_y + P_z x - P_x z + q_x l'(\bar{z}' - z) - q_z l'(\bar{x}' - x)]\sin\alpha
\end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}5c)$$

FB段上任一点（座标为x、y、z，倾角为α）所受的弯矩和扭矩：

$$\left.\begin{aligned}
M_b &= M_z + P_x y - P_y x \\
M_b' &= (M_y + P_z x - P_x z)\cos\alpha - (M_x + P_y z - P_z y)\sin\alpha \\
M_t &= (M_x + P_y z - P_z y)\cos\alpha + (M_y + P_z x - P_x z)\sin\alpha
\end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}5d)$$

这些弯矩和扭矩对复原力、力矩的偏导数为：

$$\left.\begin{array}{lll}
\dfrac{\partial M_b}{\partial M_x} = 0 & \dfrac{\partial M_b'}{\partial M_x} = -\sin\alpha & \dfrac{\partial M_t}{\partial M_x} = \cos\alpha \\
\dfrac{\partial M_b}{\partial M_y} = 0 & \dfrac{\partial M_b'}{\partial M_y} = \cos\alpha & \dfrac{\partial M_t}{\partial M_y} = \sin\alpha \\
\dfrac{\partial M_b}{\partial M_z} = 1 & \dfrac{\partial M_b'}{\partial M_z} = 0 & \dfrac{\partial M_t}{\partial M_z} = 0 \\
\dfrac{\partial M_b}{\partial P_x} = y & \dfrac{\partial M_b'}{\partial P_x} = -z\cos\alpha & \dfrac{\partial M_t}{\partial P_x} = -z\sin\alpha \\
\dfrac{\partial M_b}{\partial P_y} = -x & \dfrac{\partial M_b'}{\partial P_y} = -z\sin\alpha & \dfrac{\partial M_t}{\partial P_y} = z\cos\alpha \\
\dfrac{\partial M_b}{\partial P_z} = 0 & \dfrac{\partial M_b'}{\partial P_z} = x\cos\alpha + y\sin\alpha & \dfrac{\partial M_t}{\partial P_z} = -y\cos\alpha + x\sin\alpha
\end{array}\right\} \qquad (5\text{-}6)$$

应用卡氏定理列出求解复原力的变形协调线性方程组：

$$EJ\Delta x = \int_B^A kM_t \frac{\partial M_b}{\partial P_x} Q dl' + \int_B^A kM_b' \frac{\partial M_b'}{\partial P_x} Q dl' + \int_B^A 1.3M_t \frac{\partial M_t}{\partial P_x} Q dl'$$

$$= kQ \int_D^A [M_z + P_x y - P_y x + F_y(x_D - x) - F_x(y_D - y) + q_y l(x_C - x)$$

$$- q_x l(y_C - y)]y dl' + kQ \int_E^D [M_z + P_x y - P_y x + q_y l(x_C - x) - q_x l(y_C - y)]y dl'$$

$$+ kQ \int_F^E [M_z + P_x y - P_y x + q_y l'(\bar{x}' - x) - q_x l'(\bar{y}' - y)]y dl'$$

$$+ kQ \int_B^F [M_z + P_x y - P_y x]y dl'$$

$$+ kQ \left\{ \int_D^A - [M_y + P_z x - P_x z + F_x(z_D - z) - F_z(x_D - x) + q_x l(z_C - z) \right.$$

$$-q_z l(x_C-x)]z\cos^2\alpha dl'+\int_D^A[M_x+P_y z-P_z y+F_z(y_D-y)$$

$$-F_y(z_D-z)+q_z l(y_C-y)-q_y l(z_C-z)]z\sin\alpha\cos\alpha dl'\Big\}$$

$$+kQ\left\{\int_E^D-[M_y+P_z x-P_x z+q_x l(z_C-z)-q_z l(x_C-x)]z\cos^2\alpha dl'\right.$$

$$\left.+\int_E^D[M_x+P_y z-P_z y+q_z l(y_C-y)-q_y l(z_C-z)]z\sin\alpha\cos\alpha dl'\right\}$$

$$+kQ\left\{\int_F^E-[M_y+P_z x-P_x z+q_x l'(\bar{z}'-z)-q_z l'(\bar{x}'-x)]z\cos^2\alpha dl'\right.$$

$$\left.+\int_F^E[M_x+P_y z-P_z y+q_z l'(\bar{y}'-y)-q_y l'(\bar{z}'-z)]z\sin\alpha\cos\alpha dl'\right\}$$

$$+kQ\left\{\int_B^E-[M_y+P_z x-P_x z]z\cos^2\alpha dl'+\int_B^E[M_x+P_y z-P_z y]z\sin\alpha\cos\alpha dl'\right\}$$

$$+1.3Q\left\{\int_D^A-[M_x+P_y z-P_z y+F_z(y_D-y)-F_y(z_D-z)+q_z l(y_C-y)\right.$$

$$-q_y l(z_C-z)]z\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_D^A[M_y+P_z x-P_x z+F_x(z_D-z)$$

$$\left.-F_z(x_D-x)+q_x l(z_C-z)-q_z l(x_C-x)]z\sin^2\alpha dl'\right\}$$

$$+1.3Q\left\{\int_E^D-[M_x+P_y z-P_z y+q_z l(y_D-y)-q_y l(z_C-z)]z\sin\alpha\cos\alpha dl'\right.$$

$$\left.-\int_E^D[M_y+P_z x-P_x z+q_x l(z_C-z)-q_z l(x_C-x)]z\sin^2\alpha dl'\right\}$$

$$+1.3Q\left\{\int_F^E-[M_x+P_y z-P_z y+q_z l'(\bar{y}'-y)-q_y l'(\bar{z}'-z)]z\sin\alpha\cos\alpha dl'\right.$$

$$\left.-\int_F^E[M_y+P_z x-P_x z+q_x l'(\bar{z}'-z)-q_z l'(\bar{x}'-x)]z\sin^2\alpha dl'\right\}$$

$$+1.3Q\left\{\int_B^F-[M_x+P_y z-P_z y]z\sin\alpha\cos\alpha dl'\right.$$

$$\left.-\int_B^F[M_y+P_z x-P_x z]z\sin^2\alpha dl'\right\}$$

$$
\begin{aligned}
&= P_x\left[\int_B^A y^2 kQdl' + \int_B^A z^2(k\cos^2\alpha + 1.3\sin^2\alpha)Qdl'\right] \\
&- P_y\left[\int_B^A xykQ\,dl' + \int_B^A z^2(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right] \\
&- P_z\left[\int_B^A xz(k\cos^2\alpha + 1.3\sin^2\alpha)Qdl' - \int_B^A yz(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right] \\
&- M_x\int_B^A z(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl' \\
&- M_y\int_B^A zQ(k\cos^2\alpha + 1.3\sin^2\alpha)dl' \\
&+ M_z\int_B^A ykQdl' \\
&+ F_x\left[\int_D^A y^2 kQdl' + \int_D^A z^2(k\cos^2\alpha + 1.3\sin^2\alpha)Qdl'\right] \\
&- F_x y_D\int_D^A ykQdl' \\
&- F_x z_D\int_D^A z(k\cos^2\alpha + 1.3\sin^2\alpha)Qdl' \\
&- F_y\left[\int_D^A xykQ\,dl' + \int_D^A z^2(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right] \\
&+ F_y x_D\int_D^A ykQdl' \\
&+ F_y z_D\int_D^A z(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl' \\
&- F_z\left[\int_D^A xz(k\cos^2\alpha + 1.3\sin^2\alpha)Qdl' - \int_D^A yzQ(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha dl'\right] \\
&- F_x x_D\int_D^A -z(k\cos^2\alpha + 1.3\sin^2\alpha)Qdl' \\
&+ F_x y_D\int_D^A -z(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl' \\
&+ q_x l\left[\int_E^A y^2 kQdl' + \int_E^A z^2(k\cos^2\alpha + 1.3\sin^2\alpha)Qdl'\right]
\end{aligned}
$$

$$+\int_F^E [M_y+P_x x-P_x z+q_x l'(\bar{z}'-z)-q_z l'(\bar{x}'-x)]z\sin\alpha\cos\alpha dl' \Big\}$$

$$+1.3Q\Big\{\int_B^F [M_x+P_y z-P_z y]z\cos^2\alpha dl'+\int_B^E [M_y+P_x x-P_x z]z\sin\alpha\cos\alpha dl' \Big\}$$

$$=-P_x\left[\int_B^A xyk Q dl'+\int_B^A z^2(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+P_y\left[\int_B^A x^2 k Q dl'+\int_B^A z^2(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Q dl'\right]$$

$$+P_z\left[\int_B^A xz(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_B^A yz(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Q dl'\right]$$

$$+M_x\int_B^A z(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Q dl'$$

$$+M_y\int_B^A z(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$-M_z\int_B^A xkQ dl'$$

$$-F_x\left[\int_D^A xyk Q dl'+\int_D^A z^2(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+F_x y_D\int_D^A xkQ dl'$$

$$+F_x z_D\int_D^A z(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+F_y\left[\int_D^A x^2 k Q dl'+\int_D^A z^2(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Q dl'\right]$$

$$-F_y x_D\int_D^A xkQ dl'$$

$$-F_y z_D\int_D^A z(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Q dl'$$

$$+F_z\left[\int_D^A xz(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_D^A yz(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Q dl'\right]$$

$$-F_z x_D\int_D^A z(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$\times(x\cos^2\alpha+y\sin\alpha\cos\alpha)dl'-\int_D^A[M_x+P_yz-P_zy+F_z(y_D-y)-F_y(z_D-z)$$

$$+q_zl(y_C-y)-q_yl(z_C-z)](x\cos\alpha\sin\alpha+y\sin^2\alpha)\,dl'\Big\}$$

$$+kQ\Big\{\int_E^D[M_y+P_zx-P_xz+q_zl(z_C-z)-q_zl(x_C-x)](x\cos^2\alpha+y\sin\alpha\cos\alpha)dl'$$

$$-\int_E^D[M_x+P_yz-P_zy+q_zl(y_C-y)-q_yl(z_C-z)](x\cos\alpha\sin\alpha+y\sin^2\alpha)dl'\Big\}$$

$$+kQ\Big\{\int_F^E[M_y+P_zx-P_xz+q_zl'(\bar{z}'-z)-q_zl'(\bar{x}'-x)](x\cos^2\alpha+y\sin\alpha\cos\alpha)dl'$$

$$-\int_F^E[M_x+P_yz-P_zy+q_zl'(\bar{y}'-y)-q_yl'(\bar{z}'-z)](x\cos\alpha\sin\alpha+y\sin^2\alpha)dl'\Big\}$$

$$+kQ\Big\{\int_B^F[M_y+P_zx-P_xz](x\cos^2\alpha+y\sin\alpha\cos\alpha)dl'$$

$$-\int_B^F[M_x+P_yz-P_zy](x\cos\alpha\sin\alpha+y\sin^2\alpha)dl'\Big\}$$

$$+1.3Q\Big\{\int_D^A[M_x+P_yz-P_zy+F_z(y_D-y)-F_y(z_D-z)+q_zl(y_C-y)-q_yl(z_C-z)]$$

$$\times(-y\cos^2\alpha+x\sin\alpha\cos\alpha)dl'+\int_D^A[M_y+P_zx-P_xz+F_x(z_D-z)-F_z(x_D-x)$$

$$+q_zl(z_C-z)-q_zl(x_C-x)](-y\sin\alpha\cos\alpha+x\sin^2\alpha)dl'\Big\}$$

$$+1.3Q\Big\{\int_E^D[M_x+P_yz-P_zy+q_zl(y_C-y)-q_yl(z_C-z)](-y\cos^2\alpha$$

$$+x\sin\alpha\cos\alpha)dl'$$

$$+\int_E^D[M_y+P_zx-P_xz+q_zl(z_C-z)-q_zl(x_C-x)](-y\sin\alpha\cos\alpha+x\sin^2\alpha)\,dl'\Big\}$$

$$+1.3Q\Big\{\int_F^E[M_x+P_yz-P_zy+q_zl'(\bar{y}'-y)-q_yl'(\bar{z}'-z)](-y\cos^2\alpha$$

$$+x\sin\alpha\cos\alpha)dl'$$

$$+\int_F^E[M_y+P_zx-P_xz-q_zl'(\bar{z}'-z)-q_zl'(\bar{x}'-x)](-y\sin\alpha\cos\alpha+x\sin^2\alpha)dl'\Big\}$$

$$+1.3Q\left\{\int_B^F[M_x+P_yz-P_zy](-y\cos^2\alpha+x\sin\alpha\cos\alpha)dl'\right.$$

$$\left.+\int_B^F[M_y+P_zx-P_xz](-y\sin\alpha\cos\alpha+x\sin^2\alpha)dl'\right\}$$

$$=P_x\left[\int_B^A yz(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_B^A zx(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$+P_y\left[\int_B^A zx(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_B^A yz(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$+P_z\left[\int_B^A x^2(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'+\int_B^A y^2(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'\right.$$

$$\left.-2\int_B^A xy(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+M_x\left[\int_B^A x(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_B^A y(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$+M_y\left[\int_B^A x(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'-\int_B^A y(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+F_x\left[\int_D^A zy(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_D^A zx(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$+F_xz_D\left[\int_D^A x(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'-\int_D^A y(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+F_y\left[\int_D^A zx(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_D^A yz(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$+F_yz_D\left[\int_D^A y(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'-\int_D^A x(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+F_z\left[\int_D^A y^2(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'+\int_D^A x^2(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'\right.$$

$$\left.-2\int_D^A xy(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+F_zx_D\left[\int_D^A y(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_D^A x(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$+F_zy_D\left[\int_D^A x(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_D^A y(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$+q_x l\left[\int_E^A zy(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl' - \int_E^A zx(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$+q_x l z_C\left[\int_E^A x(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl' - \int_E^A y(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+q_y l\left[\int_D^A zx(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl' - \int_E^A zy(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$+q_y l z_C\left[\int_E^A y(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl' - \int_E^A x(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+q_z l\left[\int_E^A y^2(1.3\cos^2\alpha-k\sin^2\alpha)Qdl' + \int_E^A x^2(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'\right.$$

$$\left.-2\int_E^A xy(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+q_z l y_C\left[\int_E^A x(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl' - \int_E^A y(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$+q_z l x_C\left[\int_E^A y(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl' - \int_E^A x(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$+q_z\left[\int_F^E l'(\bar{x}'-x)y(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl' - \int_F^E l'(\bar{x}'-x)x(k\cos^2\alpha\right.$$

$$+1.3\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$\left.+\int_F^E l'(\bar{y}'-y)x(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl' - \int_F^E l(\bar{y}'-y)y(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'\right] \tag{5-9a}$$

$$EJ\Delta\theta_x = \int_B^A kM_b\frac{\partial M_b}{\partial M_x}Qdl' + \int_B^A kM_b'\frac{\partial M_b'}{\partial M_x}Qdl' + \int_B^A 1.3M_t\frac{\partial M_t}{\partial M_x}Qdl'$$

$$=0+kQ\left\{\int_D^A -[M_y+P_z x-P_x z+F_x(z_D-z)-F_z(x_D-x)+q_x l(z_C-z)\right.$$

$$-q_z l(x_C-x)]\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+\int_D^A [M_x+P_y z-P_z y+F_z(y_D-y)-F_y(z_D-z)+q_y l(y_C-y)$$

$$\left.-q_y l(z_C-z)]\sin^2\alpha dl'\right\}$$

$$+kQ\left\{\int_E^D -[M_y+P_x x-P_z z+q_z l(z_C-z)-q_x l(x_C-x)]\sin\alpha\cos\alpha dl'\right.$$

$$+\int_E^D [M_x+P_y z-P_z y+q_z l(y_C-y)-q_y l(z_C-z)]\sin^2\alpha dl'\Big\}$$

$$+kQ\Big\{\int_F^E -[M_y+P_z x-P_x z+q_z l'(\bar{z}'-z)-q_z l'(\bar{x}'-x)]\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+\int_F^E [M_x+P_y z-P_z y+q_z l'(\bar{y}'-y)-q_y l'(\bar{z}'-z)]\sin^2\alpha dl'\Big\}$$

$$+kQ\Big\{\int_B^F -[M_y+P_z x-P_x z]\sin\alpha\cos\alpha dl'+\int_B^F [M_x+P_y z-P_z y]\sin^2\alpha dl'\Big\}$$

$$+1.3Q\Big\{\int_D^A [M_x+P_y z-P_z y+F_z(y_D-y)-F_y(z_D-z)+q_z l(y_C-y)$$

$$-q_y l(z_C-z)]\cos^2\alpha dl'$$

$$+\int_D^A [M_y+P_z x-P_x z+F_x(z_D-z)-F_z(x_D-x)+q_x l(z_C-z)$$

$$-q_z l(x_C-x)]\sin\alpha\cos\alpha dl'\Big\}$$

$$+1.3Q\Big\{\int_E^D [M_x+P_y z-P_z y+q_z l(y_C-y)-q_y l(z_C-z)]\cos^2\alpha dl'$$

$$+\int_E^D [M_y+P_z x-P_x z+q_x l(z_C-z)-q_z l(x_C-x)]\sin\alpha\cos\alpha dl'\Big\}$$

$$+1.3Q\Big\{\int_F^E [M_x+P_y z-P_z y+q_z l'(\bar{y}'-y)-q_y l'(\bar{z}'-z)]\cos^2\alpha dl'$$

$$+\int_F^E [M_y+P_z x-P_x z+q_x l'(\bar{z}'-z)-q_z l'(\bar{x}'-x)]\sin\alpha\cos\alpha dl'\Big\}$$

$$+1.3Q\Big\{\int_B^F [M_x+P_y z-P_z y]\cos^2\alpha dl'+\int_B^F [M_y+P_z x-P_x z]\sin\alpha\cos\alpha dl'\Big\}$$

$$=-P_x\int_B^A z(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+P_y\int_B^A z(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Q dl'$$

$$+P_z\Big[\int_B^A x(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_B^A y(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Q dl'\Big]$$

$$+M_x\int_B^A (1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Q\,dl'$$

$$+M_y\int_B^A(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$-F_x\int_D^A z(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+F_x z_D\int_D^A(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+F_y\int_D^A z(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$-F_y z_D\int_D^A(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$+F_z\left[-\int_D^A y(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'+\int_D^A x(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+F_z y_D\int_D^A(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$-F_z x_D\int_D^A(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$-q_x l\int_E^A z(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+q_x l z_C\int_E^A(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+q_y l\int_E^A z(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$-q_y l z_C\int_E^A(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$+q_z l\left[\int_E^A x(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'-\int_E^A y(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'\right]$$

$$-q_z l x_C\int_E^A(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+q_z l y_C\int_E^A(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$+q_z\left[\int_F^E l'(\bar{y}'-y)(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'-\int_F^E l'(\bar{x}'-x)(1.3-k)\right.$$

$$\times Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\Big] \qquad (5\text{-}10a)$$

$$EJ\,\Delta\theta_y=\int_B^A kM_b\frac{\partial M_b}{\partial M_y}Q\,dl'+\int_B^A kM_b'\frac{\partial M_b'}{\partial M_y}Q dl'+\int_B^A 1.3M_t\frac{\partial M_t}{\partial M_y}Q dl'$$

$$=0+kQ\Big\{\int_D^A[M_y+P_zx-P_xz+F_x(z_D-z)-F_z(x_D-x)+q_xl(z_C-z)$$

$$-q_zl(x_C-x)]\cos^2\alpha dl'$$

$$-\int_D^A[M_x+P_yz-P_zy+F_z(y_D-y)-F_y(z_D-z)-q_zl(y_C-y)$$

$$-q_yl(z_C-z)]\sin\alpha\cos\alpha dl'\Big\}$$

$$+kQ\Big\{\int_E^D[M_y+P_zx-P_xz+q_xl(z_D-z)-q_zl(x_C-x)]\cos^2\alpha dl'$$

$$-\int_E^D[M_x+P_yz-P_zy+q_zl(y_C-y)-q_yl(z_C-z)]\sin\alpha\cos\alpha dl'\Big\}$$

$$+kQ\Big\{\int_F^E[M_y+P_zx-P_xz+q_xl'(\bar{z}'-z)-q_zl'(\bar{x}'-x)]\cos^2\alpha dl'$$

$$-\int_F^E[M_x+P_yz-P_zy+q_zl'(\bar{y}'-y)-q_yl'(\bar{z}'-z)]\sin\alpha\cos\alpha dl'\Big\}$$

$$+kQ\Big\{\int_B^F[M_y+P_zx-P_xz]\cos^2\alpha dl'-\int_B^F[M_x+P_yz-P_zy]\sin\alpha\cos\alpha dl'\Big\}$$

$$+1.3Q\Big\{\int_D^A[M_x+P_yz-P_zy+F_z(y_D-y)-F_y(z_D-z)+q_zl(y_C-y)$$

$$-q_yl(z_C-z)]\cos\alpha\sin\alpha dl'+\int_D^A[M_y+P_zx-P_xz+F_x(z_D-z)$$

$$-F_x(x_D-x)+q_xl(z_C-z)-q_zl(x_C-x)]\sin^2\alpha dl'\Big\}$$

$$+1.3Q\Big\{\int_E^D[M_x+P_yz-P_zy+q_zl(y_C-y)-q_yl(z_C-z)]\cos\alpha\sin\alpha dl'$$

$$+\int_E^D[M_y+P_zx-P_xz+q_xl(z_C-z)-q_zl(x_C-x)]\sin^2\alpha dl'\Big\}$$

$$+1.3Q\left\{\int_F^E[M_x+P_yz-P_zy+q_zl'(\bar{y}'-y)-q_yl'(\bar{z}'-z)]\cos\alpha\sin\alpha dl'\right.$$

$$\left.+\int_F^E[M_y+P_zx-P_xz+q_xl'(\bar{z}'-z)-q_zl(\bar{x}'-x)]\sin^2\alpha dl'\right\}$$

$$+1.3Q\left\{\int_B^F[M_x+P_yz-P_zy]\cos\alpha\sin\alpha dl'+\int_B^F[M_y+P_zx-P_xz]\sin^2\alpha dl'\right\}$$

$$=-P_x\int_B^A z(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$+P_y\int_B^A z(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+P_z\left[\int_B^A x(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'-\int_B^A y(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$+M_x\int_B^A(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+M_y\int_B^A(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$-F_x\int_D^A z(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$+F_xz_D\int_D^A(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$+F_y\int_D^A z(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$-F_yz_D\int_D^A(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$+F_z\left[\int_D^A x(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'-\int_D^A y(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'\right]$$

$$-F_zx_D\int_D^A(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$+F_zy_D\int_D^A(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$-q_xl\int_E^A z(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'$$

赋以下列不同的符号：

集中力变形系数共有13个：

$$s=\int kQdl'$$

$$u=\int(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$v=\int(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$q=\int(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha Qdl'$$

$$s_a=\int xds$$

$$s_b=\int yds$$

$$u_0=\int xdu-\int ydq$$

$$v_0=\int ydv-\int xdq$$

$$s_{aa}=\int x^2ds$$

$$s_{bb}=\int y^2ds$$

$$u_{00}=\int x^2du-\int xydq$$

$$v_{00}=\int y^2dv-\int xydq$$

$$s_{ab}=\int xyds$$

均布荷载变形系数积分式共有 9 个：

$$w_a=\int(\bar{x}'-x)l'ds$$

$$w_{ab}=\int y(\bar{x}'-x)l'ds$$

$$w_{aa}=-\int x(\bar{x}'-x)l'ds$$

$$w_b=-\int(\bar{y}'-y)l'ds$$

$$w_{ba}=\int x(\bar{y}'-y)l'ds$$

$$w_{bb}=-\int y(\bar{y}'-y)l'ds$$

$$w_u=-\int(\bar{x}'-x)l'du+\int(\bar{y}'-y)l'dq$$

$$w_v=\int(\bar{y}'-y)l'dv-\int(\bar{x}'-x)l'dq$$

$$w_{uv}=-\int x(\bar{x}'-x)l'du+\int y(\bar{x}'-x)l'dq+\int y(\bar{y}'-y)l'dv+\int x(\bar{y}'-y)l'dq$$

将这些符号代入式（5-7a）～(5-12a)得：

$$\begin{aligned}EJ\Delta x=&P_x\int_B^A(ds_{bb}+C_z^2du)+P_y\int_B^A-(ds_{ab}+C_z^2dq)+P_z\int_B^A-C_zdu_0\\&+M_x\int_B^A-C_zdq+M_y\int_B^A-C_zdu+M_z\int_b^A ds_b+F_x\int_D^A(ds_{bb}+C_z^2du)\\&-F_xy_D\int_D^A ds_b+F_xz_D\int_D^A-C_zdu+F_y\int_D^A-(ds_{ab}+C_z^2dq)\\&+F_yx_D\int_D^A ds_b-F_yz_D\int_D^A-C_zdq+F_z\int_D^A-C_zdu_0-F_zx_D\int_D^A-C_zdu\\&+F_zy_D\int_D^A-C_zdq+q_xl\int_E^A(ds_{bb}+C_z^2du)-q_xly_C\int_E^A ds_b\\&+q_xlz_C\int_E^A-C_zdu+q_yl\int_E^A-(ds_{ab}+C_z^2dq)+q_ylx_C\int_E^A ds_b\\&-q_yl\,z_C\int_E^A-C_zdq+q_zl\int_E^A-C_zdu_0-q_zlx_C\int_E^A-C_z\,d\,u\\&+q_yl\,y_C\int_E^A-C_zdq+q_x\int_F^E dw_{bb}+q_y\int_F^E dw_{ab}+q_z\int_F^E-C_zdw_u\end{aligned}\qquad(5\text{-}7)$$

$$\begin{aligned}EJ\Delta y=&P_x\int_B^A-(ds_{ab}+C_z^2d\,q)+P_y\int_B^A(ds_{aa}+C_z^2dv)+P_z\int_B^A-C_zdv_0\\&+M_x\int_B^A C_zdv+M_y\int_B^A C_zdq+M_z\int_B^A-ds_a+F_x\int_D^A-(ds_{ab}+C_z^2dq)\\&-F_xy_D\int_D^A-ds_a+F_xz_D\int_D^A C_zdq+F_y\int_D^A(ds_{aa}+C_z^2dv)+F_yx_D\int_D^A-ds_a\\&-F_yz_D\int_D^A C_zdv+F_z\int_D^A-C_zdv_0-F_zx_D\int_D^A C_zdq\\&+F_zy_D\int_D^A C_zdv+q_xl\int_E^A-(ds_{ab}+C_z^2dq)-q_xly_C\int_E^A-ds_a\\&+q_zlz_C\int_B^A C_zdq+q_yl\int_E^A(ds_{aa}+C_z^2dv)+q_yl\,x_C\int_E^A-ds_a\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&-q_y lz_C\int_N^A C_z dv+q_z l\int_E^A -C_z dv_0-q_z l x_C\int_E^A C_z dq\\
&+q_z l y_C\int_E^A C_z dv+q_x\int_F^E dw_{bb}+q_y\int_F^B dw_{aa}+q_z\int_b^H C_z dw_v
\end{aligned}
\tag{5-8}
$$

$$
\begin{aligned}
EJ\Delta z=&P_x\int_B^A -C_z du_0+P_y\int_B^A -C_z dv_0+P_z\int_B^A d(u_{00}+v_{00})+M_x\int_B^A -dv_0\\
&+M_y\int_B^A du_0+F_x\int_D^A -C_z du_0+F_x z_D\int_D^A du_0+F_y\int_D^A -C_z dv_0\\
&-F_y z_D\int_D^A -dv_0+F_z\int_D^A d(u_{00}+v_{00})-F_z x_D\int_D^A du_0\\
&+F_z y_D\int_D^A -dv_0+q_x l\int_E^A -C_z du_0+q_x lz_C\int_E^A du_0+q_y l\int_E^A -C_z dv_0\\
&-q_y lz_C\int_E^A -dv_0+q_z l\int_E^A d(u_{00}+v_{00})+q_z ly_C\int_E^A -dv_0\\
&-q_z lx_C\int_E^A du_0+q_z\int_F^E dw_{uv}
\end{aligned}
\tag{5-9}
$$

$$
\begin{aligned}
EJ\Delta\theta_x=&P_x\int_B^A -C_z dq+P_y\int_B^A C_z dv+P_z\int_B^A -dv_0+M_x\int_B^A dv+M_y\int_B^A dq\\
&+F_x\int_D^A -C_z dq+F_x z_D\int_D^A dq+F_y\int_D^A C_z dv-F_y z_D\int_D^A dv+F_z\int_D^A -dv_0\\
&+F_z y_D\int_D^A dv-F_z x_D\int_D^A dq+q_x l\int_E^A -C_z dq+q_x lz_C\int_E^A dq\\
&+q_y l\int_E^A C_z dv-q_y lz_C\int_E^A dv+q_z l\int_E^A -dv_0-q_z lx_C\int_E^A dq\\
&+q_z l y_C\int_E^A dv+q_z\int_F^E dw_v
\end{aligned}
\tag{5-10}
$$

$$
\begin{aligned}
EJ\Delta\theta_y=&P_x\int_B^A -C_z du+P_y\int_B^A C_z dq+P_z\int_B^A du_0+M_x\int_B^A dq+M_y\int_B^A du\\
&+F_z\int_D^A -C_z du+F_x z_D\int_D^A du+F_y\int_D^A C_z dq-F_y z_D\int_D^A dq\\
&+F_z\int_D^A du_0-F_x x_D\int_D^A du+F_z y_D\int_D^A dq+q_x l\int_E^A -C_z du+q_x lz_C\int_E^A du
\end{aligned}
$$

和受有相对应的荷载（图5-11）。在座标原点标注上复原力及位移。显然，平行X、Y座标面上管段计算图上所标示的各参数（包括外力荷载、位移荷载、复原力、力矩、线位移、角位移等）的角注，只是由图5-11b所示的Z平面的三角形上的字母被X、Y平面的三角形上相应位置的字母替代了而已（即由Z平面变到X平面时：y变成z、z变成x、x变成y；由Z平面变换到Y平面时：y变成x、z变成y、x变成z）。由于这样的相对转置关系，可以设想假使像以上推导Z平面管段计算公式的过程一样，写出平行于X、Y平面管段的计算公式，那么整个推导过程中的每一公式中任一参数的角注，只是按上述相对转置关系进行置换而已，这个关系当然也包括最终的力与变形间关系的表达式。

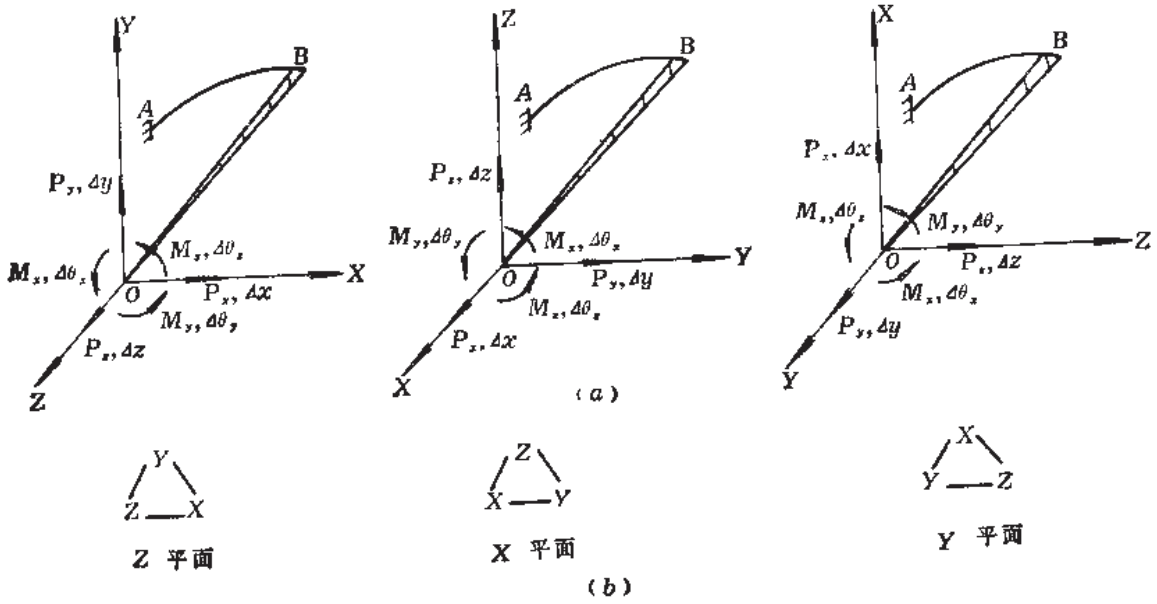


图 5-11　Z、X、Y平面的转置

在表5-3中写出平行于Z平面管段的力与变形关系表达式，而欲求平行于X平面管段的力与变形间关系表达式时，只要按转置关系改变力、力矩及线位移、角位移的角标就可以得到（C_z亦相应改为C_x），这样，可以很快得出平行于X平面的管段在受载时各个变形方向的变形系数。求平行于Y平面的管段的力与变形关系表达式也一样。

用转置方法求得X、Y平面管段的变形系数后，也可把它汇总在表5-2上。平行于X、Y、Z平面的各管道元件的变形系数之和即为整个管道的总变形系数，在表5-2中是以Σ栏表示。

表5-2中除了C_x、C_y、C_z是元件所在平面的X、Y、Z座标值外，所有系数均为各元件的变形系数表达式，可以按本节第四部分中推得的公式计算。

有了表5-2就可以写出单支管道的变形协调线性方程组如式（5-13）。

式（5-13）中最下一行Σ系指该列荷载的积算范围，亦即此荷载在计算系统上的作用范围。

式（5-13）已作了因次平衡，式中各量的单位为：

表 5-1　　平　行　于　Z　平　面　的　管　段

P_x	P_y	P_z	M_x	M_y	M_z	q_x
$\int_B^A(ds_{bb}+C_z^2du)$	$\int_B^A-(ds_{ab}+C_z^2dq)$	$\int_B^A-C_xdu_0$	$\int_B^A-C_xdq$	$\int_B^A-C_xdu$	$\int_B^A ds_b$	$\int_F^E dw_{bb}$
$\int_B^A-(ds_{ab}+C_z^2dq$	$\int_B^A(ds_{aa}+C_z^2dv)$	$\int_B^A-C_xdv_0$	$\int_B^A C_xdv$	$\int_B^A C_xdq$	$\int_B^A-ds_a$	$\int_F^E dw_{ba}$
$\int_B^A-C_xdu_0$	$\int_B^A-C_xdv_0$	$\int_B^A d(u_{00}+v_{00})$	$\int_B^A-dv_0$	$\int_B^A du_0$	0	0
$\int_B^A-C_xdq$	$\int_B^A C_xdv$	$\int_B^A-dv_0$	$\int_B^A dv$	$\int_B^A dq$	0	0
$\int_B^A-C_xdu$	$\int_B^A C_xdq$	$\int_B^A du_0$	$\int_B^A dq$	$\int_B^A du$	0	0
$\int_B^A ds_b$	$\int_B^A-ds_a$	0	0	0	$\int_B^A ds$	$\int_F^E dw_b$

q_z	$P_z^q z=q_z l$	$M_x^q z=q_z l y_C$	$M_y^q z=-q_z l x_C$	F_z	$M_y^F z=F_z z_D$	$M_x^F z=-F_z y_D$
$\int_F^E-C_xdw_a$	$\int_E^A-C_xdu_0$	$\int_E^A-C_xdq$	$\int_E^A-C_xdu$	$\int_D^A(ds_{bb}+C_z^2du)$	$\int_D^A-C_xdu$	$\int_D^A ds_b$
$\int_F^E C_xdw_b$	$\int_E^A-C_xdv_0$	$\int_E^A C_xdv$	$\int_E^A C_xdq$	$\int_D^A-(ds_{ab}+C_z^2dq)$	$\int_D^A C_xdq$	$\int_D^A-ds_a$
$\int_F^E dw_{ab}$	$\int_E^A d(u_{00}+v_{00})$	$\int_E^A-dv_0$	$\int_E^A du_0$	$\int_D^A-C_xdu_0$	$\int_D^A du_0$	0
$\int_F^E dw_b$	$\int_E^A-dv_0$	$\int_E^A dv$	$\int_E^A dq$	$\int_D^A-C_xdq$	$\int_D^A dq$	0
$\int_F^E dw_a$	$\int_E^A du_0$	$\int_E^A dq$	$\int_E^A du$	$\int_D^A-C_xdu$	$\int_D^A du$	0
0	0	0	0	$\int_D^A ds_b$	0	$\int_D^A ds$

积 分 形 式 的 变 形 系 数

$P_x^q x = q_x l$	$M_y^q x = q_x l z_C$	$M_z^q x = -q_x l y_C$	q_y	$P_y^q y = q_y$	$M_z^q y = q_y l x_C$	$M_x^q y = -q_y l z_C$
$\int_E^A (ds_{bb} + C_z^2 du)$	$\int_E^A -C_z du$	$\int_E^A ds_b$	$\int_F^E dw_{ab}$	$\int_E^A -(ds_{ab} + C_z^2 dq)$	$\int_E^A ds_b$	$\int_E^A -C_z dq$
$\int_E^A -(ds_{ab} + C_z^2 dq)$	$\int_E^A C_z dq$	$\int_E^A -ds_a$	$\int_F^E dw_{aa}$	$\int_E^A (ds_{aa} + C_z^2 dv)$	$\int_E^A -ds_a$	$\int_E^A C_z dv$
$\int_E^A -C_z du_0$	$\int_E^A du_0$	0	0	$\int_E^A -C_z dv_0$	0	$\int_E^A -dv_0$
$\int_E^A -C_z dq$	$\int_E^A dq$	0	0	$\int_E^A C_z dv$	0	$\int_E^A dv$
$\int_E^A -C_z du$	$\int_E^A du$	0	0	$\int_E^A C_z dq$	0	$\int_E^A dq$
$\int_E^A ds_b$	0	$\int_E^A ds$	$\int_F^E dw_a$	$\int_E^A -ds_a$	$\int_E^A ds$	0

F_y	$M_z^F y = F_y x_D$	$M_x^F y = -F_y z_D$	F_z	$M_y^F z = F_z y_D$	$M_y^F z = -F_z x_D$	
$\int_D^A -(ds_{ab} + C_z^2 dq)$	$\int_D^A ds_b$	$\int_D^A -C_z dq$	$\int_D^A -C_z du_0$	$\int_D^A -C_z dq$	$\int_D^A -C_z du$	$EJ\Delta x$
$\int_D^A (ds_{aa} + C_z^2 dv)$	$\int_D^A -ds_a$	$\int_D^A C_z dv$	$\int_D^A -C_z dv_0$	$\int_D^A C_z dv$	$\int_D^A C_z dq$	$EJ\Delta y$
$\int_D^A -C_z dv_0$	0	$\int_D^A -dv_0$	$\int_D^A d(u_{00} + v_{00})$	$\int_D^A -dv_0$	$\int_D^A du_0$	$EJ\Delta z$
$\int_D^A C_z dv$	0	$\int_D^A dv$	$\int_D^A -v_0$	$\int_D^A dv$	$\int_D^A dq$	$EJ\Delta\theta_x$
$\int_D^A C_z dq$	0	$\int_D^A dq$	$\int_D^A du_0$	$\int_D^A dq$	$\int_D^A du$	$EJ\Delta\theta_y$
$\int_D^A -ds_a$	$\int_D^A ds$	0	0	0	0	$EJ\Delta\theta_z$

表 5-2　　以元件的变形系数表达的总变形系数表

平　面	P_x	P_y	P_z	M_x	M_y	M_z	q_x	P_x^q $= q_x l$	M_y^q $= q_x l_{xc}$	M_z^q $= -q_x l y_c$	q_y	P_y^q $= q_y l$	M_z^q $= q_y l x_c$	M_x^q $= -q_y l z_c$
X	$u_{00}+v_{00}$	$-C_x u_0$	$-C_x v_0$	0	$-v_0$	u_0	w_{aa}	$u_{00}+v_{00}$	$-v_0$	u_0	0	$-C_x u_0$	u_0	0
Y	$s_{aa}+C_y^2 v$	$-C_y v_0$	$-s_{ab}-C_y^2 q$	$C_y q$	$-s_a$	$C_y v$	w_{aa}	$s_{aa}+C_y^2 v$	$-s_a$	$C_y v$	$C_y w_a$	$-C_y v_0$	$C_y v$	$C_y q$
Z	$s_{bb}+C_x^2 u$	$-s_{ab}-C_x^2 q$	$-C_x u_0$	$-C_x q$	$-C_x u$	s_b	w_{bb}	$s_{bb}+C_x^2 u$	$-C_x u$	s_b	w_{ab}	$-s_{ab}-C_x^2 q$	s_b	$-C_x q$
Σ	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{11}	a_{15}	a_{16}	a_{18}	a_{12}	a_{16}	a_{14}
X	$-C_x u_0$	$s_{bb}+C_x^2 u$	$-s_{ab}-C_x^2 q$	s_b	$-C_x q$	$-C_x u$	$-C_x w_a$	$-C_x u_0$	$-C_x q$	$-C_x u$	w_{bb}	$s_{bb}+C_x^2 u$	$-C_x u$	s_b
Y	$-C_y v_0$	$u_{00}+v_{00}$	$-C_y u_0$	u_0	0	$-v_0$	0	$-C_y v_0$	0	$-v_0$	w_{aa}	$u_{00}+v_{00}$	$-v_0$	u_0
Z	$-s_{ab}-C_x^2 q$	$s_{aa}+C_x^2 v$	$-C_x v_0$	$C_x v$	$C_x q$	$-s_a$	w_{ba}	$-s_{ab}-C_x^2 q$	$C_x q$	$-s_a$	w_{aa}	$s_{aa}+C_x^2 v$	$-s_a$	$C_x v$
Σ	a_{17}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}	a_{12}	a_{25}	a_{26}	a_{28}	a_{22}	a_{26}	a_{24}
X	$-C_x v_0$	$-s_{ab}-C_x^2 q$	$s_{aa}+C_x^2 v$	$-s_a$	$C_x v$	$C_x q$	$C_x w_a$	$-C_x v_0$	$C_x v$	$C_x q$	w_{ba}	$-s_{ab}-C_x^2 q$	$C_x q$	$-s_a$
Y	$-s_{ab}-C_y^2 q$	$-C_y u_0$	$s_{bb}+C_y^2 u$	$-C_y u$	s_b	$-C_y q$	w_{ab}	$-s_{ab}-C_y^2 q$	s_b	$-C_y q$	$-C_y w_a$	$-C_y u_0$	$-C_y q$	$C_y u$
Z	$-C_x u_0$	$-C_x v_0$	$u_{00}+v_{00}$	$-v_0$	u_0	0	0	$-C_x u_0$	u_0	0	0	$-C_x v_0$	0	$-v_0$

Σ	a_{13}	a_{23}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}	a_{37}	a_{13}	a_{35}	a_{36}	a_{38}	a_{23}	a_{36}	a_{34}
X	0	s_b	$-s_a$	s	0	0	0	0	0	0	w_b	s_b	0	s
Y	C_yq	u_0	$-C_yu$	u	0	q	0	C_yq	0	q	w_a	u_0	q	u
Z	$-C_xq$	C_xv	$-v_0$	v	q	0	0	$-C_xq$	q	0	0	C_xv	0	v
Σ	a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}	a_{47}	a_{14}	a_{45}	a_{46}	a_{48}	a_{24}	a_{46}	a_{44}
X	$-v_0$	$-C_xq$	C_xv	0	v	q	w_0	$-v_0$	v	q	0	$-C_xq$	q	0
Y	$-s_a$	0	s_b	0	s	0	w_a	$-s_a$	s	0	0	0	0	0
Z	$-C_xu$	C_xq	u_0	q	u	0	0	$-C_xu$	u	0	0	C_xq	0	q
Σ	a_{15}	a_{25}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{56}	a_{57}	a_{15}	a_{55}	a_{56}	a_{58}	a_{25}	a_{56}	a_{45}
X	u_0	$-C_xu$	C_xq	0	q	u	w_u	u_0	q	u	0	$-C_xu$	u	0
Y	C_yv	$-v_0$	$-C_yq$	q	0	v	0	C_yv	0	v	w_v	$-v_0$	v	q
Z	s_b	$-s_a$	0	0	0	s	w_b	s_b	0	s	w_a	$-s_a$	s	0
Σ	a_{16}	a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}	a_{67}	a_{16}	a_{56}	a_{66}	a_{68}	a_{26}	a_{66}	a_{46}
	复原力变形系数						X向均布荷载变形系数				Y向均布荷载变形系数			

续表

平　面	q_z	$P_x^{qz}=q_zl$	$M_x^{qz}=q_zly_C$	$M_y^{qz}=-q_zlx_C$	F_x	$M_y^{Fx}=F_xz_D$	$M_z^{Fx}=-F_xy_D$	F_y	$M_y^{Fy}=F_yx_D$	$M_x^{Fy}=-F_yz_D$	F_z	$M_x^{Fz}=F_zy_D$	$M_y^{Fz}=-F_zx_D$	
X	0	$-C_xv_0$	0	$-v_0$	$u_{00}+v_{00}$	$-v_0$	u_0	$-C_xu_0$	u_0	0	$-C_xv_0$	0	$-v_0$	
Y	w_{bo}	$-s_{ab}-C_y^2q$	C_yq	$-s_a$	$s_{aa}+C_y^2v$	$-s_a$	C_yv	$-C_yv_0$	C_yv	C_yq	$-s_{ab}-C_y^2q$	C_yq	$-s_a$	$EJ\Delta x$
Z	$-C_zw_u$	$-C_zu_0$	$-C_zq$	$-C_zu$	$s_{bb}+C_z^2u$	$-C_zu$	s_b	$-s_{ab}-C_z^2q$	s_b	$-C_zq$	$-C_zu_0$	$-C_zq$	$-C_zu$	
Σ	a_{19}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{11}	a_{15}	a_{16}	a_{12}	a_{16}	a_{14}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	
X	w_{ab}	$-s_{ab}-C_x^2q$	s_b	$-C_xq$	$-C_xu_0$	$-C_xq$	$-C_xu$	$s_{bb}+C_x^2u$	$-C_xu$	s_b	$-s_{ab}-C_x^2q$	s_b	$-C_xq$	
Y	0	$-C_yu_0$	u_e	0	$-C_yv_0$	0	$-v_0$	$u_{00}+v_{00}$	$-v_0$	u_0	$-C_yu_0$	u_0	0	$EJ\Delta y$
Z	C_zw_v	$-C_zv_0$	C_zv	C_zq	$-s_{ab}-C_z^2q$	C_zq	$-s_a$	$s_{aa}+C_z^2v$	$-s_a$	C_zv	$-C_zv_0$	C_zv	C_zq	
Σ	a_{29}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{12}	a_{25}	a_{26}	a_{22}	a_{26}	a_{24}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	
X	w_{ao}	$s_{aa}+C_x^2v$	$-s_a$	C_xv	$-C_xv_0$	C_xv	C_xq	$-s_{ab}-C_x^2q$	C_xq	$-s_a$	$s_{aa}+C_x^2v$	$-s_a$	C_xv	
Y	w_{bb}	$s_{bb}+C_y^2u$	$-C_yu$	s_b	$-s_{ab}-C_y^2q$	s_b	$-C_yq$	$-C_yu_0$	$-C_yq$	$-C_yu$	$s_{bb}+C_y^2u$	$-C_yu$	s_b	$EJ\Delta z$
Z	w_{uv}	$u_{00}+v_{00}$	$-v_0$	u_0	$-C_zu_0$	u_0	0	$-C_zv_0$	0	$-v_0$	$u_{00}+v_{00}$	$-v_0$	u_0	

表 5-3　　X、Y、Z平面上管段的变形系数转置关系

Z 平 面	P_x	P_y	P_z	M_x	M_y	M_z	q_x	q_y	q_z			
X 平 面	P_y	P_z	P_x	M_y	M_z	M_x	q_y	q_z	q_x			
Y 平 面	P_z	P_x	P_y	M_z	M_x	M_y	q_z	q_x	q_y			
	$s_{bb}+C_g^2u$	$-s_{ab}-C_z^2q$	$-C_zu_0$	$-C_zq$	$-C_zu$	s_b	w_{bb}	w_{ab}	$-C_zw_u$	$EJ\Delta z$	$EJ\Delta y$	$EJ\Delta x$
	$-s_{ab}-C_z^2q$	$s_{aa}+C_z^2v$	$-C_zv_0$	C_zv	C_zq	$-s_a$	w_{ba}	w_{aa}	C_zw_v	$EJ\Delta x$	$EJ\Delta z$	$EJ\Delta y$
	$-C_zu_0$	$-C_zv_0$	$u_{00}+v_{00}$	$-v_0$	u_0	0	0	0	w_{uv}	$EJ\Delta y$	$EJ\Delta x$	$EJ\Delta z$
	$-C_zq$	C_zv	$-v_0$	v	q	0	0	0	w_v	$EJ\Delta\theta_z$	$EJ\Delta\theta_y$	$EJ\Delta\theta_x$
	$-C_zu$	C_zq	u_0	q	u	0	0	0	w_u	$EJ\Delta\theta_x$	$EJ\Delta\theta_z$	$EJ\Delta\theta_y$
	s_b	$-s_a$	0	0	0	s	w_b	w_a	0	$EJ\Delta\theta_y$	$EJ\Delta\theta_x$	$EJ\Delta\theta_z$

复原力						X向均布荷载				Y向均布荷载				Z向均布荷载				X向集中力			Y向集中力			Z向集中力			
P_x	P_y	P_z	M_x	M_y	M_z	q_x	$P_x^{q_x}$	$M_y^{q_x}$	$M_z^{q_x}$	q_y	$P_y^{q_y}$	$M_z^{q_y}$	$M_x^{q_y}$	q_z	$P_z^{q_z}$	$M_x^{q_z}$	$M_y^{q_z}$	F_x	$M_y^{F_x}$	$M_z^{F_x}$	F_y	$M_z^{F_y}$	$M_x^{F_y}$	F_z	$M_x^{F_z}$	$M_y^{F_z}$	
a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{11}	a_{15}	a_{16}	a_{18}	a_{12}	a_{16}	a_{14}	a_{19}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{11}	a_{15}	a_{16}	a_{12}	a_{16}	a_{14}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	$EJ\Delta x\times10^{-6}$
a_{12}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}	a_{12}	a_{25}	a_{26}	a_{28}	a_{22}	a_{26}	a_{24}	a_{29}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{12}	a_{25}	a_{26}	a_{22}	a_{26}	a_{24}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	$EJ\Delta y\times10^{-6}$
a_{13}	a_{23}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}	a_{37}	a_{13}	a_{35}	a_{36}	a_{38}	a_{23}	a_{36}	a_{34}	a_{39}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{13}	a_{35}	a_{36}	a_{23}	a_{36}	a_{34}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	$EJ\Delta z\times10^{-6}$
a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}	a_{47}	a_{14}	a_{45}	a_{46}	a_{48}	a_{24}	a_{46}	a_{44}	a_{49}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{14}	a_{45}	a_{46}	a_{24}	a_{46}	a_{44}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	$EJ\Delta\theta_x\times10^{-4}$
a_{15}	a_{25}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{56}	a_{57}	a_{15}	a_{55}	a_{56}	a_{58}	a_{25}	a_{56}	a_{45}	a_{59}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{15}	a_{55}	a_{56}	a_{25}	a_{56}	a_{45}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	$EJ\Delta\theta_y\times10^{-4}$
a_{16}	a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}	a_{67}	a_{16}	a_{56}	a_{66}	a_{68}	a_{26}	a_{66}	a_{46}	a_{69}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{16}	a_{56}	a_{66}	a_{26}	a_{66}	a_{46}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	$EJ\Delta\theta_z\times10^{-4}$
$\Sigma B\to A$						$\Sigma F\to E$	$\Sigma E\to A$			$\Sigma F\to E$	$\Sigma E\to A$			$\Sigma F\to E$	$\Sigma E\to A$			$\Sigma D\to A$			$\Sigma D\to A$			$\Sigma D\to A$			

(5-13)

力（P、F）	公斤力；
力矩（M）	公斤力·米；
均布荷载（q）	公斤力/米；
角位移（$\Delta\theta_x$等）	弧度；
线位移（Δx等）	厘米；
弹性模数（E）	公斤力/厘米^2；
断面惯性矩（J）	厘米^4；

变形系数a中的长度单位均为米。

复原力下所列的变形系数矩阵，根据位移互等定理，必然是沿主对角线对称的对称矩阵。

用式（5-13）所示的线性联立方程组，在求得变形系数和计算补偿值后即可求解任何外力荷载（集中力、均布荷载）和任何位移荷载（热膨胀、端点附加位移、冷紧、松弛）作用下的单支管道的复原力。

三、变形协调线性方程组的几个基本概念

（一）复原力与荷载的关系

管系是一个超静定结构，当受有外力荷载或位移荷载时均会产生内力和变形，作用在B端的复原力就是B端内力的反作用力，也就是说，复原力是由各项外力荷载及各项位移荷载所引起的。若把式（5-13）改写成式（5-14）就可以看出，在等号右侧的各项荷载是管系内发生内力的因，而左侧复原力（也包括管系内任一点的内力——作用力、应力——和位移）则是产生的果。

（二）弹性体系的独立性

计算作用力时，均假定管材处于弹性状态，因此管系是一个弹性体系。弹性体系的内力（或位移）与荷载间的关系是一次函数的关系，这样的体系中各荷载所产生于任一点的内力或位移具有独立的性质，即体系受到多项荷载作用而产生的内力或位移等于此体系分别受到各单项荷载作用而产生的内力或位移的总和，而各荷载之间相互是没有关系的（图5-12）。

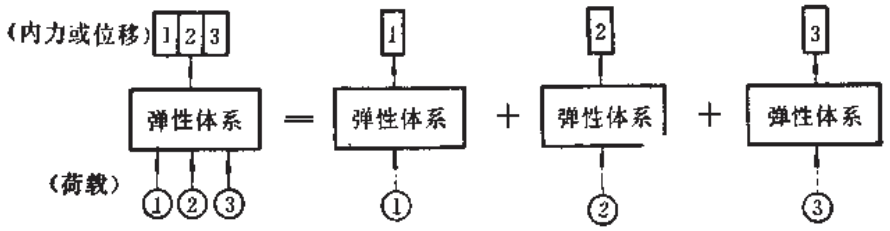


图 5-12　弹性体系的独立性关系

独立性概念的建立是很有用处的，例如，在应用式（5-13）时，可以根据管系不同的受载情况，相应增加或减少公式中的荷载项，以适合不同的计算要求。如仅计算管系因位移荷载所产生的复原力时（即不考虑外力荷载），式（5-13）就变成下面的形式：

P_x	P_y	P_z	M_x	M_y	M_z	
a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	$EJ\Delta x\times10^{-6}$
a_{12}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	$EJ\Delta y\times10^{-6}$
a_{13}	a_{23}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}	$EJ\Delta z\times10^{-6}$
a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}	$EJ\Delta\theta_x\times10^{-4}$
a_{15}	a_{25}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{56}	$EJ\Delta\theta_y\times10^{-4}$
a_{16}	a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}	$EJ\Delta\theta_z\times10^{-4}$

(5-15)

又如仅计算某一项外力荷载（如X向均布荷载），则式（5-13）就变成下式：

P_x	P_y	P_z	M_x	M_y	M_z	q_x	$P_x^{q_x}$	$M_y^{q_x}$	$M_z^{q_x}$	
a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{11}	a_{15}	a_{16}	$=0$
a_{12}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}	a_{12}	a_{25}	a_{26}	$=0$
a_{13}	a_{23}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}	a_{37}	a_{13}	a_{35}	a_{36}	$=0$
a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}	a_{47}	a_{14}	a_{45}	a_{46}	$=0$
a_{15}	a_{25}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{56}	a_{57}	a_{15}	a_{55}	a_{56}	$=0$
a_{16}	a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}	a_{67}	a_{16}	a_{56}	a_{66}	$=0$

(5-16)

又如在管系受有多项外载时（如自重及支吊架反力荷载等），只要增加相应荷载的列数就可以了。

（三）复原力的独立性

独立性原理对于复原力的各分量也是适用的。因为，用复原力代替管系的多余约束后的计算系统，只是把一个超静定结构变成一个静定的结构，将复原力视作作用在B端的外力，而弹性体系的一次函数关系没有变，由复原力P_x、P_y、P_z、M_x、M_y、M_z而产生B端的位移也有独立性的关系，即由某一复原力分量，如M_x，在六个变形方向上产生的B端位移Δx、Δy、Δz、$\Delta\theta_x$、$\Delta\theta_y$、$\Delta\theta_z$，与其他的五个复原力分量和其他外力荷载产生的变形无关。因此，可以认为：对于一个给定的管系，某一单位复原力分量在管系末端某一方向产生的位移是一个定值，这个值就是此力在此变形方向的总变形系数。简言之，总变形系数a_{mn}是作用在管系n方向的单位复原力在管系末端的m方向产生的位移值（在推导中，集中力与它产生的位移均系转移到原点O之值，因之，总变形系数也系转移到座标原点O的位移值）。

（四）式（5-13）的外力荷载项

（1）每一集中力荷载项由三项组成，如F_x、$M_y^{F_x}=F_xz_D$、$M_z^{F_x}=-F_xy_D$，此三项代表与作用在D点的力F_x等值的作用于座标原点O的力和力矩值，亦即F_x力由D点转移到O点的力与因转移而有的附加力矩值。既然F_x、$M_y^{F_x}$、$M_z^{F_x}$已是转移到原点O之值，则其变形系数应该与复原力P_x、M_y、M_z的变形系数是一样的，所差的只是其作用范围不一

样，复原力作用范围是$B\rightarrow A$，而F_x、$M_y^{F_x}$、$M_z^{F_x}$的作用范围为$D\rightarrow A$。其他方向的集中力荷载项也一样。

（2）每一均布荷载项由四项组成，如X向均布荷载为q_x、$P_x^{q_x}=q_xl$、$M_y^{q_x}=q_xlz_C$、$M_z^{q_x}=-q_xly_C$。均布荷载q_x对$E\rightarrow A$间管段的作用力矩（图5-13），相当于在EF段的合力中心点C作用有集中力$P_x^{q_x}=q_xl$时的作用力矩值，而作用于C点的$P_x^{q_x}$若转移到座标原点O时，则可以用$P_x^{q_x}$、$M_y^{q_x}$、$M_z^{q_x}$与之等值，即作用在座标原点O的力$P_x^{q_x}$及力矩$M_y^{q_x}$、$M_z^{q_x}$对$E\rightarrow A$段的作用力矩与原均布荷载对$E\rightarrow A$段的作用是相等的。因$P_x^{q_x}$、$M_y^{q_x}$、$M_z^{q_x}$系作用在O点的力和力矩，故其变形系数与复原力变形系数是相同的，但其作用范围为$A\rightarrow E$。至于$E\rightarrow F$段的变形，则由q_x项来表达。其他方向的均布荷载项也相同。

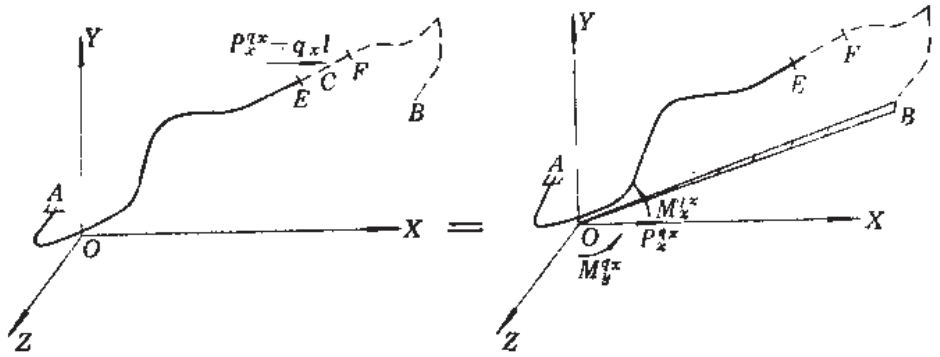


图 5-13　均布荷载q_x对AE段作用力矩的等值力

（3）归纳以上的变形系数，实际上只有两类：

1）P_x、P_y、P_z、M_x、M_y、M_z、F_x、F_y、F_z、$M_x^{F_y}$、$M_x^{F_z}$、$M_y^{F_z}$、$M_y^{F_x}$、$M_z^{F_x}$、$M_z^{F_y}$、$P_x^{q_x}$、$P_y^{q_y}$、$P_z^{q_z}$、$M_x^{q_y}$、$M_x^{q_z}$、$M_y^{q_z}$、$M_y^{q_x}$、$M_z^{q_x}$、$M_z^{q_y}$——用集中力变形系数；

2）q_x、q_y、q_z——用均布荷载变形系数。

这样，可以把表5-2中的变形系数归纳成表5-4。

（五）位移的叠加

在计算中，通常把管道分成许多简单形状的典型元件，整个管道的末端位移是这些元件末端位移的总和，如图5-14中，管道AB的B端位移等于AP、PQ、QR、RB诸元件末端位移的总和，AQ段的Q点位移等于AP、PQ元件末端位移的总和等等。但是，在叠加时必须将各元件的末端位移转移到同一点。这是因为在分元件计算其末端位移时，元件的始端均假设是固定端，而实际上元件的始端与前一元件的末端相联，当前一元件末端有角位移时，就会使本元件转动而在末端产生附加线位移。如AQ段Q点的Y向线位移是由AP、PQ两元件的末端位移所造成的。在分段计算时，AP段算的是P点的Y向位移，但由于P点有Z方向的角位移θ_z^P，将使PQ段转动而在Q点出现附加的Y向线位移$\theta_z^P l_{PQ}$，故AQ段末端的Y向线位移应为：AP段Y向位移$+\theta_z^P l_{PQ}+PQ$段Y向线位移，不能忽略掉$\theta_z^P l_{PQ}$一项。因此，不能简单地将各元件的末端位移相加。但是，可以证明，只要在计算各元件时，将

各段的末端位移都转移到任意的同一点，则这些元件末端位移的总和，就等于它所组成管道的总位移了。转移到同一点的，整个管道的末端位移等于其组成元件末端位移的总和，即称为位移的叠加。

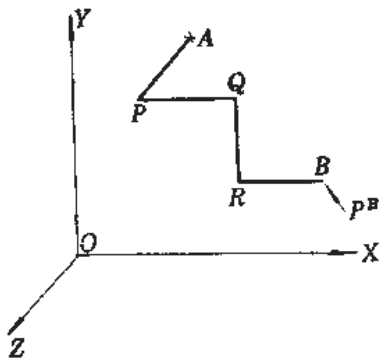


图 5-14　管道AB位移的叠加

附录五中推证的变形系数，均是指该元件受到单位力后的末端位移并转移到座标原点之值，因此，它们是可以叠加的，它们的总和——总变形系数，即为整个管道末端的位移值。

应用独立性和叠加的概念，可以很方便地写出较为复杂的系统（如多分支管系、具有方向性支架的管系等）求解作用力、力矩的联立方程组，从而将本节推证的单支管道的计算公式和方法推广应用到较为复杂的管系上去。

此外，在静力分析的矩阵方法中及电子计算机计算工况的设计时，也常会用到独立性和叠加概念，它们是线性管系分析中的两个重要的基本概念。

四、变形系数计算式

前面已经说到，不同类型荷载的变形系数归纳起来只有两类：

（1）集中荷载变形系数：属于此类荷载的有：复原力P_x、P_y、P_z；复原力矩M_x、M_y、M_z；集中外力（如支吊架反力、集中荷重等）F_x、F_y、F_z及由集中力转移到座标原点的转移力矩$M_x^{F_y}$、$M_x^{F_z}$、$M_y^{F_z}$、$M_y^{F_x}$、$M_z^{F_x}$、$M_z^{F_y}$；均布荷载的等值集中力$P_x^{q_x}$、$P_y^{q_y}$、$P_z^{q_z}$及由此力转移到座标原点的转移力矩$M_x^{q_y}$、$M_x^{q_z}$、$M_y^{q_z}$、$M_y^{q_x}$、$M_z^{q_x}$、$M_z^{q_y}$。

（2）均布荷载变形系数，根据均布荷载的作用不同又分以下两种：

1）沿管线全长均布的荷载：属于此类荷载的如自重荷载、地震惯性力等q_x、q_y、q_z。

2）沿管线某一方向的投影长度均布的荷载：属于此类荷载的如风载、雪载等q_x、q_y、q_z。

根据前面已经列出与集中力荷载变形系数有关的13个积分式和与均布荷载变形系数有关的9个积分式，可以推导位于不同座标位置和受有不同类型荷载的直元件、弧元件的变形系数计算式，现汇总于表5-5、5-6、5-7，推导过程见附录五。表中包括了与基本座标系的座标面相平行的、任意斜角放置的直元件、弧元件的变形系数计算式，并且进一步列出了正交直管及90°正交弯管的计算式。这些算式虽然是在Z平面上推导得来的，但是因为采用的是右旋直角座标系，并且按转置的规律确定力和位移的正负号，因此，这些算式同样可适用在转置的X平面及Y平面上，算式中的a、b值是指元件中心点在转置的平面中的横座标及纵座标值。

在应用表5-5、5-6、5-7选取元件的算式时，应注意以下三点：

1）在用表5-5计算集中力变形系数时，应区别直、弧元件及其布置方位，选择相应的计算公式；

2）在用表5-6计算沿管线全长均布的荷载变形系数时，还应根据元件的走向（即F

表 5-4　　X、Y、Z平面变形系数总表

平面	P_x $P_y^q{}_x$ F_x	P_y $P_y^q{}_y$ F_y	P_z $P_z^q{}_z$ F_z	M_x $M_x^q{}_y$ $M_x^q{}_z$ $M_x^F{}_y$ $M_x^F{}_z$	M_y $M_y^q{}_z$ $M_y^q{}_x$ $M_y^F{}_z$ $M_y^F{}_x$	M_z $M_z^q{}_x$ $M_z^q{}_y$ $M_z^F{}_x$ $M_z^F{}_y$	q_x	q_y	q_z	
X	$u_{oo}+v_{oo}$	$-C_xu_o$	$-C_xv_o$	0	$-v_o$	u_o	w_{ao}	0	0	$EJ\Delta x\times10^{-6}$
Y	$s_{aa}+C_y^2v$	$-C_yv_o$	$-s_{ab}-C_y^2q$	C_yq	$-s_a$	C_yv	w_{aa}	C_yw_a	w_{ba}	
Z	$s_{bb}+C_z^2u$	$-s_{ab}-C_z^2q$	$-C_zu_o$	$-C_zq$	$-C_zu$	s_b	w_{bb}	w_{ab}	$-C_zw_a$	
Σ	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	
X	$-C_xu_o$	$s_{bb}+C_x^2u$	$-s_{ab}-C_x^2q$	s_b	$-C_xq$	$-C_xu$	$-C_xw_a$	w_{bb}	w_{ab}	$EJ\Delta y\times10^{-6}$
Y	$-C_yv_o$	$u_{oo}+v_{oo}$	$-C_yu_o$	u_o	0	$-v_o$	0	w_{ao}	0	
Z	$-s_{ab}-C_z^2q$	$s_{aa}+C_z^2v$	$-C_zv_o$	C_zv	C_zq	$-s_a$	w_{ba}	w_{aa}	C_zw_a	
Σ	a_{12}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}	a_{28}	a_{29}	
X	$-C_xv_o$	$-s_{ab}-C_x^2q$	$s_{aa}+C_x^2v$	$-s_a$	C_xv	C_xq	C_xw_a	w_{ba}	w_{aa}	$EJ\Delta z\times10^{-6}$
Y	$-s_{ab}-C_y^2q$	$-C_yu_o$	$s_{bb}+C_y^2u$	$-C_yu$	s_b	$-C_yq$	w_{ab}	$-C_yw_a$	w_{bb}	
Z	$-C_xu_o$	$-C_xv_o$	$u_{oo}+v_{oo}$	$-v_o$	u_o	0	0	0	w_{ao}	
Σ	a_{13}	a_{23}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}	a_{37}	a_{38}	a_{39}	
X	0	s_b	$-s_a$	s	0	0	0	w_b	w_a	$EJ\Delta\theta_x\times10^{-4}$
Y	C_yq	u_o	$-C_yu$	u	0	q	0	w_u	0	
Z	$-C_zq$	C_zv	$-v_o$	v	q	0	0	0	w_o	
Σ	a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}	a_{47}	a_{48}	a_{49}	
X	$-v_o$	$-C_xq$	C_xv	0	v	q	w_o	0	0	$EJ\Delta\theta_y\times10^{-4}$
Y	$-s_a$	0	s_b	0	s	0	w_a	0	w_b	
Z	$-C_zu$	C_zq	u_o	q	u	0	0	0	w_u	
Σ	a_{15}	a_{25}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{56}	a_{57}	a_{58}	a_{59}	
X	u_o	$-C_zu$	C_xq	0	q	u	w_u	0	0	$EJ\Delta\theta_z\times10^{-4}$
Y	C_yv	$-v_o$	$-C_yq$	q	0	v	0	w_o	0	
Z	s_b	$-s_a$	0	0	0	s	w_b	w_a	0	
Σ	a_{16}	a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}	a_{67}	a_{68}	a_{69}	

端、E端的位置）来选择相应的计算公式；

3）在用表5-7计算沿管线某方向投影长度均布的荷载变形系数时，除了上述两项要求外，还应按元件所属象限及表中所注的要求正确选择算式中的符号。

在有了平行于座标面的管道元件变形系数算式的基础上，可推导倾斜于任一座标面的斜置元件变形系数的计算式，这样的斜置元件在管道布置中是会经常碰到的，如图5-15a

式中 $\cos(X',X)$，$\cos(X',Y)$，……等系两座标轴夹角的余弦。

由于辅助座标系的某座标平面与元件所在平面相平行，因此，可以利用前述变形系数的公式求出在P'作用下斜置元件在辅助座标系原点处的位移，用矩阵表达为：

$$D'=\begin{Bmatrix}\Delta x'\\ \Delta y'\\ \Delta z'\\ \Delta\theta_x'\\ \Delta\theta_y'\\ \Delta\theta_z'\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}a_{11}' & a_{12}' & a_{13}' & a_{14}' & a_{15}' & a_{16}'\\ a_{12}' & a_{22}' & a_{23}' & a_{24}' & a_{25}' & a_{26}'\\ a_{13}' & a_{23}' & a_{33}' & a_{34}' & a_{35}' & a_{36}'\\ a_{14}' & a_{24}' & a_{34}' & a_{44}' & a_{45}' & a_{48}'\\ a_{15}' & a_{25}' & a_{35}' & a_{45}' & a_{55}' & a_{56}'\\ a_{16}' & a_{26}' & a_{36}' & a_{46}' & a_{56}' & a_{66}'\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}P_x'\\ P_y'\\ P_z'\\ M_x'\\ M_y'\\ M_z'\end{Bmatrix}=F'P'$$

式中 a_{11}'，a_{12}'……等系按辅助座标系计算的该元件的变形系数。

与力向量在两座标系间的转移一样，再把辅助座标系上的位移向量 D' 转回到基准座标系上，即为：

$$D=\begin{Bmatrix}\Delta x\\ \Delta y\\ \Delta z\\ \Delta\theta_x\\ \Delta\theta_y\\ \Delta\theta_z\end{Bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}\cos(X,X') & \cos(X,Y') & \cos(X,Z') & 0 & 0 & 0\\ \cos(Y,X') & \cos(Y,Y') & \cos(Y,Z') & 0 & 0 & 0\\ \cos(Z,X') & \cos(Z,Y') & \cos(Z,Z') & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \cos(X,X') & \cos(X,Y') & \cos(X,Z')\\ 0 & 0 & 0 & \cos(Y,X') & \cos(Y,Y') & \cos(Y,Z')\\ 0 & 0 & 0 & \cos(Z,X') & \cos(Z,Y') & \cos(Z,Z')\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta x'\\ \Delta y'\\ \Delta z'\\ \Delta\theta_x'\\ \Delta\theta_y'\\ \Delta\theta_z'\end{Bmatrix}$$

$$=B^TD'$$

由上列诸式得：

$$D=B^TD'=B^TF'P'=B^TF'BP$$

而 $D=FP$ $\quad\therefore\quad F=B^TF'B$ （5-17）

式中 F——斜置元件对基准座标系的集中荷载变形系数矩阵；

B^T——位移的传递矩阵（由辅助座标系X'、Y'、Z'传到基准座标系X、Y、Z），是矩阵B的转置矩阵；

F'——斜置元件对辅助座标系的集中荷载变形系数矩阵；

B——力的传递矩阵（由基准座标系X、Y、Z传递到辅助座标系X'、Y'、Z'）。

同理，可以用相同的方法求出斜置元件均布荷载变形系数的公式：

$$F_q=B^TF_q'B \qquad (5\text{-}18)$$

式中 F_q——斜置元件对基准座标系的均布荷载变形系数矩阵，等于：

$$\begin{bmatrix} a_{17} & a_{18} & a_{19} \\ a_{27} & a_{28} & a_{29} \\ a_{37} & a_{38} & a_{39} \\ a_{47} & a_{48} & a_{49} \\ a_{57} & a_{58} & a_{59} \\ a_{67} & a_{68} & a_{69} \end{bmatrix}$$

B^T——位移的传递矩阵（由辅助座标系 X'、Y'、Z'传递到基准座标系 X、Y、Z），等于：

$$\begin{bmatrix} \cos(X,X') & \cos(X,Y') & \cos(X,Z') & 0 & 0 & 0 \\ \cos(Y,X') & \cos(Y,Y') & \cos(Y,Z') & 0 & 0 & 0 \\ \cos(Z,X') & \cos(Z,Y') & \cos(Z,Z') & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(X,X') & \cos(X,Y') & \cos(X,Z') \\ 0 & 0 & 0 & \cos(Y,X') & \cos(Y,Y') & \cos(Y,Z') \\ 0 & 0 & 0 & \cos(Z,X') & \cos(Z,Y') & \cos(Z,Z') \end{bmatrix}$$

F'_q——斜置元件对辅助座标系的均布荷载变形系数矩阵，等于：

$$\begin{bmatrix} a'_{17} & a'_{18} & a'_{19} \\ a'_{27} & a'_{28} & a'_{29} \\ a'_{37} & a'_{38} & a'_{39} \\ a'_{47} & a'_{48} & a'_{49} \\ a'_{57} & a'_{58} & a'_{59} \\ a'_{67} & a'_{68} & a'_{69} \end{bmatrix}$$

B——力的传递矩阵（由基准座标系 X、Y、Z传递到辅助座标系 X'、Y'、Z'），等于：

$$\begin{bmatrix} \cos(X',X) & \cos(X',Y) & \cos(X',Z) \\ \cos(Y',X) & \cos(Y',Y) & \cos(Y',Z) \\ \cos(Z',X) & \cos(Z',Y) & \cos(Z',Z) \end{bmatrix}$$

应用这些公式，就可以计算任意布置的元件的变形系数。

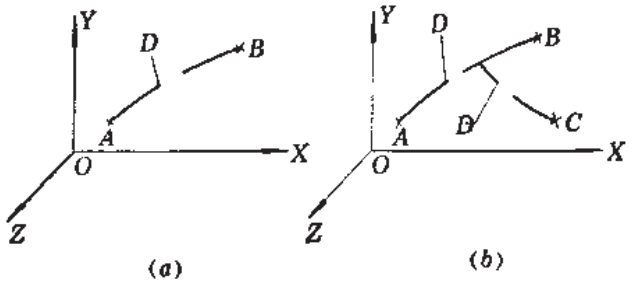


图 5-17　与始端相联的冷紧口端点 D 示例
（a）单支管道；（b）多支管道
A—始端

五、计算补偿值

计算补偿值是由位移荷载产生的计算管系末端位移转移到座标原点 O 后的位移值。在式（5-13）中表示了末端位移的六个分量，即 Δx、Δy、Δz，$\Delta\theta_x$、$\Delta\theta_y$、$\Delta\theta_z$。

计算补偿值的方向符号必须与复原力的方向相配合。为记忆方便，对各项位移荷载的方向作了如下规定：

（1）热膨胀量：假设始端固定，末端释放，若末端的热胀位移方向与座标轴正向相同时为正、相反时为负；

计算时取用热态的弹性模数E_t。按上式求得的是热态的复原力，即端点B对管道的力。

（3）运行初期的冷态推力计算及冷位移计算，仅考虑冷紧值：

$$\left.\begin{aligned}\Delta x_0 &= \Delta x_P\\ \Delta y_0 &= \Delta y_P\\ \Delta z_0 &= \Delta z_P\\ \Delta\theta_{x0} &= \Delta\theta_{y0} = \Delta\theta_{z0} = 0\end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}21)$$

计算时取用冷态的弹性模数E，按上式求得的是冷态的复原力，即端点B对管道的力。

（4）冷态自拉推力计算：利用全补偿值和冷态弹性模数求得的作用力（N_{jt}），按下式计算冷态自拉推力：

$$N = \left(1 - \frac{[\sigma]_j^t}{\sigma_j} \cdot \frac{E}{E_t}\right) N_{jt} \qquad (5\text{-}22)$$

上列公式中

Δx^A、Δy^A、Δz^A、Δx^B、Δy^B、Δz^B——A端或B端的附加线位移（由冷态到热态的）（厘米）；

$\Delta\theta_x^A$、$\Delta\theta_y^A$、$\Delta\theta_z^A$、$\Delta\theta_x^B$、$\Delta\theta_y^B$、$\Delta\theta_z^B$——A端或B端的附加角位移（由冷态到热态的）（弧度）；

Δx_t、Δy_t、Δz_t——各方向的热膨胀值（厘米）；

Δx_P、Δy_P、Δz_P——各方向的冷紧值（厘米）；

x_A、y_A、z_A、x_B、y_B、z_B——A端或B端的座标值（厘米）；

ε_1——冷紧有效系数，取2/3；

σ_j——按全补偿值及冷态弹性模数求得的危险点的热胀当量应力值（见第七章）（公斤力/毫米^2）；

$[\sigma]_j^t$——钢材在计算温度下的基本许用应力（公斤力/毫米^2）。

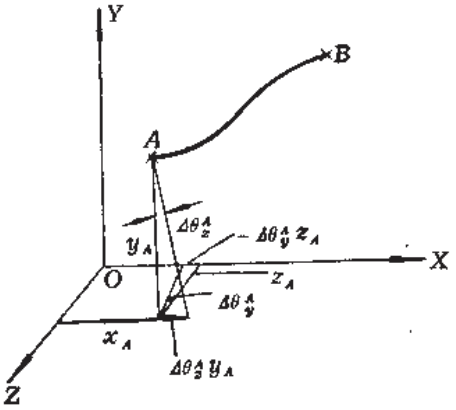


图 5-18 A端附加位移转移到原点O时由附加角位移产生的X向附加线位移

上列公式中各项，均已表达成转移到座标原点O后的数值。A端X向的端点附加位移项$(\Delta x^A + y_A\Delta\theta_z^A - z_A\Delta\theta_y^A)$中的$(y_A\Delta\theta_z^A - z_A\Delta\theta_y^A)$即为由于有端点附加角位移项$\Delta\theta_z^A$及$\Delta\theta_y^A$的存在，当将$A$端的附加位移项转移到座标原点$O$时所产生的$X$方向的线位移值（图5-18）。$A$端其他各方向的及$B$端的附加位移值诸项的意义与此相同。

六、联立方程式的求解

在完成变形系数和计算补偿值的计算后，就可以求解变形协调联立方程组，以求得复原力。对于一个单支管道来讲，联立方程组具有六元一次的形式，因为外力荷载诸项都是

常数项，可以移到等号右侧与位移荷载的常数项合并。此外，此联立方程式的36个系数所构成的系数矩阵是沿主对角线对称的。

解联立方程组的方法很多，下面介绍两种解法，并列出了求解的步骤，以利计算。

（一）逐元消去法

此法求解步骤较少，而且如果按下列步骤计算，每消去一个未知数后，其$n-1$元的联立方程组的系数矩阵仍然是沿主对角线对称的，这样就可以减少计算工作量。

具体方法如下：

$$\begin{cases} a_{11}^{1}P_x+a_{12}^{1}P_y+a_{13}^{1}P_z+a_{14}^{1}M_x+a_{15}^{1}M_y+a_{16}^{1}M_z=A_1 & (1)\\ a_{12}^{1}P_x+a_{22}^{1}P_y+a_{23}^{1}P_z+a_{24}^{1}M_x+a_{25}^{1}M_y+a_{26}^{1}M_z=B_1 & (2)\\ a_{13}^{1}P_x+a_{23}^{1}P_y+a_{33}^{1}P_z+a_{34}^{1}M_x+a_{35}^{1}M_y+a_{36}^{1}M_z=C_1 & (3)\\ a_{14}^{1}P_x+a_{24}^{1}P_y+a_{34}^{1}P_z+a_{44}^{1}M_x+a_{45}^{1}M_y+a_{46}^{1}M_z=D_1 & (4)\\ a_{15}^{1}P_x+a_{25}^{1}P_y+a_{35}^{1}P_z+a_{45}^{1}M_x+a_{55}^{1}M_y+a_{56}^{1}M_z=E_1 & (5)\\ a_{16}^{1}P_x+a_{26}^{1}P_y+a_{36}^{1}P_z+a_{46}^{1}M_x+a_{56}^{1}M_y+a_{66}^{1}M_z=F_1 & (6) \end{cases}$$

$$(1)\times\frac{a_{12}^{1}}{a_{11}^{1}}-(2)\quad a_{22}^{2}P_y+a_{23}^{2}P_z+a_{24}^{2}M_x+a_{25}^{2}M_y+a_{26}^{2}M_z=B_2 \qquad (7)$$

$$(1)\times\frac{a_{13}^{1}}{a_{11}^{1}}-(3)\quad a_{23}^{2}P_y+a_{33}^{2}P_z+a_{34}^{2}M_x+a_{35}^{2}M_y+a_{36}^{2}M_z=C_2 \qquad (8)$$

$$(1)\times\frac{a_{14}^{1}}{a_{11}^{1}}-(4)\quad a_{24}^{2}P_y+a_{34}^{2}P_z+a_{44}^{2}M_x+a_{45}^{2}M_y+a_{46}^{2}M_z=D_2 \qquad (9)$$

$$(1)\times\frac{a_{15}^{1}}{a_{11}^{1}}-(5)\quad a_{25}^{2}P_y+a_{35}^{2}P_z+a_{45}^{2}M_x+a_{55}^{2}M_y+a_{56}^{2}M_z=E_2 \qquad (10)$$

$$(1)\times\frac{a_{16}^{1}}{a_{11}^{1}}-(6)\quad a_{26}^{2}P_y+a_{36}^{2}P_z+a_{46}^{2}M_x+a_{56}^{2}M_y+a_{66}^{2}M_z=F_2 \qquad (11)$$

$$\begin{cases} (7)\times\dfrac{a_{23}^{2}}{a_{22}^{2}}-(8)\quad a_{33}^{3}P_z+a_{34}^{3}M_x+a_{35}^{3}M_y+a_{36}^{3}M_z=C_3 & (12)\\ (7)\times\dfrac{a_{24}^{2}}{a_{22}^{2}}-(9)\quad a_{34}^{3}P_z+a_{44}^{3}M_x+a_{45}^{3}M_y+a_{46}^{3}M_z=D_3 & (13)\\ (7)\times\dfrac{a_{25}^{2}}{a_{22}^{2}}-(10)\quad a_{35}^{3}P_z+a_{45}^{3}M_x+a_{55}^{3}M_y+a_{56}^{3}M_z=E_3 & (14)\\ (7)\times\dfrac{a_{26}^{2}}{a_{22}^{2}}-(11)\quad a_{36}^{3}P_z+a_{46}^{3}M_x+a_{56}^{3}M_y+a_{66}^{3}M_z=F_3 & (15) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (12)\times\dfrac{a_{34}^{3}}{a_{33}^{3}}-(13)\quad a_{44}^{4}M_x+a_{45}^{4}M_y+a_{46}^{4}M_z=D_4 & (16)\\ (12)\times\dfrac{a_{35}^{3}}{a_{33}^{3}}-(14)\quad a_{45}^{4}M_x+a_{55}^{4}M_y+a_{56}^{4}M_z=E_4 & (17)\\ (12)\times\dfrac{a_{36}^{3}}{a_{33}^{3}}-(15)\quad a_{46}^{4}M_x+a_{56}^{4}M_y+a_{66}^{4}M_z=F_4 & (18) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (16)\times\dfrac{a_{45}^{4}}{a_{44}^{4}}-(17)\quad a_{55}^{5}M_y+a_{56}^{5}M_z=E_5 & (19)\\ (16)\times\dfrac{a_{46}^{4}}{a_{44}^{4}}-(18)\quad a_{56}^{5}M_y+a_{66}^{5}M_z=F_5 & (20) \end{cases}$$

（19）$\times\frac{a_{56}^5}{a_{55}^5}-$（20）　　$a_{66}^6M_z=F_6$　　（21）

由式（21）　　$M_z=\frac{F_6}{a_{66}^6}$

代入式（19）得：　$M_y=\frac{E_5-a_{56}^5M_z}{a_{55}^6}$

代入式（16）得：　$M_x=\frac{D_4-a_{45}^4M_y-a_{46}^4M_z}{a_{44}^4}$

代入式（12）得：　$P_z=\frac{C_3-a_{34}^3M_x-a_{35}^3M_y-a_{36}^3M_z}{a_{33}^3}$

代入式（7）得：　$P_y=\frac{B_2-a_{23}^2P_z-a_{24}^2M_x-a_{25}^2M_y-a_{26}^2M_z}{a_{22}^2}$

代入式（1）得：　$P_x=\frac{A_1-a_{12}^1P_y-a_{13}^1P_z-a_{14}^1M_x-a_{15}^1M_y-a_{16}^1M_z}{a_{11}^1}$

（二）高斯消去法[50]

由于管系的变形协调方程组变形系数具有沿对角线斜对称的特点，因此可将系数l、u的公式简化。

具体方法如下：

$$\begin{cases}a_{11}P_x+a_{12}P_y+a_{13}P_z+a_{14}M_x+a_{15}M_y+a_{16}M_z=A\\a_{12}P_x+a_{22}P_y+a_{23}P_z+a_{24}M_x+a_{25}M_y+a_{26}M_z=B\\a_{13}P_x+a_{23}P_y+a_{33}P_z+a_{34}M_x+a_{35}M_y+a_{38}M_z=C\\a_{14}P_x+a_{24}P_y+a_{34}P_z+a_{44}M_x+a_{45}M_y+a_{46}M_z=D\\a_{15}P_x+a_{25}P_y+a_{35}P_z+a_{45}M_x+a_{55}M_y+a_{56}M_z=E\\a_{16}P_x+a_{26}P_y+a_{36}P_z+a_{46}M_x+a_{56}M_y+a_{66}M_z=F\end{cases}$$

系数l及u：

$u_{11}=a_{11}$	$u_{12}=a_{12}$	$u_{13}=a_{13}$	$u_{14}=a_{14}$	$u_{15}=a_{15}$	$u_{16}=a_{16}$
$l_{21}=\frac{u_{12}}{u_{11}}$	$u_{22}=a_{22}-l_{21}u_{12}$	$u_{23}=a_{23}-l_{21}u_{13}$	$u_{24}=a_{24}-l_{21}u_{14}$	$u_{25}=a_{25}-l_{21}u_{15}$	$u_{26}=a_{26}-l_{21}u_{16}$
$l_{31}=\frac{u_{13}}{u_{11}}$	$l_{32}=\frac{u_{23}}{u_{22}}$	$u_{33}=a_{33}-l_{31}u_{13}$ $-l_{32}u_{23}$	$u_{34}=a_{34}-l_{31}u_{14}$ $-l_{32}u_{24}$	$u_{35}=a_{35}-l_{31}u_{15}$ $-l_{32}u_{25}$	$u_{36}=a_{36}-l_{31}u_{16}$ $-l_{32}u_{26}$
$l_{41}=\frac{u_{14}}{u_{11}}$	$l_{42}=\frac{u_{24}}{u_{22}}$	$l_{43}=\frac{u_{34}}{u_{33}}$	$u_{44}=a_{44}-l_{41}u_{14}$ $-l_{42}u_{24}-l_{43}u_{34}$	$u_{45}=a_{45}-l_{41}u_{15}$ $-l_{42}u_{25}-l_{43}u_{35}$	$u_{46}=a_{46}-l_{41}u_{16}$ $-l_{42}u_{26}-l_{43}u_{36}$
$l_{51}=\frac{u_{15}}{u_{11}}$	$l_{52}=\frac{u_{25}}{u_{22}}$	$l_{53}=\frac{u_{35}}{u_{33}}$	$l_{54}=\frac{u_{45}}{u_{44}}$	$u_{55}=a_{55}-l_{51}u_{15}$ $-l_{52}u_{25}-l_{53}u_{35}$ $-l_{54}u_{45}$	$u_{56}=a_{56}-l_{51}u_{16}$ $-l_{52}u_{26}-l_{53}u_{36}$ $-l_{54}u_{46}$
$l_{61}=\frac{u_{16}}{u_{11}}$	$l_{62}=\frac{u_{26}}{u_{22}}$	$l_{63}=\frac{u_{36}}{u_{33}}$	$l_{64}=\frac{u_{46}}{u_{44}}$	$l_{65}=\frac{u_{56}}{u_{55}}$	$u_{66}=a_{66}-l_{61}u_{16}$ $-l_{62}u_{26}-l_{63}u_{36}$ $-l_{64}u_{46}-l_{65}u_{56}$

系数Z：

$Z_1=A$

$$Z_2 = B - l_{21}Z_1$$
$$Z_3 = C - l_{31}Z_1 - l_{32}Z_2$$
$$Z_4 = D - l_{41}Z_1 - l_{42}Z_2 - l_{43}Z_3$$
$$Z_5 = E - l_{51}Z_1 - l_{52}Z_2 - l_{53}Z_3 - l_{54}Z_4$$
$$Z_6 = F - l_{61}Z_1 - l_{62}Z_2 - l_{63}Z_3 - l_{64}Z_4 - l_{65}Z_5$$

解复原力：

$$M_z = \frac{Z_6}{u_{66}}$$
$$M_y = \frac{Z_5 - u_{56}M_z}{u_{55}}$$
$$M_x = \frac{Z_4 - u_{46}M_z - u_{45}M_y}{u_{44}}$$
$$P_z = \frac{Z_3 - u_{36}M_z - u_{35}M_y - u_{34}M_x}{u_{33}}$$
$$P_y = \frac{Z_2 - u_{26}M_z - u_{25}M_y - u_{24}M_x - u_{23}P_z}{u_{22}}$$
$$P_x = \frac{Z_1 - u_{16}M_z - u_{15}M_y - u_{14}M_x - u_{13}P_z - u_{12}P_y}{u_{11}}$$

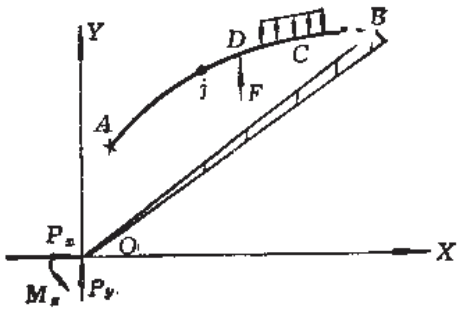


图 5-19　作用力矩计算图

以上列出的逐元消去法及高斯消去法也可以应用于更多元的方程组的计算。一般说来，在元数更多时用高斯消去法的计算工作量较为少些。

七、管系上任一点作用力矩的计算

由变形协调方程组求得复原力、力矩后，就可以由静力平衡方程来求管系上任一断面的作用力、力矩。

1.当管系承受外力荷载及位移荷载时

先算Z方向的力矩，即在X-Y平面上的力矩。如图5-19，计算管系上任一点 j 的力矩系由复原力、力矩及外力荷载组合而成。对计算管系来说，由于末端B是释放的，故 AB 可视为一悬臂梁，计算点 j 的Z方向力矩可从悬臂端到 j 点间所有的力对 j 点的Z方向力矩累加求得，而 j 与 A 间的力是不在 j 点产生力矩的。按此，写出 j 点在Z方向的作用力矩算式：

$$M_{zj} = M_z + P_x y_j - P_y x_j + \sum_B^j F_x(y_j - y_D) - \sum_B^j F_y(x_j - x_D) + \sum_D^j q_x l_C(y_j - y_C) - \sum_B^j q_y l_C(x_j - x_C)\ (\text{公斤力·米}) \qquad (5\text{-}23a)$$

同理，可以写出 j 点的 X、Y 方向的作用力矩：

$$\left.\begin{aligned} M_{xj} &= M_x + P_y z_j - P_z y_j + \sum_B^j F_y(z_j - z_D) - \sum_B^j F_z(y_j - y_D) \\ &\quad + \sum_B^j q_y l_C(z_j - z_C) - \sum_B^j q_z l_C(y_j - y_C)\ (\text{公斤力·米}) \\ M_{yj} &= M_y + P_z x_j - P_x z_j + \sum_B^j F_z(x_j - x_D) - \sum_B^j F_x(z_j - z_D) \\ &\quad + \sum_B^j q_y l_C(x_j - x_C) - \sum_B^j q_x l_C(z_j - z_C)\ (\text{公斤力·米}) \end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}23b)$$

j 点的作用力则为：

$$\left.\begin{aligned} P_{xj} &= P_x + \sum_B^j F_x + \sum_B^j q_x l_G \quad (\text{公斤力}) \\ P_{yj} &= P_y + \sum_B^j F_y + \sum_B^j q_y l_G \quad (\text{公斤力}) \\ P_{zj} &= P_z + \sum_B^j F_z + \sum_B^j q_z l_G \quad (\text{公斤力}) \end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}23c)$$

式中 P_x、P_y、P_z、M_x、M_y、M_z——由变形协调方程组求得的作用于座标原点的复原力、力矩（公斤力或公斤力·米）；

x_j、y_j、z_j——计算点 j 的座标值（米）；

F_x、F_y、F_z——沿X、Y、Z方向的集中力荷载（公斤力）；

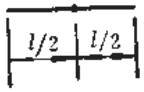
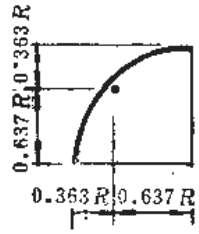
x_D、y_D、z_D——各集中力荷载作用点的座标值（米）；

q_x、q_y、q_z——沿X、Y、Z方向的均布荷载（公斤力/米）；

x_G、y_G、z_G——各向均布荷载合力点的座标值（米）；

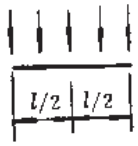
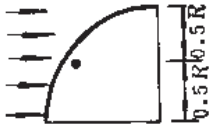
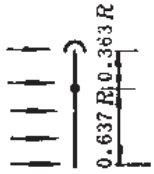
当均布荷载为重力、地震惯性力等沿管线全长均布时，则为受载元件重心的座标（表5-8）；

表 5-8　　元 件 的 重 心 座 标

当元件是长度为 l 的直管	当元件是半径为 R 的90°弯管
	

当均布荷载为风载、雪载等沿管线投影长度均布时，则为受载元件垂直于荷载方向投影长度的重心座标（表5-9）；

表 5-9　　受 载 元 件 的 重 心 座 标

直元件管轴与荷载方向平行	直元件管轴与荷载方向垂直	90°弧元件与荷载方向平行	90°弧元件与荷载方向垂直
			
为管轴座标			

l_G——均布荷载的受载长度（米）：当荷载为重力、地震惯性力等沿管线全长均布时，l_G为受载元件的全长；当荷载为风载、雪载等沿管线投影长度均布时，则l_G为受载元件垂直于荷载方向的投影长度；

$\sum_{B}^{j}$——界限$B\sim j$的总和，即凡管系末端B到计算点j的集中力或均布荷载均需积算，在j点与始端A间的则不应计入。

按公式（5-23）可以计得管系上任意点的X、Y、Z三个方向的作用力矩和作用力，由此就可计算一些具有代表性的点，以判别危险断面所在处。

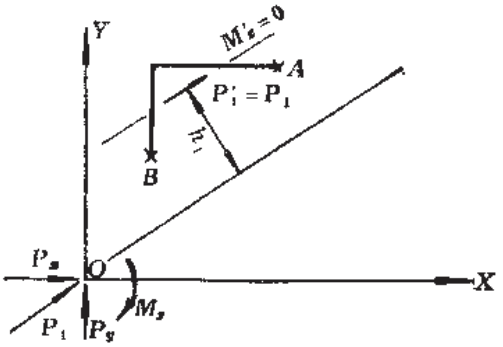


图 5-20　Z 平面零力矩线图

2.当仅计算管系位移荷载的作用时

由于仅计算管系上的位移荷载在任一点的作用力矩，它仅为复原力和力矩的力矩组合，因此，可用零力矩线的方法示明作用力矩的分布。这样，就很容易判别危险断面所在处和算出其作用力矩。

如图5-20所示为管系AB的Z平面，计得末端B的并作用在座标原点O的复原力、力矩为P_x、P_y和M_z。

求出P_x和P_y的合力$P_1=\sqrt{P_x^2+P_y^2}$，将P_1平移一个距离$h_1=\frac{M_z}{P_1}$为P'_1，因平移而产生附加的力矩值为$P_1h_1=M_z$，其移动方向为：使产生的附加力矩与复原力矩M_z相反。这样P'_1就代替了复原力P_1及力矩M_1的作用，P'_1的作用线即为零力矩线。同样，可以求得X、Y平面上的零力矩线(图5-21)，$P_2=\sqrt{P_y^2+P_z^2}$，$h_2=\frac{M_x}{P_2}$，$P_3=\sqrt{P_z^2+P_x^2}$，$h_3=\frac{M_y}{P_3}$。

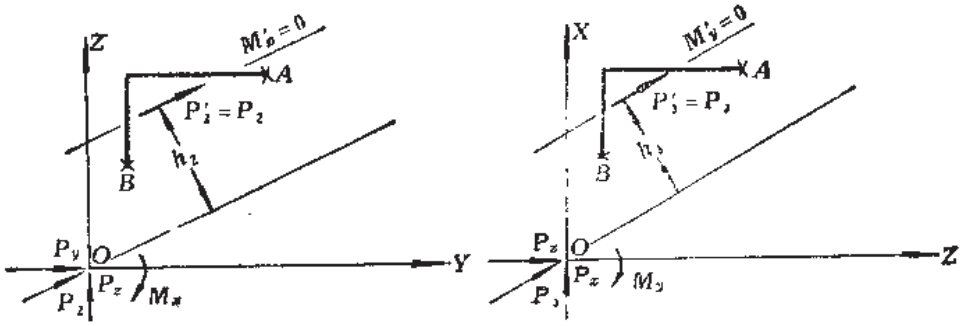


图 5-21　X、Y 平面零力矩线图
(a)X平面，(b)Y平面

管系内任一点的作用力与复原力P_x、P_y、P_z相同。

各投影面的零力矩线求得后，管系上任一点的作用力矩即为此计算点到零力矩线的垂直距离与此投影面合力（P_1、P_2或P_3）的乘积。危险断面也就容易判别了。

八、多分支管系及具有中间方向性支架的管系变形协调方程组

以上介绍了单支管系复原力的计算方法，现在利用弹性体系的独立性和叠加概念，将它扩大于多分支管系及具有中间方向性支架的管系，以求其变形协调方程组。但是，对于复杂的管系或全面考虑外力荷载的管系用笔算是有困难的，因此，这里仅介绍一些简单的、仅考虑位移荷载的管系之计算，考虑自重及支吊力影响的复杂管系的计算将在第六章机算方法中介绍。

（一）树枝状多分支管系

如图5-22所示的一个树枝状多分支管系，任意确定A为始端并固定之，面其他各端释放并代之以复原力P^B、P^C、P^D、P^E（均已转移到作用于座标原点），按照独立性概念，受有P^B、P^C、P^D、P^E的系统上任一点的位移等于分别受有P^B、P^C、P^D、P^E的四个系统位移的总和。

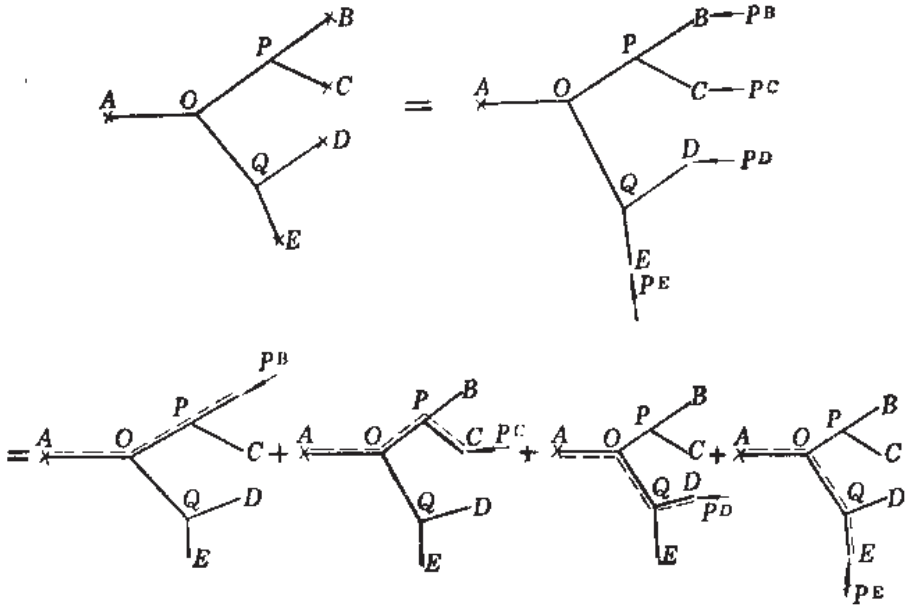


图 5-22　树枝状多分支管系

首先来算AB分支B端的位移（转移到座标原点的）：在P^B作用下，AB管段的变形均对B端位移有作用；在P^C作用下，仅AP管段的变形对B端位移有作用，PC管段的变形对B端位移无影响；在P^D作用下，仅AO管段的变形对B端位移有作用，OD管段的变形对B点位移无影响；在P^E作用下，仅AO管段的变形对B端位移有作用，OE管段的变形对B端位移无影响。而B端的总位移即等于AB分支的计算补偿值。

其他分支AC、AD、AE的末端C、D、E的位移分析也一样。

按照以上的分析及运用分段叠加的概念，可以列出如下计算多分支管系的变形协调线性方程组：

	P^B						P^C						P^D						P^E						
	P_x^B	P_y^B	P_z^B	M_x^B	M_y^B	M_z^B	P_x^C	P_y^C	P_z^C	M_x^C	M_y^C	M_z^C	P_x^D	P_y^D	P_z^D	M_x^D	M_y^D	M_z^D	P_x^E	P_y^E	P_z^E	M_x^E	M_y^E	M_z^E	
A Σ B	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}																			$EJ\Delta x^{AB}$
	a_{12}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}																			$EJ\Delta y^{AB}$
	a_{13}	a_{23}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}																			$EJ\Delta z^{AB}$
	a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}																			$EJ\Delta\theta_x^{AB}$
	a_{15}	a_{25}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{56}																			$EJ\Delta\theta_y^{AB}$
	a_{16}	a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}																			$EJ\Delta\theta_z^{AB}$
A Σ P																									$EJ\Delta x^{AC}$
																									$EJ\Delta y^{AC}$
																									$EJ\Delta z^{AC}$
																									$EJ\Delta\theta_x^{AC}$
																									$EJ\Delta\theta_y^{AC}$
																									$EJ\Delta\theta_z^{AC}$
A Σ O																									$EJ\Delta x^{AD}$
																									$EJ\Delta y^{AD}$
																									$EJ\Delta z^{AD}$
																									$EJ\Delta\theta_x^{AD}$
																									$EJ\Delta\theta_y^{AD}$
																									$EJ\Delta\theta_z^{AD}$
A Σ O																									$EJ\Delta x^{AE}$
																									$EJ\Delta y^{AE}$
																									$EJ\Delta z^{AE}$
																									$EJ\Delta\theta_x^{AE}$
																									$EJ\Delta\theta_y^{AE}$
																									$EJ\Delta\theta_z^{AE}$

(5-24)

支架C被力P_y^C所代替，根据刚性支吊架的特性必须使C点的Y向位移为零。根据独立性概念，原来的管系可以由图5-24右侧的两个管系之和来代替，把复原力P^B及P_y^C均转移到座标原点O，这样就可应用叠加的概念写出AB段的变形协调方程组：

	P^B							P_y^C			
	P_x^B	P_y^B	P_z^B	M_x^B	M_y^B	M_z^B		P_y^C	M_x^C	M_z^C	
$\sum_B^A$	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	$\sum_C^A$	a_{12}	a_{14}	a_{16}	$EJ\Delta x^{AB}$
	a_{12}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}		a_{22}	a_{24}	a_{26}	$EJ\Delta y^{AB}$
	a_{13}	a_{23}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}		a_{23}	a_{34}	a_{36}	$EJ\Delta z^{AB}$
	a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}		a_{24}	a_{44}	a_{46}	$EJ\Delta\theta_x^{AB}$
	a_{15}	a_{25}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{56}		a_{25}	a_{45}	a_{56}	$EJ\Delta\theta_y^{AB}$
	a_{16}	a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}		a_{26}	a_{46}	a_{66}	$EJ\Delta\theta_z^{AB}$
$\sum_C^A$	a_{12}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	$\sum_C^A$	a_{22}	a_{24}	a_{26}	$EJ\Delta y^{AC}$
	a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}		a_{24}	a_{44}	a_{46}	$EJ\Delta\theta_x^{AC}$
	a_{16}	a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}		a_{26}	a_{46}	a_{66}	$EJ\Delta\theta_z^{AC}$

(5-25)

式中$\Delta\theta_x^{AC}$、$\Delta\theta_y^{AC}$、Δy^{AC}为已转移到座标原点O处的位移，必须再转回到C点处，并有变形条件：

$$\Delta y^C = \Delta y^{AC} + x_c\Delta\theta_z^{AC} - z_c\Delta\theta_x^{AC} = 0 \qquad (5\text{-}26)$$

此算题中P_x^B、P_y^B、P_z^B、M_x^B、M_y^B、M_z^B、Δy^{AC}、$\Delta\theta_x^{AC}$、$\Delta\theta_z^{AC}$、P_y^C共10个未知数，由以上10个方程可解。

（四）具有中间导向支架的单支管道

如图5-25所示的任意单支管道AB上有一导向支架，假想支架C被力P_y^C及P_z^C所代替，而使C点处Y向及Z向位移为零，与具有硬性支吊架的管道一样，可以写出下列变形协调方程组：

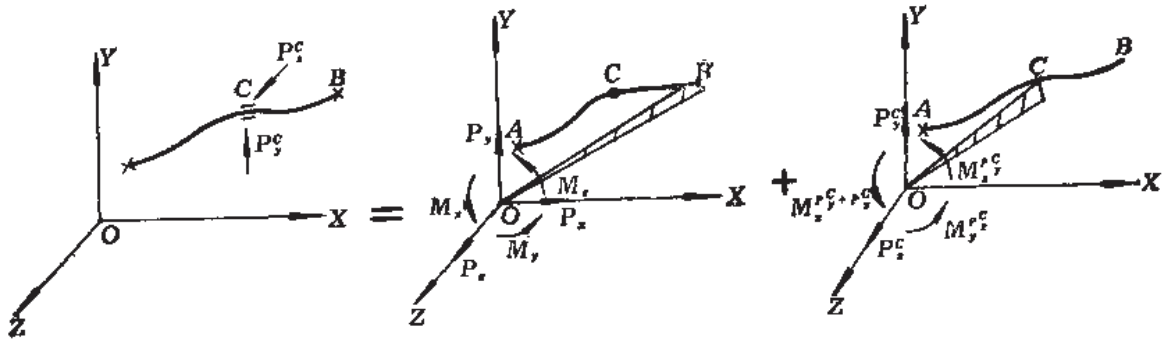


图 5-25　具有中间导向支架的单支管道

式中P_x^B、P_y^B、P_z^B、M_x^B、M_y^B、M_z^B、P_y^C、P_z^C、Δy^{AC}、Δz^{AC}、$\Delta\theta_x^{AC}$、$\Delta\theta_y^{AC}$、$\Delta\theta_z^{AC}$共13个未知数，由13个方程可解。

	P^B							P_y^C 及 P_z^C					
	P_x^B	P_y^B	P_z^B	M_x^B	M_y^B	M_z^B		P_y^C	P_z^C	M_x^C	M_y^C	M_z^C	
$\overset{A}{\Sigma}_B$	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	$\overset{A}{\Sigma}_C$	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	$EJ\Delta x^{AB}$
	a_{12}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}		a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	$EJ\Delta y^{AB}$
	a_{13}	a_{23}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}		a_{23}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}	$EJ\Delta z^{AB}$
	a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}		a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}	$EJ\Delta\theta_x^{AB}$
	a_{15}	a_{25}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{56}		a_{25}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{56}	$EJ\Delta\theta_y^{AB}$
	a_{16}	a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}		a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}	$EJ\Delta\theta_z^{AB}$
$\overset{A}{\Sigma}_C$	a_{12}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	$\overset{A}{\Sigma}_C$	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	$EJ\Delta y^{AC}$
	a_{13}	a_{23}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}		a_{23}	a_{33}	a_{34}	a_{35}	a_{36}	$EJ\Delta z^{AC}$
	a_{14}	a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}		a_{24}	a_{34}	a_{44}	a_{45}	a_{46}	$EJ\Delta\theta_x^{AC}$
	a_{15}	a_{25}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{56}		a_{25}	a_{35}	a_{45}	a_{55}	a_{56}	$EJ\Delta\theta_y^{AC}$
	a_{16}	a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}		a_{26}	a_{36}	a_{46}	a_{56}	a_{66}	$EJ\Delta\theta_z^{AC}$
C 点处 Y 向变形条件：								$\Delta y^{AC}+x_C\Delta\theta_z^{AC}-z_D\Delta\theta_x^{AC}=0$					
C 点处 Z 向变形条件：								$\Delta z^{AC}+y_C\Delta\theta_x^{AC}-x_C\Delta\theta_y^{AC}=0$					

(5-27)

九、关于剪切和拉压变形

为了简化计算，前面提到的变形系数忽略了剪切和拉压变形的影响，因为对于一般管道而言，此两项变形与弯曲和扭转变形相比是很小的，忽略它们而产生的计算误差是极小的。但是在某种情况下（例如分配长的立管支吊架荷重时）需要考虑它们的影响，因此下面介绍如何计算剪切和拉压变形的问题。

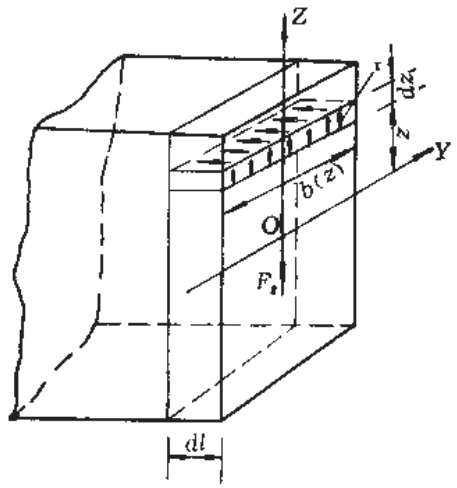


图 5-26 梁上的剪力

如图5-26，具有对称横断面的梁上，其断面上总的剪力为F_s时，在距其中性轴OY为z处截出单元体$b_{(z)}$、dl、dz，其侧面上的剪应力τ为：

$$\tau=\frac{F_sS_{(z)}}{Jb_{(z)}}$$

式中 $S_{(z)}$——在z以上的断面面积对中性轴的静力矩；

$b_{(z)}$——z处的梁宽；

J——梁断面惯性矩。

对于此单元体的剪切变形能：

$$dU_{(z)}=\frac{1}{2}F_{s(z)}dz_s=\frac{1}{2}\tau b_{(z)}dz\frac{\tau}{G}dl=\frac{1}{2G}\tau^2b_{(z)}dldz$$

移为：

$$\left.\begin{aligned}
\delta_{snx}&=\frac{1}{EJ}\int_0^l Qr_p^2\left(2.6F_s\frac{\partial F_s}{\partial P_x}+2.6F'_s\frac{\partial F'_s}{\partial P_x}+0.5F_n\frac{\partial F_n}{\partial P_x}\right)dl\\
\delta_{sny}&=\frac{1}{EJ}\int_0^l Qr_p^2\left(2.6F_s\frac{\partial F_s}{\partial P_y}+2.6F'_s\frac{\partial F'_s}{\partial P_y}+0.5F_n\frac{\partial F_n}{\partial P_y}\right)dl\\
\delta_{snz}&=\frac{1}{EJ}\int_0^l Qr_p^2\left(2.6F_s\frac{\partial F_s}{\partial P_z}+2.6F'_s\frac{\partial F'_s}{\partial P_z}+0.5F_n\frac{\partial F_n}{\partial P_z}\right)dl
\end{aligned}\right\}\qquad(5\text{-}30)$$

一个位于Z平面的管段，对于沿管长不变的作用力（可以由复原力以及在此管段之后的集中荷载和均布荷载所合成）的作用下，在其任一横断面上的剪切力和轴向力为：

$$F_s=P_y\cos\alpha-P_x\sin\alpha$$
$$F'_s=P_z$$
$$F_n=P_x\cos\alpha+P_y\sin\alpha$$

而

$$\frac{\partial F_s}{\partial P_x}=-\sin\alpha\qquad\frac{\partial F'_s}{\partial P_x}=0\qquad\frac{\partial F_n}{\partial P_x}=\cos\alpha$$
$$\frac{\partial F_s}{\partial P_y}=\cos\alpha\qquad\frac{\partial F'_s}{\partial P_y}=0\qquad\frac{\partial F_n}{\partial P_y}=\sin\alpha$$
$$\frac{\partial F_s}{\partial P_z}=0\qquad\frac{\partial F'_s}{\partial P_z}=1\qquad\frac{\partial F_n}{\partial P_z}=0$$

式中 P_x、P_y、P_z——所算管段中沿X、Y、Z方向的作用力；

α——管段上各点对水平轴的倾角。

代入式（5-30），得：

$$EJ\delta_{snx}=Q\,r_p^2\left[2.6\int_0^l(P_y\cos\alpha-P_x\sin\alpha)(-\sin\alpha)dl+0.5\int_0^l(P_x\cos\alpha+P_y\sin\alpha)\cos\alpha dl\right]$$
$$=Qr_p^2\left[P_x\int_0^l(2.6\sin^2\alpha+0.5\cos^2\alpha)dl-P_y\int_0^l 2.1\sin\alpha\cos\alpha dl\right]$$
$$=P_xV-P_yW$$
$$EJ\delta_{sny}=Qr_p^2\left[2.6\int_0^l(P_y\cos\alpha-P_x\sin\alpha)\cos\alpha dl+0.5\int_0^l(P_x\cos\alpha+P_y\sin\alpha)\sin\alpha dl\right]$$
$$=Qr_p^2\left[P_x\int_0^l-2.1\sin\alpha\cos\alpha dl+P_y\int_0^l(2.6\cos^2\alpha+0.5\sin^2\alpha)dl\right]$$
$$=-P_xW+P_yU$$
$$EJ\delta_{snz}=Qr_p^2\int_0^l 2.6P_z dl=P_zS$$

式中 $S=Qr_p^2 2.6\int_0^l dl$

$$U=Qr_p^2\int_0^l(2.6\cos^2\alpha+0.5\sin^2\alpha)dl$$

$$V=Qr_p^2\int_0^l(2.6\sin^2\alpha+0.5\cos^2\alpha)dl$$

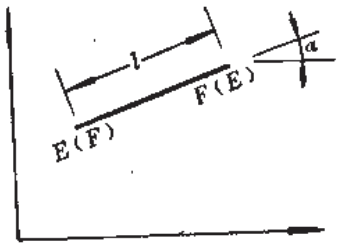
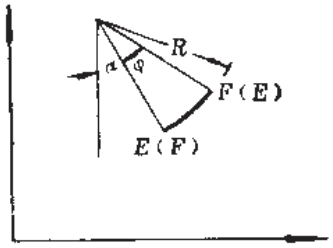
$$W=Qr_p^2\cdot 2.1\int_0^l\sin\alpha\cos\alpha dl$$

这四个变形系数S、U、V、W与弯曲扭转变形的集中力荷载的变形系数相当，故亦称之为集中力荷载的剪切拉压变形系数。

在表5-10中列出了直元件和弧元件的集中力荷载的剪切拉压变形系数的算式。同时在表5-11、5-12中列出了均布荷载q_x、q_y、q_z引起的直元件和弧元件的剪切、拉压变形系数算式（包括沿管线全长均布的和沿管线投影长度均布的荷载）。这些变形系数的推导详见附录六。

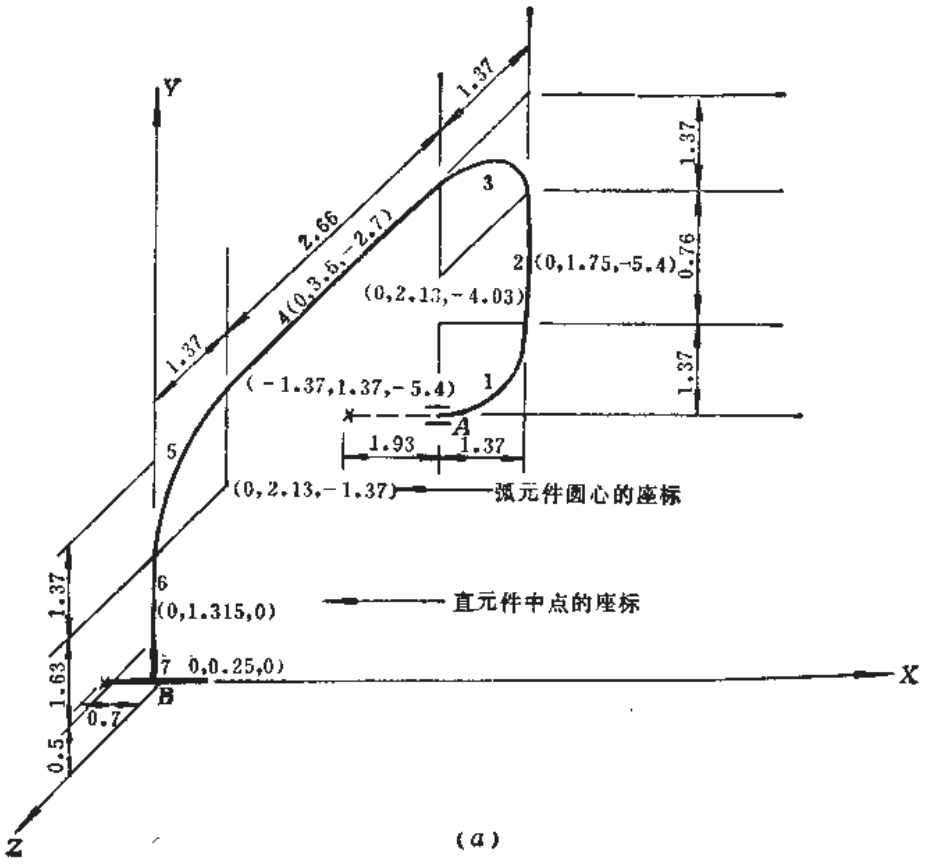
在查用这些表时与查用弯曲、扭转变形系数时的规律一样，应该注意以下三点：

表 5-10　　集中力荷载的剪切、拉压变形系数表

X平面	Y平面	Z平面	S	U	V	W
Z Y	X Z	Y X				
			$2.6Qr_p^2l$	$Qr_p^2[2.6l\cos^2\alpha+0.5l\sin^2\alpha]$	$Qr_p^2[2.6l\sin^2\alpha+0.5l\cos^2\alpha]$	$2.1Qr_p^2l\sin\alpha\cos\alpha$
			$2.6Qr_p^2R\varphi$	$Qr_p^2R[1.55\varphi+0.525\sin2(\alpha+\varphi)-0.525\times\sin2\alpha]$	$Qr_p^2R[1.55\varphi-0.525\sin2(\alpha+\varphi)+0.525\times\sin2\alpha]$	$0.525Qr_p^2R[\cos2\alpha-\cos2(\alpha+\varphi)]$

注　r_p——管子平均半径(米)；
l　——直管长(米)；
R——弯管弯曲半径(米)；
α、φ——角度(弧度)。

（1）在用表5-10计算集中力荷载变形系数时，应区别直、弧元件及其布置方位，选择相应的计算公式；

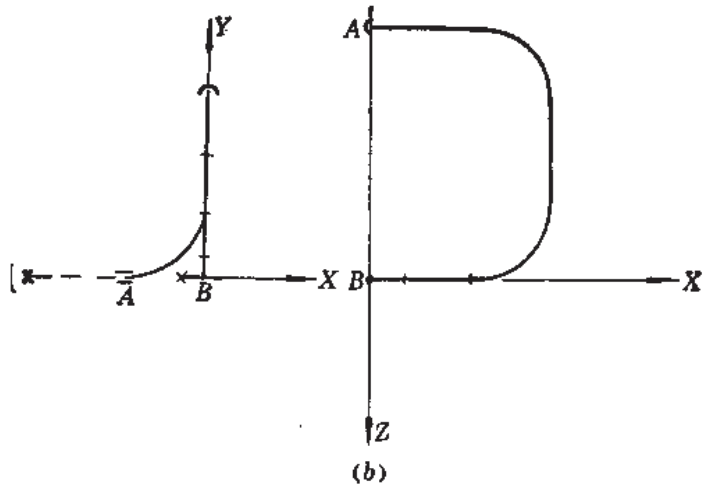


(a)

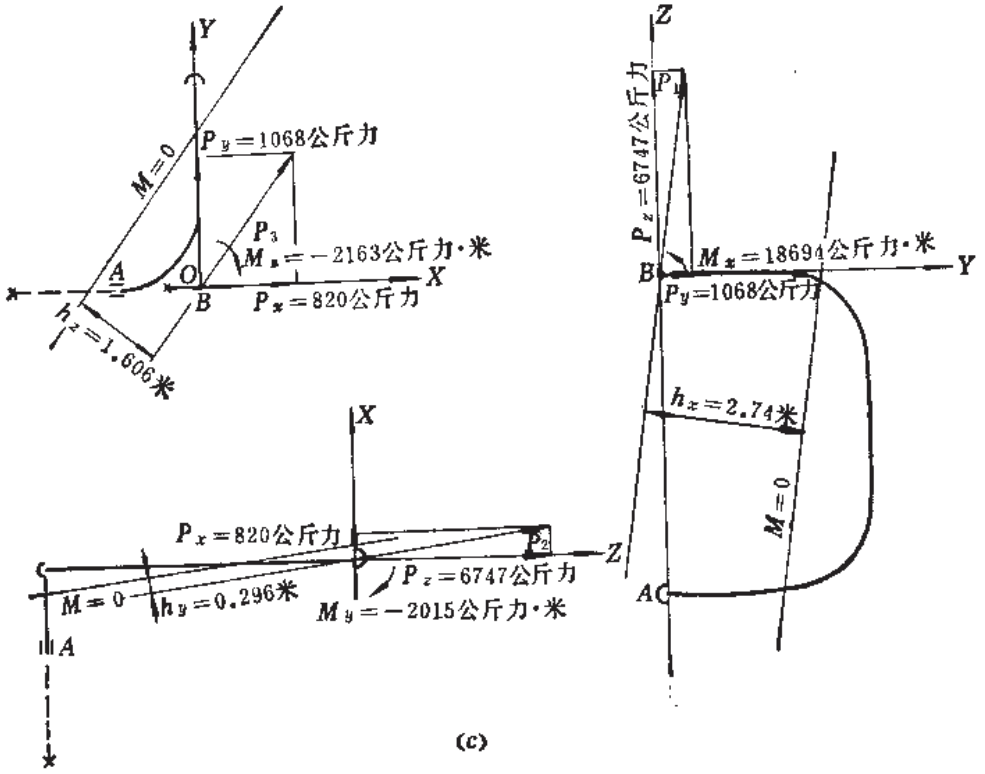
图 5-27　管道AB承受位

$P_x=\sqrt{820^2+1068^2}=1346$公斤力，$h_x=\frac{2163}{1346}=1.606$ 米；$P_t=\sqrt{6747^2+1068^2}=6831$公斤力，

（ 2 ）在用表5-11计算沿管线全长的荷载变形系数时，还应区别元件的走向即 F 端及 E 端位置来选择相应的计算公式；



(b)

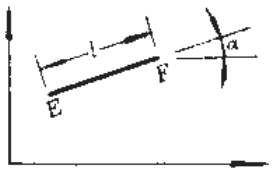
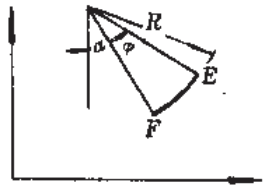
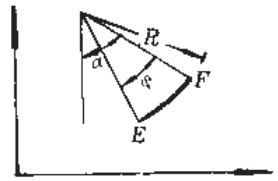


(c)

移荷载的作用力计算图

$h_x=\frac{18694}{6831}=2.74$米；　$P_1=\sqrt{6747^2+820^2}=6797$公斤力，$h_y=\frac{2015}{6797}=0.296$米

表 5-11　　沿管线全长均布的荷载剪切、拉压变形系数表

X平面	Y平面	Z平面	w_{ee}	w_{de}	w_{cd}	w_{dd}	w_{ee}
Z Y	X Z	Y X					
			$Qr_p^2(0.25l^2+1.05l^2\sin^2\alpha)$	$Qr_p^2(-1.05l^2\cos\alpha\sin\alpha)$	$Qr_p^2(-1.05l^2\cos\alpha\sin\alpha)$	$Qr_p^2(0.25l^2+1.05l^2\cos^2\alpha)$	$1.3Qr_p^2l^2$
			$Qr_p^2R^2[0.775\varphi^2+0.2625\times\cos2\alpha-0.2625\cos2(\alpha+\varphi)-0.525\varphi\sin2(\alpha+\varphi)]$	$Qr_p^2R^2[0.2625\sin2\alpha-0.2625\sin2(\alpha+\varphi)+0.525\varphi\cos2(\alpha+\varphi)]$	$Qr_p^2R^2[0.2625\sin2\alpha-0.2625\sin2(\alpha+\varphi)+0.525\varphi\cos2(\alpha+\varphi)]$	$Qr_p^2R^2[0.775\varphi^2-0.2625\cos2\alpha+0.2625\cos2(\alpha+\varphi)+0.525\varphi\sin2(\alpha+\varphi)]$	$1.3Qr_p^2R^2\varphi^2$
			$Qr_p^2R^2[0.775\varphi^2+0.2625\cos2\alpha-0.2625\cos2(\alpha-\varphi)+0.525\varphi\sin2(\alpha-\varphi)]$	$Qr_p^2R^2[0.2625\sin2\alpha-0.2625\sin2(\alpha-\varphi)-0.525\varphi\cos2(\alpha-\varphi)]$	$Qr_p^2R^2[0.2625\sin2\alpha-0.2625\sin2(\alpha-\varphi)-0.525\varphi\cos2(\alpha-\varphi)]$	$Qr_p^2R^2[0.775\varphi^2-0.2625\cos2\alpha+0.2625\cos2(\alpha-\varphi)-0.525\varphi\sin2(\alpha-\varphi)]$	$1.3Qr_p^2R^2\varphi^2$

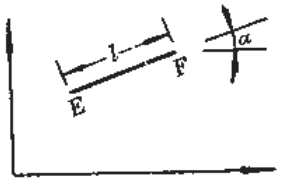
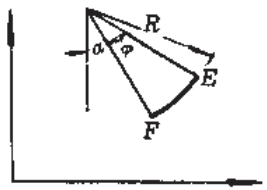
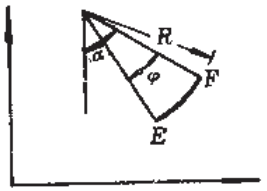
注　r_p —管子平均半径(米)；

l ——直管长(米)；

R ——弯管弯曲半径(米)；

α、φ —— 角度(弧度)。

表 5-72　　沿管线投影长度均布的荷载剪切、拉压变形系数表

X平面	Y平面	Z平面	w_{cc}	w_{dc}	w_{cd}	w_{dd}	w_{ee}
Z Y	X Z	Y X					
			$\pm Qr_p^2(1.05l^2\sin^3\alpha + 0.25l^2\sin\alpha)$	$\mp 1.05Qr_p^2l^2\sin\alpha\cos^2\alpha$	$\mp 1.05Qr_p^2l^2\cos\alpha\sin^2\alpha$	$\pm Qr_p^2(1.05l^2\cos^3\alpha + 0.25l^2\cos\alpha)$	$1.3Qr_p^2l^2$
			w_{dc}、w_{dd}：当$\alpha=-\frac{\pi}{2}\sim\frac{\pi}{2}$时取上符号；$\alpha=\frac{\pi}{2}\sim\frac{3\pi}{2}$时取下符号 w_{cc}、w_{cd}：当$\alpha=0\sim\pi$时取上符号；$\alpha=\pi\sim2\pi$时取下符号				
			$\pm Qr_p^2R^2[1.55\varphi\cos\alpha - 0.525\cos\alpha\sin2(\alpha+\varphi) + 0.525\cos\alpha\sin2\alpha - 0.7\sin^3\cdot(\alpha+\varphi) + 0.7\sin^3\alpha - 0.5\sin(\alpha+\varphi) + 0.5\sin\alpha]$	$\mp Qr_p^2R^2[0.35\sin^3\alpha + 0.7\sin^3(\alpha+\varphi) - 1.05\sin\alpha\sin^2(\alpha+\varphi)]$	$\mp Qr_p^2R^2[0.35\cos^3\alpha + 0.7\cos^3(\alpha+\varphi) - 1.05\cos\alpha\cos^2(\alpha+\varphi)]$	$\mp Qr_p^2R^2[1.55\varphi\sin\alpha + 0.525\sin\alpha\sin2(\alpha+\varphi) - 0.525\sin\alpha\sin2\alpha + 0.7\cos\cdot(\alpha+\varphi) - 0.7\cos^3\alpha + 0.5\cos(\alpha+\varphi) - 0.5\cos\alpha]$	$1.3Qr_p^2R^2\varphi^2$
			$\mp Qr_p^2R^2[1.55\varphi\cos\alpha + 0.525\cos\alpha\sin2(\alpha-\varphi) - 0.525\cos\alpha\sin2\alpha + 0.7\sin^3(\alpha-\varphi) - 0.7\sin^3\alpha + 0.5\sin\cdot(\alpha-\varphi) - 0.5\sin\alpha]$	$\mp Qr_p^2R^2[0.35\sin^3\alpha + 0.7\sin^3(\alpha-\varphi) - 1.05\sin\alpha\sin^2(\alpha-\varphi)]$	$\mp Qr_p^2R^2[0.35\cos^3\alpha + 0.7\cos^3(\alpha-\varphi) - 1.05\cos\alpha\cos^2(\alpha-\varphi)]$	$\pm Qr_p^2R^2[1.55\varphi\sin\alpha - 0.525\sin\alpha\sin2(\alpha-\varphi) + 0.525\sin\alpha\sin2\alpha - 0.7\cos^3(\alpha-\varphi) + 0.7\cos^3\alpha - 0.5\cos\cdot(\alpha-\varphi) + 0.5\cos\alpha]$	$1.3Qr_p^2R^2\varphi^2$
象限	II I III IV		w_{dc}、w_{dd}：当弧段位向为III、IV象限时取上符号，I、II象限时取下符号 w_{cc}、w_{cd}：当弧段位向为I、IV象限时取上符号，II、III象限时取下符号				

注　r_p——管子平均半径(米)；
l——直管长(米)；
R——弯管弯曲半径(米)；
α、φ　角度(弧度)。

M_z、M_z^{qx}、M_z^{qy} M_z^{Fx}、M_z^{Fy}	q_x	q_y	q_z	
u_a $C_y v$ s_b	$w_{uv}+w_{ee}$ $w_{aa}+w_{dd}$ $w_{bb}+w_{cc}$	0 $C_y w_v$ $w_{ab}+w_{dc}$	0 $w_{ba}+w_{cd}$ $-C_z w_u$	$EJ\Delta x\times 10^{-6}$
a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	
$-C_x u$ $-v_a$ $-s_a$	$-C_x w_u$ 0 $w_{ba}+w_{cd}$	$w_{bb}+w_{cc}$ $w_{uv}+w_{ee}$ $w_{aa}+w_{dd}$	$w_{ab}+w_{dc}$ 0 $C_z w_v$	$EJ\Delta y\times 10^{-6}$
a_{26}	a_{27}	a_{28}	a_{29}	
$C_x q$ $-C_y q$ 0	$C_x w_v$ $w_{ab}+w_{dc}$ 0	$w_{ba}+w_{cd}$ $-C_y w_u$ 0	$w_{aa}+w_{dd}$ $w_{bb}+w_{cc}$ $w_{uv}+w_{ee}$	$EJ\Delta z\times 10^{-6}$
a_{36}	a_{37}	a_{38}	a_{39}	
0 q 0	0 0 0	w_b w_u 0	w_a 0 w_v	$EJ\Delta\theta_x\times 10^{-4}$
a_{46}	a_{47}	a_{48}	a_{49}	
q 0 0	w_v w_a 0	0 0 0	0 w_b w_u	$EJ\Delta\theta_y\times 10^{-4}$
a_{56}	a_{57}	a_{58}	a_{59}	
u v s	w_a 0 w_b	0 w_v w_a	0 0 0	$EJ\Delta\theta_z\times 10^{-4}$
a_{66}	a_{67}	a_{68}	a_{69}	

（3）在用表5-12计算沿管线某方向投影长度均布的荷载变形系数时，除了上述两条要求外，还要按元件所居象限，按表中所注要求正确选择公式中的符号。

由于剪切及拉压变形仅由X、Y、Z方向的力所引起（与作用力矩无关），而且产生的变形也仅为线位移（无角位移），因此它的变形系数相对基准座标系中的任何点都是一样的，即平移到任何点其值不变。

对于位于X、Y平面的管段，其变形系数亦可用循环转置法求得。现将包括剪切及拉压变形的变形系数汇总于表5-13中，可供需要考虑包括此两项影响的管系计算用。

十、例题

［例 1］ 管道承受位移荷载的作用力计算。

计算步骤及说明：

（1）画出立体图：

1）基准座标系按右旋定则确定（见图5-27a）。

2）选定始端A及末端B，元件分段及注明管线尺寸，标上弧元件圆心的座标及直元件中点的座标（图5-27a）。

3）根据计算管段AB两侧固定点的位置，计算A、B端的附加位移值，即考虑A、B点以外管段膨胀的影响。

（2）列出原始数据表及计算数据表。

（3）列出补偿值计算表，注意热膨胀量、端点附加位移及冷紧值的符号，代入相应的公式，计算补偿值。

（4）列出变形系数计算表：

1）将各管道元件分配到各个平面上去。

2）形状栏内元件的走向必须按元件所在平面的转置座标关系的走向来画，本例中各元件在各座标面上的走向如图5-27b所示。

3）按表5-5查集中荷载的变形系数算式。查算式时，只要核对与元件走向相符就可以了。然后再用准备好的原始数据计算各变形系数的值。

（5）列出总变形系数汇总表：

1）各系数公式栏内，根据元件所在平面由变形系数计算表中取得相应的变形系数算式，并在数据栏内算出这些数值。

2）然后求出36个总变形系数。

（6）求解联立方程式：联立方程式可按逐元消去法或高斯消去法求解。本例是用高斯消去法求解的。

在算不同工况时，系数u、l的计算总是一样的，不同的是后面的常数项，因此只要复算后面的常数项就可以了。

（7）确定危险点及其力矩值：由于本例仅系位移荷载的计算，因此可以用平移力线的方法，求得零力矩线（图5-27c），即可很方便地判别危险点及计算其作用力矩。

计算中应分段中间校核，以免大幅度的返工。

（一）原始数据

序号	名称	单位	符号	数值
1	管内介质	过热蒸汽		
2	管道计算压力	公斤力/厘米^2	P_{js}	100
3	管道计算温度	℃	t_{js}	540
4	计算安装温度	℃	t_{az}	20
5	管子材料	—	—	12CrlMoV
6	管子外径	厘米	D_w	27.3
7	管子壁厚	厘米	S	2.0
8	管子内径	厘米	D_n	23.3
9	弯管半径	毫米	R	1370
10	材料线膨胀系数	厘米/米·℃	α_t	14.58×10^{-4}
11	材料弹性模数(冷)	公斤力/厘米^2	E	2.12×10^6
12	材料弹性模数(热)	公斤力/厘米^2	E_t	1.664×10^6
13	工作状态基本许用应力	公斤力/厘米^2	$[\sigma]_j^{540}$	8

（二）计算数据

序号	名称	单位	符号	公式	数值
1	管子断面惯性矩	厘米^4	J	$\frac{\pi}{64}(D_w^4-D_n^4)$	12798.5
2	弯管尺寸系数	—	λ	$4SR/(D_w-S)^2$	1.712
3	弯管柔性系数	—	k	$\frac{1.65}{\lambda}$，当$k<1$时取$k=1$	1

（三）补偿值计算

名称	单位	符号	公式	X向	Y向	Z向
热胀温差	℃	Δt	$t_{js}-t_{az}$	520	520	520
端点间投影距离	米	L		1.37	0	5.4
热伸长	厘米	Δ_t	$\alpha_t\ \Delta t\ L$	1.0387	0	4.094
A端点附加位移	厘米	Δ^A		1.4632	0	0
B端点附加位移	厘米	Δ^B		0.5307	0	0
冷紧值	厘米	Δ_p	冷紧比$\gamma=0.6$	0	0	2.4564
冷紧有效系数	%	ε_1		—	—	67%
全补偿值(100%膨胀量)	厘米	Δ^*	$-(\Delta^B-\Delta^A-\Delta_t)$	1.9712	0	4.094
热态推力计算补偿值	厘米	Δ_p^{t*}	$\Delta^B-\Delta^A-\Delta_t+\Delta_p\varepsilon_1$	−1.9712	0	−2.4482
冷态推力计算补偿值	厘米	Δ_p^t	$+\Delta_p$	0	0	+2.4564

注　*——角位移$\Delta\theta_x$、$\Delta\theta_y$、$\Delta\theta_z$均为零。

（四）变形系数计算表

管段编号	1	2	3
所在平面	Z	X	X
形　状	 $k=1$　$Q=1$ $R=1.37$　$l=2.1509$ $a=-1.37$　$b=1.37$ $C_x=-5.4$	$k=1$ $Q=1$  $l=0.76$ $a=1.75$ $b=-5.4$ $C_x=0$	 $k=1$　$Q=1$ $R=1.37$　$l=2.1509$ $a=2.15$　$b=-4.03$ $C_x=0$
s	$1.57kQR=2.1509$	$kQl=0.76$	$1.57kQR=2.1509$
u	$0.785(1.3+k)QR=2.4735$	$kQl=0.76$	$0.785(1.3+k)QR=2.4735$
v	$0.785(1.3+k)QR=2.4735$	$1.3Ql=0.988$	$0.785(1.3+k)QR=2.4735$
q	$0.5(1.3-k)QR=0.2055$	0	$0.5(1.3-k)QR=0.2055$
s_a	$1.57akQR+kQR^2=-2.9467$ $+1.8769=-1.0698$	$akQl=1.33$	$1.57akQR+kQR^2=4.5814$ $+1.8769=6.4583$
s_b	$1.57bkQR-kQR^2=2.9467$ $-1.8769=1.0698$	$bkQl=-4.104$	$1.57bkQR-kQR^2=-8.6681$ $-1.8769=-10.545$
u_0	$0.785(1.3+k)aQR-0.5(1.3-k)$ $\cdot bQR+1.3QR^2=-3.3887-0.2815$ $+2.44=-1.2302$	$akQl=1.33$	$0.785(1.3+k)aQR-0.5(1.3-k)$ $\cdot bQR+1.3QR^2=5.2688+0.8282$ $+2.44=8.537$
v_0	$0.785(1.3+k)bQR-0.5(1.3-k)$ $\cdot aQR-1.3QR^2=3.3887+0.2815$ $-2.44=1.2302$	$1.3bQl=-5.3352$	$0.785(1.3+k)bQR-0.5(1.3-k)$ $\cdot aQR-1.3QR^2=-9.9682-0.4377$ $-2.44=-12.8459$
s_{aa}	$1.57a^2kQR+0.785kQR^3$ $+2akQR^2=4.037$ $+2.0185-5.1427=0.9128$	$a^2kQl+kQl^3/12$ $=2.3275+0.03658$ $=2.3641$	$1.57a^2kQR+0.785kQR^3$ $+2akQR^2=9.7584$ $+2.0185+7.9956=19.7725$
s_{bb}	$1.57b^2kQR+0.785kQR^3-2bkQR^2$ $=4.037+2.0185-5.1427=0.9128$	$b^2kQl=22.1616$	$1.57b^2kQR+0.785kQR^3-2bkQR^2$ $=34.9326+2.0183+15.1278$ $=52.0789$
s_{ab}	$1.57abkQR+(b-a)kQR^2$ $-0.5kQR^3=-4.037$ $+5.1427-1.2857=-0.18$	$abkQl=-7.182$	$1.57abkQR+(b-a)kQR^2$ $-0.5kQR^3=-18.463$ $-11.5617-1.2857$ $=31.3104$
$v_{00}+u_{00}$	$0.785(1.3+k)QR(a^2+b^2)$ $+0.65\pi QR^3-(1.3-k)$ $\cdot abQR+2.6QR^2(a-b)$ $=9.285+3.251+0.7714$ $-13.371=1.9364$	$a^2kQl+1.3b^2Ql$ $+kQl^3/12$ $=2.3275+28.81$ $+0.03658$ $=31.1741$	$0.785(1.3+k)QR(a^2+b^2)$ $+0.65\pi QR^3-(1.3-k)$ $\cdot abQR+2.6QR^2(a-b)$ $=51.3944+5.251+3.5279$ $+30.86=90.2333$

4	5	6	7	备注
X	X	X	X	按转置的座标平面确定图形
 $k=1$ $Q=1$ $l=2.66$ $a=3.5$ $b=-2.7$ $C_x=0$	 $k=1$ $Q=1$ $R=1.37$ $l=2.1509$ $a=2.15$ $b=-1.37$ $C_x=0$	 $k=1$ $Q=1$ $l=1.63$ $a=1.315$ $b=0$ $C_x=0$	 $k=1$ $Q=0$ $l=0.5$ $a=0.25$ $b=0$ $C_x=0$	
$kQl=2.66$	$1.57kQR=2.1509$	$kQl=1.63$	0	变形系数公式按表5-5所列
$1.3Ql=3.458$	$0.785QR(1.3+k)=2.4735$	$kQl=1.63$	0	
$kQl=2.66$	$0.785QR(1.3+k)=2.4735$	$1.3Ql=2.119$	0	
0	$-0.5QR(1.3-k)=-2.055$	0	0	
$akQl=9.31$	$1.57akQR+kQR^2=4.5814$ $+1.8769=6.4583$	$akQl=2.1435$	0	
$bkQl=-7.182$	$1.57bkQl+kQR^2=-2.9467$ $+1.8769=-1.0698$	$bkQl=0$	0	
$1.3aQl=12.103$	$0.785aQR(1.3+k)+0.5bQR(1.3-k)$ $+1.3QR^2=5.2688$ $-0.2815+2.44=7.4273$	$akQl=2.1435$	0	
$bkQl=-7.182$	$0.785bQR(1.3+k)+0.5aQR(1.3-k)$ $+1.3QR^2=-3.3887$ $+0.4377+2.44=-0.511$	$1.3bQl=0$	0	
$a^2kQl=32.585$	$1.57a^2kQR+0.785kQR^3+2akQR^2$ $=9.7584+2.0185+7.9956=19.7725$	$a^2kQl+kQl^3/12$ $=2.8186+0.3609$ $=3.1795$	0	
$b^2kQl+kQl^3/12$ $=19.3914+1.5684$ $=20.9598$	$1.57b^2kQR+0.785kQR^3+2bkQR^2$ $=4.037+2.0185-5.1427$ $=0.9128$	$b^2kQl=0$	0	
$abkQl=-25.137$	$1.57abkQR+kQR^2(a+b)+0.5kQR^3$ $=-0.2765+1.4264+1.2657$ $=-3.5644$	$abkQl=0$	0	
$1.3a^2Ql+b^2kQl$ $+kQl^3/12$ $=42.3605$ $+19.3914$ $+1.5684$ $=63.3203$	$0.785(1.3+k)QR(a^2+b^2)+0.65\pi QR^3$ $+(1.3-k)abQR+2.6QR^2$ $\cdot(a+b)=15.8645+5.251$ $-1.1992+3.7087=23.625$	$a^2kQl+1.3b^2Ql$ $+kQl^3/12$ $=2.8186$ $+0.3609$ $=3.1795$	0	

1	Z							v	2.4735	q	0.2055	0	0
2	X							s	0.76	0	0	0	0
3	X							s	2.1509	0	0	0	0
4	X							s	2.66	0	0	0	0
5	X							s	2.1509	0	0	0	0
6	X							s	1.63	0	0	0	0
7	X							s	0	0	0	0	0
		a_{14}	1.1097	a_{24}	−36.2577	a_{34}	−26.9303	a_{44}	11.8253	a_{45}	0.2055	a_{46}	0
1	Z									u	2.4735	0	0
2	X									v	0.988	q	0
3	X									v	2.4735	q	0.2055
4	X									v	2.66	q	0
5	X									v	2.4735	q	−0.2055
6	X									v	2.119	q	0
7	X									v	0	q	0
		a_{15}	39.231	a_{25}	−1.1097	a_{35}	−1.2302	a_{45}	0.2055	a_{55}	13.1875	a_{56}	0
1	Z											s	2.1509
2	X											u	0.76
3	X											u	2.4735
4	X											u	3.458
5	X											u	2.4735
6	X											u	1.63
7	X											u	0
		a_{16}	32.6106	a_{26}	1.0698	a_{36}	0	a_{46}	0	a_{56}	0	a_{66}	12.9419

（六）作用力和力矩计算

用高斯消去法解联立方程组。

1.用全补偿值计算

$$\begin{cases}
284.5722P_x-5.8123P_y-6.6431P_z+1.1097M_x+39.231M_y+32.6106M_z \\
\quad =EJ\Delta x=2.12\times12798.5\times1.9712=53484=A \\
-5.8123P_x+169.154P_y+73.8369P_z-36.2577M_x-1.1097M_y+1.0698M_z \\
\quad =EJ\Delta y=0=B \\
-6.6431P_x+73.8369P_y+79.61P_z-26.9303M_x-1.2302M_y+0 \\
\quad =EJ\Delta z=2.12\times12798.5\times4.094=111081=C \\
1.1097P_x-36.2577P_y-26.9303P_z+11.8253M_x+0.2055M_y+0 \\
\quad =EJ\Delta\theta_x=0=D \\
39.231P_x-1.1097P_y-1.2302P_z+0.2055M_x+13.1875M_y+0 \\
\quad =EJ\Delta\theta_y=0=E \\
32.6106P_x+1.0698P_y+0+0+0+12.9419M_z=EJ\Delta\theta_z=0=F
\end{cases}$$

（1）算u、l

$$u_{11}=a_{11}=284.5722 \qquad u_{12}=a_{12}=-5.8123$$

$$u_{13}=a_{13}=-6.6431 \qquad u_{14}=a_{14}=1.1097$$

$$u_{15}=a_{15}=39.231 \qquad u_{16}=a_{16}=32.6106$$

$$l_{21}=\frac{u_{12}}{u_{11}}=\frac{-5.8123}{284.5722}=-0.0204$$

$$u_{22}=a_{22}-l_{21}u_{12}=169.154-(-0.0204)(-5.8123)=169.036$$

$$u_{23}=a_{23}-l_{21}u_{13}=73.8369-(-0.0204)(-6.6431)=73.702$$

$$u_{24}=a_{24}-l_{21}u_{14}=-36.2577-(-0.0204)\times1.1097=-36.236$$

$$u_{25}=a_{25}-l_{21}u_{15}=-1.1097-(-0.0204)\times39.231=-0.308$$

$$u_{26}=a_{26}-l_{21}u_{16}=1.0698-(-0.0204)\times32.6106=1.736$$

$$l_{31}=\frac{u_{13}}{u_{11}}=\frac{-6.6431}{284.5722}=-0.0233$$

$$l_{32}=\frac{u_{23}}{u_{22}}=\frac{73.702}{169.036}=0.435$$

$$u_{33}=a_{33}-l_{31}u_{13}-l_{32}u_{23}=79.61-(-0.0233)(-6.6431)-0.435\times73.702$$
$$=47.395$$

$$u_{34}=a_{34}-l_{31}u_{14}-l_{32}u_{24}=-26.9303-(-0.0233)\times1.1097-0.435(-36.236)$$
$$=-11.142$$

$$u_{35}=a_{35}-l_{31}u_{15}-l_{32}u_{25}=-1.2302-(-0.0233)\times39.231-0.435(-0.308)$$
$$=-0.182$$

$$u_{36}=a_{36}-l_{31}u_{16}-l_{32}u_{26}=0-(-0.0233)32.6106-0.435\times1.736=0.005$$

$$l_{41}=\frac{u_{14}}{u_{11}}=\frac{1.1097}{284.5722}=0.0039$$

$$l_{42}=\frac{u_{24}}{u_{22}}=\frac{-36.236}{169.036}=-0.2145$$

$$l_{43}=\frac{u_{34}}{u_{33}}=\frac{-11.142}{47.395}=-0.235$$

$$u_{44}=a_{44}-l_{41}u_{14}-l_{42}u_{24}-l_{43}u_{34}=11.8253-0.0039\times1.1097-(-0.2145)\times(-36.236)-(-0.235)(-11.142)-1.43$$

$$u_{45}=a_{45}-l_{41}u_{15}-l_{42}u_{25}-l_{43}u_{35}=0.2055-0.0039\times39.231-(-0.2145)\times(-0.308)-(-0.235)(-0.182)=-0.056$$

$$u_{46}=a_{46}-l_{41}u_{16}-l_{42}u_{26}-l_{43}u_{36}=0-0.0039\times32.6106-(-0.2145)\times1.736-(-0.235)\times0.005=0.247$$

$$l_{51}=\frac{u_{15}}{u_{11}}=\frac{39.231}{284.5722}=0.138$$

$$l_{52}=\frac{u_{25}}{u_{22}}=\frac{-0.308}{169.036}=-0.00182$$

$$l_{53}=\frac{u_{35}}{u_{33}}=\frac{-0.182}{47.395}=-0.00384$$

$$l_{54}=\frac{u_{45}}{u_{44}}=\frac{-0.056}{1.43}=-0.0392$$

$$u_{55}=a_{55}-l_{51}u_{15}-l_{52}u_{25}-l_{53}u_{35}-l_{54}u_{45}=13.1875-0.138\times39.231-(-0.00182)\times(-0.308)-(-0.00384)(-0.182)-0.0392(-0.056)=7.775$$

$$u_{56}=a_{56}-l_{51}u_{16}-l_{52}u_{26}-l_{53}u_{36}-l_{54}u_{46}=0-0.138\times32.6106-(-0.00182)\times1.736-(-0.00382)\times0.005-0.0397\times0.247=-4.507$$

$$l_{61}=\frac{u_{16}}{u_{11}}=\frac{32.6106}{284.5722}=0.1145$$

$$l_{62}=\frac{u_{26}}{u_{22}}=\frac{1.736}{169.036}=0.0103$$

$$l_{63}=\frac{u_{36}}{u_{33}}=\frac{0.005}{47.395}=0.000105$$

$$l_{64}=\frac{u_{46}}{u_{44}}=\frac{0.247}{1.43}=0.173$$

$$l_{65}=\frac{u_{56}}{u_{55}}=\frac{-4.507}{7.775}=-0.58$$

$$u_{66}=a_{66}-l_{61}u_{16}-l_{62}u_{26}-l_{63}u_{36}-l_{64}u_{46}-l_{65}u_{56}=12.9419-0.1145\times32.6106-0.0103\times1.736-0.000105\times0.005-0.173\times0.247-(-0.58)(-4.507)=6.533$$

（2）算系数z

$$z_1=A=53484$$

$$z_2=B-l_{21}z_1=0-(-0.0204)\times53484=1091$$

$$z_3=C-l_{31}z_1-l_{32}z_2=111081-(-0.0233)53484-0.435\times1091=111853$$

$$z_4=D-l_{41}z_1-l_{42}z_2-l_{43}z_3=0-0.0039\times53484-(-0.2145)\times1091-(-0.235)$$

$\times 111853=26311$

$z_5=E-l_{51}z_1-l_{52}z_2-l_{53}z_3-l_{54}z_4=0-0.138\times53484-(-0.00182)1091$

$-(-0.00384)111853-(-0.0392)26311=-5918$

$z_6=F-l_{61}z_1-l_{62}z_2-l_{63}z_3-l_{64}z_4-l_{65}z_5=0-0.1145\times53484-0.0103\times1091$

$-0.000105\times111853-0.173\times26311-(-0.58)(-5918)=-14131$

$$M_x=\frac{z_6}{u_{66}}=\frac{-14131}{6.533}=-2163\text{公斤力·米}$$

$$M_y=\frac{z_5-u_{56}M_x}{u_{55}}=\frac{-5918-(-4.507)(-2163)}{7.775}=-2015\text{公斤力·米}$$

$$M_x=\frac{z_4-u_{46}M_x-u_{45}M_y}{u_{44}}=\frac{26311-0.247(-2163)-(-0.056)(-2015)}{1.43}$$

$=18694$公斤力·米

$$P_z=\frac{z_3-u_{36}M_x-u_{35}M_y-u_{34}M_x}{u_{33}}$$

$$=\frac{111853-0.005(-2163)-(-0.182)(-2015)-(-11.142)18694}{47.395}=6747\text{公斤力}$$

$$P_y=\frac{z_2-u_{26}M_x-u_{25}M_y-u_{24}M_x-u_{23}P_z}{u_{22}}$$

$$=\frac{1091-1.736(-2163)-(-0.308)(-2015)-(-36.236)18694-73.702\times6747}{169.036}$$

$=1068$公斤力

$$P_x=\frac{z_1-u_{16}M_x-u_{15}M_y-u_{14}M_x-u_{13}P_z-u_{12}P_y}{u_{11}}$$

$=[53484-32.6106(-2163)-39.231(-2015)-1.1097\times18694-(-6.6431)$

$\times6747-(-5.8123)1068]\div284.5722=820$公斤力

2.工作状态下的推力计算

$A=1.664\times12798.5(-1.9712)=-41980$

$B=0$

$C=1.664\times12798.5(-2.4482)=-52138.6$

$D=E=F=0$

$Z_1=A=-41980$

$Z_2=B-l_{21}Z_1=0-(-0.0204)(-41980)=-857$

$Z_3=C-l_{31}Z_1-l_{32}Z_2=-52138.6-(-0.0233)(-41980)-0.435(-857)$

$=-52744$

$Z_4=D-l_{41}Z_1-l_{42}Z_2-l_{43}Z_3$

$=0-0.0039(-41980)-(-0.2145)(-857)-(-0.235)(-52744)$

$=-12415$

$Z_5=E-l_{51}Z_1-l_{52}Z_2-l_{53}Z_3-l_{54}Z_4$

$=0-0.138(-41980)-(-0.00182)(-857)-(-0.00384)(-52744)$

$$-(-0.0392)(-12415)$$

$$=5103$$

$$Z_4=F-l_{61}Z_1-l_{62}Z_2-l_{63}Z_3-l_{64}Z_4-l_{65}Z_5$$

$$=0-0.1145(-41980)-0.0103(-857)-0.000105(-52744)$$

$$-0.173(-12415)-(-0.58)\times 5103$$

$$=9929$$

$$M_z=\frac{Z_6}{u_{66}}=\frac{9929}{6.533}=1520 \text{ 公斤力·米}$$

$$M_y=\frac{Z_5-u_{56}M_z}{u_{55}}=\frac{5103-(-4.507)1520}{7.775}=1537 \text{ 公斤力·米}$$

$$M_x=\frac{Z_4-u_{46}M_z-u_{45}M_y}{u_{44}}=\frac{-12415-0.247\times 1520-(-0.056)\times 1537}{1.43}$$

$$=-8884\text{公斤力·米}$$

$$P_z=\frac{Z_3-u_{36}M_z-u_{35}M_y-u_{34}M_x}{u_{33}}$$

$$=\frac{-52744-0.005\times 1520-(-0.182)1537-(-11.142)(-8884)}{47.395}$$

$$=-3196\text{公斤力}$$

$$P_y=\frac{Z_2-u_{26}M_z-u_{25}M_y-u_{24}M_x-u_{23}P_z}{u_{22}}$$

$$=\frac{-857-1.736\times 1520-(-0.308)1537-(-36.236)(-8884)-73.702(-3196)}{169.036}$$

$$=-529\text{公斤力}$$

$$P_x=\frac{Z_1-u_{16}M_z-u_{15}M_y-u_{14}M_x-u_{13}P_z-u_{12}P_y}{u_{11}}$$

$$=[-41980-32.6106\times 1520-39.231\times 1537-1.1097(-8884)$$

$$-(-6.6431)(-3196)-(-5.8123)(-529)]\div 284.5722$$

$$=-584\text{公斤力}$$

3.冷紧作用下的冷态推力计算

$$A=B=0 \quad C=2.12\times 12798.5\times 2.4564=66649$$

$$D=E=F=0$$

$$Z_1=A=0$$

$$Z_2=B-l_{21}Z_1=0$$

$$Z_3=C-l_{31}Z_1-l_{32}Z_2=66649$$

$$Z_4=D-l_{41}Z_1-l_{42}Z_2-l_{43}Z_3=0-0-0-(-0.235)66649=15663$$

$$Z_5=E-l_{51}Z_1-l_{52}Z_2-l_{53}Z_3-l_{54}Z_4$$

$$=0-0-0-(-0.00384)66649-(-0.0392)15663$$

$$=870$$

（2）列出原始数据表及计算数据表。本例无补偿值计算表。

（3）列出变形系数计算表：

1）将各管道元件分配到各个平面上去，形状栏内的元件走向须按元件所在平面的转置座标关系的走向来画。

2）计算集中力的变形系数（复原力及支吊架吊力用）和均布荷载的变形系数。集中力变形系数的算式由表5-5查取，查时要核对元件走向相符。均布荷载的变形系数算式由表5-6查取，查时除核对元件走向相符外，还应区别E、F端的方向。

（4）列出总变形系数汇总表：

1）各系数公式栏内，根据元件所在平面，由表5-4中取得相应的变形系数算式。

2）自重荷载的转移荷载（P_y^q、M_z^q、M_z^q）及支吊架的转移荷载（F_y、M_z^F、M_z^F）列下的$\sum_0^{n-1}$项代表自始端A开始直到所算元件前的各元件的变形系数总和值，供积分范围各不相同的各项转移荷载采用。

3）自重荷载及支吊力荷载下各项数值之和即为由自重及支吊力引起的计算管系末端B之位移值，移项到变形协调方程（公式5-13）之右侧即为复原力所需要协调的位移值。

（5）求解联立方程式：本例用逐元消去法。

（6）确定危险点及其力矩值：本例系计算外力荷载的作用力矩，故需用公式（5-23）求解各点的作用力矩值。本例中仅计算元件始端的作用力矩值，必要时可补充支吊架跨中的作用力矩值，以判别危险点。

按：本例仅作了自重荷载的计算，若要进行自重（包括支吊力）及热膨胀荷载同时作用的计算时，只须在变形协调方程组右侧的常数项中再加上热膨胀的位移荷载项就可以了。

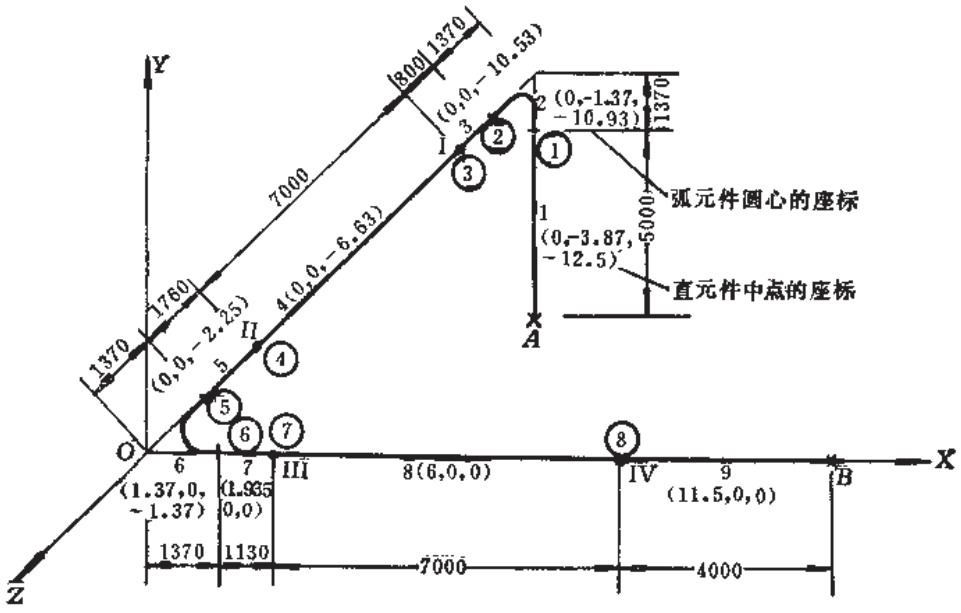


图 5-28　管道受自重荷载及支吊架工作荷载的作用力计算示例

○—应力验算点

管段编号	4	5	6
所在平面	X	X	Y
形　状	$k=1$　$Q=1$ $l=7$ F E $a=0$ $b=-6.63$ $C_x=0$ $x_C=0$ $z_C=-6.63$	$k=1$　$Q=1$ $l=1.76$ F E $a=0$ $b=-2.25$ $C_x=0$ $x_C=0$ $z_C=-2.25$	$k=1$　$Q=1$ $R=1.37$　$l=2.15$ F E $a=-1.37$　$b=1.37$ $C_y=0$ $x_C=0.5$　$z_C=-0.5$
s	$kQl=7$	$kQl=1.76$	$1.57kQR=2.151$
u	$1.3Ql=9.1$	$1.3Ql=2.288$	$0.785(1.3+k)QR=2.474$
v	$kQl=7$	$kQl=1.76$	$0.785(1.3+k)QR=2.474$
q	0	0	$0.5(1.3-k)QR=0.206$
s_a	$akQl=0$	$akQl=0$	$1.57akQR+kQR^2=-2.946+1.877$ $=-1.069$
s_b	$bkQl=-46.41$	$bkQl=-3.96$	$1.57bkQR-kQR^2=2.947-1.877=1.07$
u_0	$1.3aQl=0$	$1.3aQl=0$	$0.785(1.3+k)aQR-0.5(1.3-k)bQR$ $+1.3QR^2=-3.389-0.282$ $+2.44=-1.231$
v_0	$bkQl=-46.41$	$bkQl=-3.96$	$0.785(1.3+k)bQR-0.5(1.3-k)aQR$ $-1.3QR^2=3.389+0.282$ $-2.44=1.231$
s_{aa}	$a^2kQl=0$	$a^2kQl=0$	$1.57a^2kQR+0.785kQR^3+2akQR^2$ $=4.037+2.019-5.143$ $=0.913$
s_{bb}	$b^2kQ+\frac{kQl^3}{12}=307.699$ $+28.572=336.271$	$b^2kQl+\frac{kQl^3}{12}=8.91$ $+0.455=9.365$	$1.57b^2kQR+0.785kQR^3-2bkQR^2$ $=4.037+2.019-5.143$ $=0.913$
s_{ab}	$abkQl=0$	$abkQl=0$	$1.57abkQR+(b-a)kQR^2-0.5kQR^3$ $=-4.037+5.143-1.286=-0.18$
$u_{00}+v_{00}$	$1.3a^2Ql+b^2kQl+\frac{kQl^3}{12}$ $=307.699+28.572=336.271$	$1.3a^2Ql+b^2kQl+\frac{kQl^3}{12}$ $=8.91+0.455=9.365$	$(a^2+b^2)0.785(1.3+k)QR+0.65\pi QR^3$ $-(1.3-k)abQR+2.6(a-b)QR^2$ $=9.286+5.251+0.771-13.371$ $=1.937$
w_b	$-0.1667kQl^3=-57.178$	$-0.1667kQl^3=-0.909$	—
w_{ba}	$0.1667akQl^3=0$	$0.1667akQl^3=0$	—
w_{bb}	$-0.1667bkQl^3+0.0416kQl^4$ $=379.091+99.882=478.973$	$-0.1667bkQl^3+0.0416kQl^4$ $=2.045+0.399=2.444$	—
w_u	—	—	$-(0.5k-0.092)QR^3=-1.049$
w_v	—	—	$0.215(1.3+k)QR^3=1.272$
w_{uv}	—	—	$-[0.215(1.3+k)b+(0.5k-0.092)a]QR^3$ $+0.3038QR^4=-[0.677-0.559]2.571$ $+1.07=0.767$

续表

7	8	9
Y	Y	Y
 $k=1 \quad Q=1$ $l=1.13$ $a=0 \quad b=1.935$ $C_y=0$ $x_C=1.935$ $z_C=0$	 $k=1 \quad Q=1$ $l=7$ $a=0 \quad b=6$ $C_y=0$ $x_C=6 \quad z_C=0$	 $k=1 \quad Q=1$ $l=4$ $a=0 \quad b=11.5$ $C_y=0$ $x_C=11.5$ $z_C=0$
$kQl=1.13$	$kQl=7$	$kQl=4$
$1.3Ql=1.469$	$1.3Ql=9.1$	$1.3Ql=5.2$
$kQl=1.13$	$kQl=7$	$kQl=4$
0	0	0
$akQl=0$	$akQl=0$	$akQl=0$
$bkQl=2.187$	$bkQl=42$	$bkQl=46$
$1.3aQl=0$	$1.3aQl=0$	$1.3aQl=0$
$bkQl=2.187$	$bkQl=42$	$bkQl=46$
$a^2kQl=0$	$a^2kQl=0$	$a^2kQl=0$
$b^2kQl+\frac{kQl^3}{12}=4.231$ $+0.12=4.351$	$b^2kQl+\frac{kQl^3}{12}=252$ $+28.572=280.572$	$b^2kQl+\frac{kQl^3}{12}=529$ $+5.331=534.331$
$abkQl=0$	$abkQl=0$	$abkQl=0$
$1.3a^2Ql+b^2kQl+\frac{kQl^3}{12}$ $=4.231+0.12=4.351$	$1.3a^2Ql+b^2kQl+\frac{kQl^3}{12}$ $=252+28.572=280.572$	$1.3a^2Ql+b^2kQl+\frac{kQl^3}{12}$ $=529+5.331=534.331$
—	—	—
—	—	—
—	—	—
0	0	0
$0.1667kQl^3=0.241$	$0.1667kQl^3=57.178$	$0.1667kQl^3=10.669$
$-0.1667bkQl^3+0.0416kQl^4$ $=-0.466+0.068=-0.398$	$-0.1667bkQl^3+0.0416kQl^4$ $=-343.069+99.882$ $=-243.187$	$-0.1667bkQl^3+0.0416kQl^4$ $=-122.688+10.65$ $=-112.038$

（四）总变形系数汇总表

管段	所在平面	P_x 公式	P_x 数据	P_y 公式	P_y 数据	P_z 公式	P_z 数据	M_x 公式	M_x 数据
1	X	$u_{00}+v_{00}$	1068.683	$-C_xu_0$	0	$-C_xv_0$	0	0	0
2	X	$u_{00}+v_{00}$	345.95	$-C_xu_0$	0	$-C_xv_0$	0	0	0
3	X	$u_{00}+v_{00}$	88.748	$-C_xu_0$	0	$-C_xv_0$	0	0	0
4	X	$u_{00}+v_{00}$	336.271	$-C_xu_0$	0	$-C_xv_0$	0	0	0
5	X	$u_{00}+v_{00}$	9.365	$-C_xu_0$	0	$-C_xv_0$	0	0	0
6	Y	$s_{aa}+C_y^2v$	0.913	$-C_yv_0$	0	$-s_{ab}-C_y^2q$	0.18	C_yq	0
7	Y	$s_{aa}+C_y^2v$	0	$-C_yv_0$	0	$-s_{ab}-C_y^2q$	0	C_yq	0
8	Y	$s_{aa}+C_y^2v$	0	$-C_yv_0$	0	$-s_{ab}-C_y^2q$	0	C_yq	0
9	Y	$s_{aa}+C_y^2v$	0	$-C_yv_0$	0	$-s_{ab}-C_y^2q$	0	C_yq	0
		a_{11}	1849.93	a_{12}	0	a_{13}	0.18	a_{14}	0
1	X			$s_{bb}+C_x^2u$	756.45	$-s_{ab}-C_x^2q$	-238.005	s_b	-61.50
2	X			$s_{bb}+C_x^2u$	300.005	$-s_{ab}-C_x^2q$	-12.98	s_b	-25.386
3	X			$s_{bb}+C_x^2u$	88.748	$-s_{ab}-C_x^2q$	0	s_b	-8.424
4	X			$s_{bb}+C_x^2u$	336.271	$-s_{ab}-C_x^2q$	0	s_b	-46.41
5	X			$s_{bb}+C_x^2u$	9.365	$-s_{ab}-C_x^2q$	0	s_b	-3.96
6	Y			$u_{00}+v_{00}$	1.937	$-C_yu_0$	0	u_0	-1.231
7	Y			$u_{00}+v_{00}$	4.351	$-C_yu_0$	0	u_0	0
8	Y			$u_{00}+v_{00}$	280.572	$-C_yu_0$	0	u_0	0
9	Y			$u_{00}+v_{00}$	534.331	$-C_yu_0$	0	u_0	0
		a_{12}	0	a_{22}	2312.03	a_{23}	-250.985	a_{24}	-146.911
1	X					$s_{aa}+C_x^2v$	85.298	$-s_a$	19.35
2	X					$s_{aa}+C_x^2v$	0.913	$-s_a$	1.069
3	X					$s_{aa}+C_x^2v$	0	$-s_a$	0
4	X					$s_{aa}+C_x^2v$	0	$-s_a$	0
5	X					$s_{aa}+C_x^2v$	0	$-s_a$	0
6	Y					$s_{bb}+C_y^2u$	0.913	$-C_yu$	0
7	Y					$s_{bb}+C_y^2u$	4.351	$-C_yu$	0
8	Y					$s_{bb}+C_y^2u$	280.572	$-C_yu$	0
9	Y					$s_{bb}+C_y^2u$	534.331	$-C_yu$	0
		a_{13}	0.18	a_{23}	-250.985	a_{33}	906.378	a_{34}	20.419

续表

管段	所在半面	P_x 公式	P_x 数据	P_y 公式	P_y 数据	P_z 公式	P_z 数据	M_x 公式	M_x 数据
1	X							s	5
2	X							s	2.151
3	X							s	0.8
4	X							s	7
5	X							s	1.76
6	Y							u	2.474
7	Y							u	1.469
8	Y							u	9.1
9	Y							u	5.2
		a_{14}	0	a_{24}	−146.911	a_{34}	20.419	a_{44}	34.951
1	X								
2	X								
3	X								
4	X								
5	X								
6	Y								
7	Y								
8	Y								
9	Y								
		a_{15}	169.012	a_{25}	0	a_{35}	91.257	a_{45}	0
1	X								
2	X								
3	X								
4	X								
5	X								
6	Y								
7	Y								
8	Y								
9	Y								
		a_{16}	−18.053	a_{26}	−91.418	a_{36}	0	a_{46}	0.206

续表

管段	所在平面	M_y 公式	M_y 数据	M_z 公式	M_z 数据	q_y 公式	q_y 数据	q_y×变形系数
1	X	$-v_0$	79.95	u_0	-19.35	0	0	0
2	X	$-v_0$	29.199	u_0	1.297	0	0	0
3	X	$-v_0$	8.424	u_0	0	0	0	0
4	X	$-v_0$	46.41	u_0	0	0	0	0
5	X	$-v_0$	3.96	u_0	0	0	0	0
6	Y	$-s_a$	1.069	$C_y v$	0	$C_y w_a$	0	0
7	Y	$-s_a$	0	$C_y v$	0	$C_y w_a$	0	0
8	Y	$-s_a$	0	$C_y v$	0	$C_y w_a$	0	0
9	Y	$-s_a$	0	$C_y v$	0	$C_y w_a$	0	0
		a_{15}	169.012	a_{16}	-18.053			$\Sigma=0$
1	X	$-C_x q$	0	$-C_x u$	0	w_{bb}	0	0
2	X	$-C_x q$	0	$-C_x u$	0	w_{bb}	13.349	-4004.7
3	X	$-C_x q$	0	$-C_x u$	0	w_{bb}	0.915	-274.5
4	X	$-C_x q$	0	$-C_x u$	0	w_{bb}	478.973	-143691.9
5	X	$-C_x q$	0	$-C_x u$	0	w_{bb}	2.444	-733.2
6	Y	0	0	$-v_0$	-1.231	w_{ac}	0.767	-230.1
7	Y	0	0	$-v_0$	-2.187	w_{ac}	-0.398	+119.4
8	Y	0	0	$-v_0$	-42	w_{ac}	-243.187	+72956.1
9	Y	0	0	$-v_0$	-46	w_{ac}	-112.038	+33611.4
		a_{25}	0	a_{26}	-91.418			$\Sigma=-42247.5$
1	X	$C_x v$	0	$C_x q$	0	w_{ba}	0	0
2	X	$C_x v$	0	$C_x q$	0	w_{ba}	-0.884	265.2
3	X	$C_x v$	0	$C_x q$	0	w_{ba}	0	0
4	X	$C_x v$	0	$C_x q$	0	w_{ba}	0	0
5	X	$C_x v$	0	$C_x q$	0	w_{ba}	0	0
6	Y	s_b	1.07	$-C_y q$	0	$-C_y w_a$	0	0
7	Y	s_b	2.187	$-C_y q$	0	$-C_y w_a$	0	0
8	Y	s_b	42	$-C_y q$	0	$-C_y w_a$	0	0
9	Y	s_b	46	$-C_y q$	0	$-C_y w_a$	0	0
		a_{35}	91.257	a_{36}	0			$\Sigma=265.2$

续表

管段	所在平面	M_y 公式	M_y 数据	M_x 公式	M_x 数据	q_y 公式	q_y 数据	q_y×变形系数
1	X	0	0	0	0	w_b	0	0
2	X	0	0	0	0	w_b	−1.103	330.9
3	X	0	0	0	0	w_b	−0.085	25.5
4	X	0	0	0	0	w_b	−57.178	17153.4
5	X	0	0	0	0	w_b	−0.909	272.7
6	Y	0	0	q	0.206	w_a	−1.049	314.7
7	Y	0	0	q	0	w_a	0	0
8	Y	0	0	q	0	w_a	0	0
9	Y	0	0	q	0	w_a	0	0
		a_{45}	0	a_{46}	0.206			Σ = 18097.2
1	X	v	6.5	q	0	0	0	0
2	X	v	2.474	q	0.206	0	0	0
3	X	v	0.8	q	0	0	0	0
4	X	v	7	q	0	0	0	0
5	X	v	1.76	q	0	0	0	0
6	Y	s	2.151	0	0	0	0	0
7	Y	s	1.13	0	0	0	0	0
8	Y	s	7	0	0	0	0	0
9	Y	s	4	0	0	0	0	0
		a_{55}	32.815	a_{56}	0.206			Σ = 0
1	X			u	5	0	0	0
2	X			u	2.474	0	0	0
3	X			u	1.04	0	0	0
4	X			u	9.1	0	0	0
5	X			u	2.288	0	0	0
6	Y			v	2.474	w_v	1.272	−381.6
7	Y			v	1.13	w_v	0.241	−72.3
8	Y			v	7	w_v	57.178	−17153.4
9	Y			v	4	w_v	10.669	−3200.7
		a_{56}	0.206	a_{66}	34.506			Σ = −20808

续表

管段	所在平面	$F_{y(I\sim IV)}$ 或 $q_y l_n$ 公式	数据	$\sum_0^{n-1}$	$q_y l_n \sum_0^{n-1}$	$F_{y(I\sim IV)} \cdot \sum_0^{I\sim IV}$
1	X	$-C_x u_0$	0	0	0	
2	X	$-C_x u_0$	0	0	0	
3	X	$-C_x u_0$	0	0	0	
4	X	$-C_x u_0$	0	0	0	$F_{yI} \cdot \sum_0^{I} = 0$
5	X	$-C_x u_0$	0	0	0	$F_{yII} \cdot \sum_0^{II} = 0$
6	Y	$-C_y v_0$	0	0	0	
7	Y	$-C_y v_0$	0	0	0	
8	Y	$-C_y v_0$	0	0	0	$F_{yIII} \cdot \sum_0^{III} = 0$
9	Y	$-C_y v_0$	0	0	0	$F_{yIV} \cdot \sum_0^{IV} = 0$
					$\Sigma = 0+0 = 0$	
1	X	$s_{bb}+C_x^2 u$	756.45	0	0	
2	X	$s_{bb}+C_x^2 u$	300.005	756.45	−487910	
3	X	$s_{bb}+C_x^2 u$	88.748	1056.455	−253549	
4	X	$s_{bb}+C_x^2 u$	336.271	1145.203	−2404926	1946845
5	X	$s_{bb}+C_x^2 u$	9.365	1481.474	−782218	2666653
6	Y	$u_{00}+v_{00}$	1.937	1490.839	−961591	
7	Y	$u_{00}+v_{00}$	4.351	1492.776	−506051	
8	Y	$u_{00}+v_{00}$	280.572	1497.127	−3143967	2694829
9	Y	$u_{00}+v_{00}$	534.331	1777.699	−2133239	2933203
					$\Sigma = -10673451+10241530 = -431921$	
1	X	$-s_{ab}-C_x^2 q$	−238.005	0	0	
2	X	$-s_{ab}-C_x^2 q$	−12.98	−238.005	153513	
3	X	$-s_{ab}-C_x^2 q$	0	−250.985	60236	
4	X	$-s_{ab}-C_x^2 q$	0	−250.985	527069	−126675
5	X	$-s_{ab}-C_x^2 q$	0	−250.985	132520	−451773
6	Y	$-C_y u_0$	0	−250.985	161885	
7	Y	$-C_y u_0$	0	−250.985	85081	
8	Y	$-C_y u_0$	0	−250.985	527069	−451773
9	Y	$-C_y u_0$	0	−250.985	301182	−414125
					$\Sigma = 1948538-1744346 = 204212$	

续表

管段	所在平面	F_y(I~IV)；$q_y l_n$				
		公式	数据	$\sum_0^{n-1}$	$q_y l_n \sum_0^{n-1}$	$F_{y(I\sim IV)} \cdot \sum_0^{I\sim IV}$
1	X	s_b	−61.5	0	0	
2	X	s_b	−25.386	−61.5	39667.5	
3	X	s_b	−8.424	−86.886	20852.64	
4	X	s_b	−46.41	−95.31	200151	−162027
5	X	s_b	−3.96	−141.72	74828.16	−255096
6	Y	u_0	−1.231	−145.68	93963.6	
7	Y	u_0	0	−146.911	49802.83	
8	Y	u_0	0	−146.911	308513.1	−264440
9	Y	u_0	0	−146.911	176293.2	−242403
					$\Sigma = 964072 - 923966 = 40106$	
1	X	$-C_x q$	0	0	0	
2	X	$-C_x q$	0	0	0	
3	X	$-C_x q$	0	0	0	
4	X	$-C_x q$	0	0	0	0
5	X	$-C_x q$	0	0	0	0
6	Y	0	0	0	0	
7	Y	0	0	0	0	
8	Y	0	0	0	0	0
9	Y	0	0	0	0	0
					$\Sigma = 0 + 0 = 0$	
1	X	$-C_x u$	0	0	0	
2	X	$-C_x u$	0	0	0	
3	X	$-C_x u$	0	0	0	
4	X	$-C_x u$	0	0	0	0
5	X	$-C_x u$	0	0	0	0
6	Y	$-v_0$	−1.231	0	0	
7	Y	$-v_0$	−2.187	−1.231	417.31	
8	Y	$-v_0$	−42	−3.418	7177.8	−6152
9	Y	$-v_0$	−46	−45.418	54501.6	−74940
					$\Sigma = 62097 - 81092 = -18995$	

续表

管段	所在平面	$M_x^{F_y}=-F_{y(\mathrm{I}\sim\mathrm{IV})}z_{D(\mathrm{I}\sim\mathrm{IV})}$ 公式	数据	$\sum_0^{n-1}$	$M_x^{q_y}=-q_y l_n z_C$ $-q_y l_n z_C\cdot\sum_0^{n-1}$	$-F_{y(\mathrm{I}\sim\mathrm{IV})}z_{D(\mathrm{I}\sim\mathrm{IV})}\cdot\sum_0^{\mathrm{I}\sim\mathrm{IV}}$
1	X	0	0	0	0	
2	X	0	0	0	0	
3	X	0	0	0	0	
4	X	0	0	0	0	$F_{y\mathrm{I}}\cdot z_{D\mathrm{I}}\cdot\sum_0^{\mathrm{I}}=0$
5	X	0	0	0	0	$F_{y\mathrm{II}}\cdot z_{D\mathrm{II}}\cdot\sum_0^{\mathrm{II}}=0$
6	Y	$C_y q$	0	0	0	
7	Y	$C_y q$	0	0	0	
8	Y	$C_y q$	0	0	0	$F_{y\mathrm{III}}\cdot z_{D\mathrm{III}}\cdot\sum_0^{\mathrm{III}}=0$
9	Y	$C_y q$	0	0	0	$F_{y\mathrm{IV}}\cdot z_{D\mathrm{IV}}\cdot\sum_0^{\mathrm{IV}}=0$
					$\Sigma 0+0=0$	
1	X	s_b	−61.5	0	0	
2	X	s_b	−25.386	−61.5	468077	
3	X	s_b	−8.424	−86.886	219578	
4	X	s_b	−46.41	−95.31	1327001	−1641334
5	X	s_b	−3.96	−141.72	168363	−798450
6	Y	u_0	−1.231	−145.68	46982	
7	Y	u_0	0	−146.911	0	
8	Y	u_0	0	−146.911	0	0
9	Y	u_0	0	−146.911	0	0
					$\Sigma=2230001-2439784=-209783$	
1	X	$-s_a$	19.35	0	0	
2	X	$-s_a$	1.069	19.35	−147273	
3	X	$-s_a$	0	20.419	−51603	
4	X	$-s_a$	0	20.419	−284294	351636
5	X	$-s_a$	0	20.419	−24258	115041
6	Y	$-C_y u$	0	20.419	−6585	
7	Y	$-C_y u$	0	20.419	0	
8	Y	$-C_y u$	0	20.419	0	0
9	Y	$-C_y u$	0	20.419	0	0
					$\Sigma=-514013+466677=-47336$	

续表

管段	所在平面	$M_x^{F_y}=-F_{y(\text{I}\sim\text{IV})}z_{D(\text{I}\sim\text{IV})}$ 公式	数据	$\sum_0^{n-1}$	$M_x^{q_y}=-q_y l_n z_C$ $-q_y l_n z_C\cdot\sum_0^{n-1}$	$-F_{y(\text{I}\sim\text{IV})}z_{D(\text{I}\sim\text{IV})}\cdot\sum_0^{\text{I}\sim\text{IV}}$
1	X	s	5	0	0	
2	X	s	2.151	5	−38055	
3	X	s	0.8	7.151	−18072	
4	X	s	7	7.951	−110702	136924
5	X	s	1.76	14.951	−17762	84234
6	Y	u	2.474	16.711	−5389	
7	Y	u	1.469	19.185	0	
8	Y	u	9.1	20.654	0	0
9	Y	u	5.2	29.754	0	0
					$\Sigma=-189980+221158=31178$	
1	X	0	0	0	0	
2	X	0	0	0	0	
3	X	0	0	0	0	
4	X	0	0	0	0	0
5	X	0	0	0	0	0
6	Y	0	0	0	0	
7	Y	0	0	0	0	
8	Y	0	0	0	0	0
9	Y	0	0	0	0	0
					$\Sigma=0+0=0$	
1	X	0	0	0	0	
2	X	0	0	0	0	
3	X	0	0	0	0	
4	X	0	0	0	0	0
5	X	0	0	0	0	0
6	Y	q	0.206	0	0	
7	Y	q	0	0.206	0	
8	Y	q	0	0.206	0	0
9	Y	q	0	0.206	0	0
					$\Sigma=0+0=0$	

（五）作用力和力矩计算

用逐元消去法解联立方程组：

$$\begin{cases} 1849.3P_x + 0 + 0.18P_z + 0 + 169.012M_y - 18.053M_z = -130043 & (1) \\ 0 + 2312.03P_y - 250.985P_z - 146.911M_x + 0 - 91.418M_z = 740618 & (2) \\ 0.18P_x - 250.985P_y + 906.378P_z + 20.419M_x + 91.257M_y + 0 = -157141 & (3) \\ 0 - 146.911P_y + 20.419P_z + 34.954M_x + 0 + 0.206M_z = -87963 & (4) \\ 169.012P_x + 0 + 91.257P_z + 0 + 32.815M_y + 0.206M_z = 1484 & (5) \\ -18\ 053P_x - 91.418P_y + 0 + 0.206M_x + 0.206M_y + 34.506M_z = 194099 & (6) \end{cases}$$

$-(2)$

$$-2312.03P_y + 250.985P_z + 146.911M_x + 0 + 91.418M_z = -740618 \quad (7)$$

$(1) \times \frac{0.18}{1849.93} - (3)$

$$-906.378P_z - 20.419M_x - 91.241M_y - 0.0018M_z = 157128.34 \quad (8)$$

$-(4)$

$$-34.954M_x + 0 - 0.206M_z = 87963 \quad (9)$$

$(1) \times \frac{169.012}{1849.93} - (5)$

$$-17.374M_y - 1.855M_z = -13364.896 \quad (10)$$

$(1) \times \frac{-18.053}{1849.93} - (6)$

$$-34.3298M_z = -192829.94 \quad (11)$$

$(7) \times \frac{250.985}{-2312.03} - (8)$

$$879.132P_z + 4.471M_x + 91.241M_y - 9.922M_z = -76729.726 \quad (12)$$

$(7) \times \frac{146.911}{-2312.03} - (9)$

$$25.619M_x + 0 - 5.603M_z = -40902.654 \quad (13)$$

$-(10)$

$$17.374M_y + 1.855M_z = 13364.896 \quad (14)$$

$(7) \times \frac{91.418}{-2312.03} - (11)$

$$30.715M_z = 222114.08 \quad (15)$$

$$(12)\times\frac{4.471}{879.132}-(13)\quad -25.596M_x+0.464M_y+5.553M_z=40512.429 \qquad (16)$$

$$(12)\times\frac{-91.241}{879.132}-(14)\quad -7.905M_y-2.885M_z=-21328.315 \qquad (17)$$

$$(12)\times\frac{-9.922}{879.132}-(15)\quad -30.603M_z=-221248.09 \qquad (18)$$

$$(16)\times\frac{0.464}{-25.596}-(17)\quad 7.897M_y+2.784M_z=20593.912 \qquad (19)$$

$$(16)\times\frac{5.553}{-25.596}-(18)\quad 29.398M_z=212459 \qquad (20)$$

$$(19)\times\frac{2.784}{7.897}-(20)\quad -28.417M_z=-205198.84 \qquad (21)$$

由（21）　$M_z=\dfrac{205198.84}{28.417}=7220.989$公斤力·米

代入(19)　$M_y=\dfrac{20593.912-2.784\times7220.989}{7.897}=62.135$公斤力·米

代入(16)　$M_x=\dfrac{40512.429-5.553\times7220.989-0.464\times62.135}{-25.596}=-15.059$公斤力·米

代入(12)　$P_z=\dfrac{-76729.726+9.922\times7220.989-91.241\times62.135+4.471\times15.059}{879.132}$

$=-12.154$公斤力

代入(7)　$P_y=\dfrac{-740618-91.418\times7220.989+146.911\times15.059+250.985\times12.154}{-2312.03}$

$=603.575$公斤力

代入(1)　$P_x=\dfrac{-130043+18.053\times7220.989-169.012\times62.135+0.18\times12.154}{1849.93}$

$=-5.504$公斤力

（六）自重荷载（包括支吊架反力）各点力矩计算表（公斤力·米）

公式 \ 计算点 j	B	⑧	⑦	⑥	⑤
$M_{xj}=M_x+P_yz_j-P_xy_j+\sum_B^j F_y(z_j-z_D)+\sum_B^j q_y l_C(z_j-z_C)$	$M_{xB}=-15.059$	$M_{x8}=-15.059$	$M_{x7}=-15.059$	$M_{x6}=-15.059$	$M_{x5}=-15.059+603.575(-1.37)+1650(-1.37-0)+1800(-1.37-0)-300\times4(-1.37-0)-300\times7(-1.37-0)-300\times1.13(-1.37-0)-300\times2.15(-1.37+0.5)=-15.059-827-2261-2466+1644+2877+464+561=-23.059$
$M_{yj}=M_y+P_xx_j-P_xz_j$	$M_{yB}=62.135-12.154\times13.5=62.135-164=-101.865$	$M_{y8}=62.135-12.154\times9.5=62.135-115.5=-53.365$	$M_{y7}=62.135-12.154\times2.5=62.135-30.4=31.735$	$M_{y6}=62.135-12.154\times1.37=62.135-16.65=45.485$	$M_{y5}=62.135-(-5.504)(-1.37)=62.135-7.55=54.585$
$M_{xj}=M_x+P_xy_j-P_yx_j-\sum_B^j F_y(x_j-x_D)-\sum_B^j q_y l_C(x_j-x_C)$	$M_{xB}=7220.989-603.575\times13.5=7220.989-8148=-927.011$	$M_{x8}=7220.989-603.575\times9.5+300\times4(9.5-11.5)=7220.989-5734-2400=913.011$	$M_{x7}=7220.989-603.575\times2.5-1650(2.5-9.5)+300\times4(2.5-11.5)+300\times7\times(2.5-6)=7220.989-1509+11550-10800-7350=-888.011$	$M_{x6}=7220.989-603.575\times1.37-1650(1.37-9.5)-1800(1.37-2.5)+300\times4(1.37-11.5)+300\times7(1.37-6)+300\times1.13(1.37-1.935)=7220.989-827+13414+2034-12156-9723-192=-229.011$	$M_{x5}=7220.989-1650(0-9.5)-1800(0-2.5)+300\times4(0-11.5)+300\times7(0-6)+300\times1.13(0-1.935)+300\times2.15(0-0.5)=7220.989+15675+4500-13800-12600-656-323=+15.011$

续表

公式 \ 计算点 j	④	③	②	①	A
$M_{xj}=M_x+p_yz_j-p_xy_j+\sum_B^j F_y(z_j-z_D)+\sum_B^j q_yl_C(z_j-z_C)$	$M_{x4}=-15.059+603.575(-3.13)+1650(-3.13-0)+1800(-3.13-0)-300\times4(-3.13-0)-300\times7(-3.13-0)-300\times1.13(-3.13-0)-300\times2.15(-3.13+0.5)-300\times1.76(-3.13+2.25)=-15.059-1889-5165-5634+3756+6573+1061+1696+465=847.941$	$M_{x3}=-15.059+603.575(-10.13)+1650(-10.13-0)+1800(-10.13-0)+1800(-10.13+3.13)-300\times4(-10.13-0)-300\times7(-10.13-0)-300\times1.13(-10.13-0)-300\times2.15(-10.13+0.5)-300\times1.76(-10.13+2.25)-300\times7(-10.13+6.63)=-15.059-6114-16715-18234-12600+12156+21273+3434+6211+4161+7350=906.041$	$M_{x2}=-15.059+603.575(-10.93)+1650(-10.93-0)+1800(-10.93-0)+1800(-10.93+3.13)+1700(-10.93+10.13)-300\times4(-10.93-0)-300\times7(-10.93-0)-300\times1.13(-10.93-0)-300\times2.15(-10.93+0.5)-300\times1.76(-10.93+2.25)-300\times7(-10.93+6.63)-300\times0.8(-10.93+10.53)=-15.059-6597-18035-19674-14040-1360+13116+22953+3705+6727+4583+9030+96=488.941$	$M_{x1}=-15.059+603.575(-12.3)-(-12.154)(-1.37)+1650(-12.3)+1800(-12.3)+1800(-12.3+3.13)+1700(-12.3+10.13)-300\times4(-12.3-0)-300\times7(-12.3-0)-300\times1.13(-12.3-0)-300\times2.15(-12.3+0.5)-300\times1.76(-12.3+2.25)-300\times7(-12.3+6.63)-300\times0.8(-12.3+10.53)-300\times2.15(-12.3+11.8)=-15.059-7424-16.6-20295-22140-16506-3689+14760+25830+4170+7611+5306+11907+425+323=246.341$	$M_{xA}=M_{x1}-(-12.154)\times(-5)=246.341-60.8=185.541$
$M_{yj}=M_y+P_xx_j-P_xz_j$	$M_{y4}=62.135+5.504(-3.13)=62.135-17.2=44.935$	$M_{y3}=62.135+5.504(-10.13)=62.135-55.8=6.335$	$M_{y2}=62.135+5.504(-10.93)=62.135-60.2=1.935$	$M_{y1}=62.135+5.504(-12.3)=62.135-67.7=-5.565$	$M_{yA}=M_{y1}=-5.565$
$M_{xj}=M_x+P_xy_j-P_yx_j-\sum_B^j F_y(x_j-x_D)-\sum_B^j q_yl_C(x_j-x_C)$	$M_{x4}=M_{x5}=15.011$	$M_{x3}=M_{x5}=15.011$	$M_{x2}=M_{x5}=15.011$	$M_{x1}=M_{x5}+(-5.504)(-1.37)=15.011+7.55=22.561$	$M_{xA}=M_{x5}+(-5.504)\times(-6.37)=15.011+35=50.011$

从上表中可以看到，验算点B将是危险点，因其合成力矩超过其他所有点的合成力矩。

第三节　支吊架荷重分配与弹簧附加力

考虑管道自重荷载的管系作用力计算，伴随的问题是自重荷载在各支吊架间的分配。在上一节的静力分析法中，是将支吊架反力作为已知的集中荷载来计算的。本节将叙述如何分配的问题。

端点固定的管道是一个超静定的杆件结构，因之自重荷载在各支吊架间的分配，也是一个超静定结构的计算问题。

图5-29a为两端固定的管道AB，如果其间没有其他支吊架，在计算自重荷载时，按照力法，亦可假想B端释放。此时，由于自重的作用，管系将下沉到AB'的位置，但由于复原力P^B的作用，又从B'点推回到B点的位置，成为虚线所示的形状。显然，复原力的计算亦可按照式（5-13）来进行，此时公式中的荷载项只有均布荷载q_y诸项，而其他外力荷载及位移荷载项均为零。相应地端点A的力P^A亦可求得。由于A、B端点的力P^A、P^B的支持，管道将处于平衡状态，亦即如果端点A、B足够牢固，而且管材的强度也能维持自重引起的应力，即使没有其他中间支吊架，管道也不会垮下。但是，这样的管道在实际工程中是不能容许的，因为管道两端固定点间的距离很长时，将产生很大的自重应力，因此，必须在中间加上支吊架，以减少结构的跨距。现在假设在C、D点加上两个支吊架（图5-29b），按照结构计算的观点，就相当于在C、D点加上两个多余的垂直方向的约束，于是管系AB的计算就不单是P^B的六个多余约束力（即P^B_x、P^B_y、P^B_z、M^B_x、M^B_y、M^B_z），又增加了P^C_y及P^D_y。因此，必须在式（5-13）的六个变形协调方程式之外，再增加以C、D两点的Y向位移值Δy_C、Δy_D作为变形条件的两个方程。由这八个变形协调方程即可求出所有支点的力。当给定一组Δy_C、Δy_D值时，就能求得一组支吊力，即不同的变形条件，可以求得不同的支吊力的组合。反之，若在C、D支吊点处给予一定的支吊力，亦可计得C、D点相应的Δy_C、Δy_D值及A、B端的支吊力。当然，也可以任意给定C点或D点的一个位移值和一个支吊力，求相应的另一个支吊力和位移值。这种荷重分配的不定性是由超静定结构的特点所造成的。

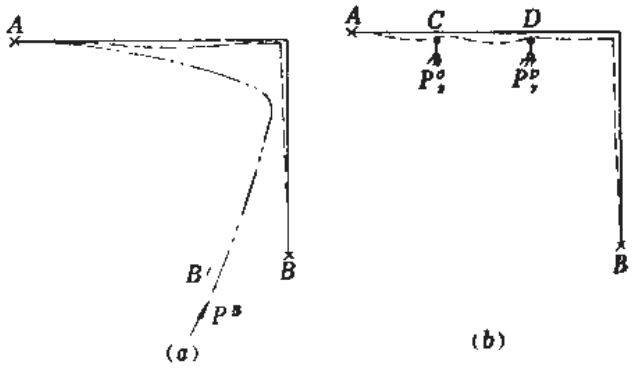


图 5-29　自重荷载对管系AB的作用

结合管道结构的实际，按给定支吊力的吊点只能是弹性支吊点，因为此时的支吊力是可以通过调节弹簧而人为给定的。而对于刚性支吊点，只能给定变形条件，因为对于这类支吊点，只能按要求的标高来安装。当然，给定变形条件的也可以是弹性支吊点，因为弹

簧是可以按变形条件求得的支吊力来调整的。

由以上的分析，似乎得出了荷重分配是可以任意的结论，但是这个结论只是满足了荷重的静力平衡和结构的变形协调，而没有达到合理分布自重应力的目的。因为不同的荷重分配，管系的自重应力的分布是不同的。如图5-30所示的两等跨管道，当中间支点C的变形条件为：$\Delta y_c=0$、$\Delta y_c>0$、$\Delta y_c<0$时其自重应力的分布是不同的。当$\Delta y_c=0$时，其自重应力分布最为均匀，其最大值$\frac{ql^2}{12W}$小于其他两种变形条件时的最大值（W为管子的断面抗弯矩）。因此，荷重的分配，应尽量使管系的自重应力分布较为均匀，使自重应力的最大值为最小，这就是合理的荷重分配原则。

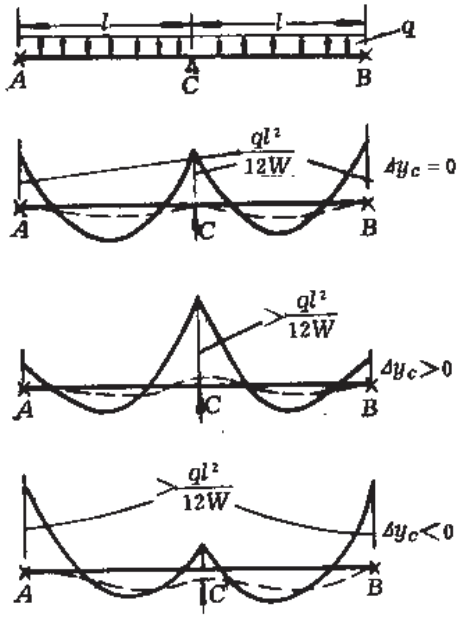


图 5-30　双等跨管道在不同中间支吊位移时的自重应力分布

可是，由于管道布置形状的任意性和复杂性，要从理论上找出合理的荷重分配办法，是比较困难的。现行的方法往往带有一定的判测性和经验性。常用的荷重分配条件有三种：

（1）吊零条件：按每个支吊点处管道自重产生的垂直位移为零的条件（以下简称吊零）来分配荷重。它是一种按变形条件分配的原则。在作此种分配时，必须对管系按吊点处垂直位移为零的条件进行超静定的分析计算，计算工作量极大，因之它只能应用于电子计算机的计算。

按吊零分配荷重的优点是：

1）计算结果表明，此种分配条件的自重应力分布是比较均匀的；

2）按垂直位移为零的变形条件，采用电子计算机计算时很容易实现。计算程序中，只要在各吊点处以虚拟的垂直方向刚度为极大值的刚性支吊架来代替各实际的弹簧吊架，由于其垂直方向的刚度为极大，则各吊点处的垂直位移必然为零，即与所要求的变形条件相符。在计算机程序设计中将支吊架类型作这样的替换是极为方便的。

但是，按吊零分配荷重也有一定的缺点：

1）当管系上支吊点的间距很不均匀时，各点支吊力的分配有时会发生不合理的情况，各点支吊架荷载有较大幅度的不均，甚至在某些支吊点上支吊力出现负值（即脱空，又称失重）。而支吊点的间距不均，有时则是需要的，例如在重阀件的两侧，或在设备、三通的附近等等。出现荷重分配不均的原因，是由于管子是刚性较大的杆件，管系的变形又要满足变形连续的条件。如图5-31a中AB跨间距较小，而此跨两侧的布置又不均时，例如BC跨大于DA跨，则小跨距侧支吊点A的荷载必然受到大跨距BC的弯矩的影响而减少。当跨距不均到一定程度时，虽将支吊点A的支吊力减少到零，但由于其他各支吊点符合零位移条件时，A点处的管线已在零位移之上，于是就需要负值的支吊力（即向下的压

力）来使A点亦符合零位移的条件，这就使A点支吊架出现了失重。

又如管道与设备（例如锅炉）的连接处，为了减少管道重量加在设备上的荷载，往往在紧靠设备处设置支架A（图5-31b）。一般来说，设备的刚性是较大的，因之在作管系计算时，总是将设备作为一个刚性端点来处理。此时，若按吊零分配荷重，则在设备上将受到一个数值很大的力F，其原因是AB跨自重产生的弯矩M，需要弯矩$F\times\overline{OA}$来平衡，当距离$\overline{OA}$的值很小时，力F必然很大，这样，想减少设备荷重的目的就不能达到。但是若允许支点A略微下沉（此时就不是吊零了），则弯矩M值很快地大幅度地减少，而力F也就很快地减小了。从这例中，不但说明吊零的分配原则在这种情况下是不合适的，而且说明在这种情况下支点A不能采用刚性支吊架，而必须采用弹簧支吊架。



图 5-31　荷重分配不均的情况
(a)跨度不等的梁；(b)与设备紧接处的支架

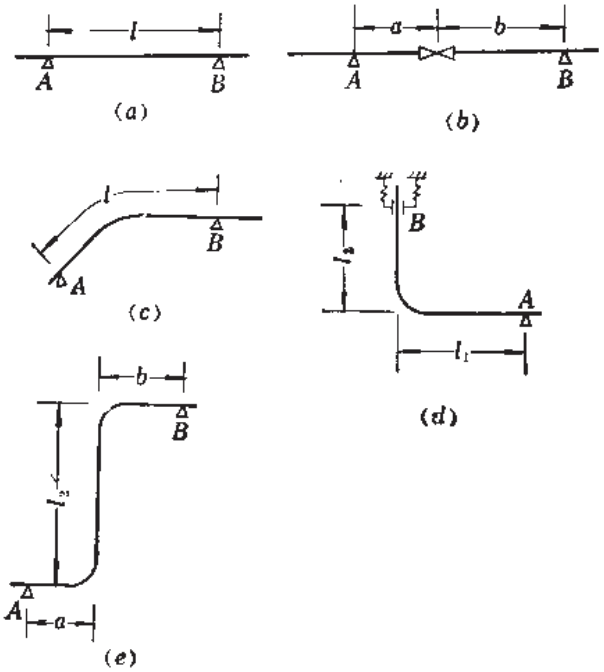
2）它不能满足某些有特殊要求的吊力需要，如图5-32所示的给水泵出口管道上的弹簧吊架，为了减少水泵的荷重，希望将垂直管的重量尽量由弹簧吊架来承担，若按吊零分配就不能满足这种要求。而事实上，当人为地压紧弹簧使之承担更大的荷重时，垂直管上的重量是可以转为吊架来承担的，这样就可以减轻水泵的荷重，但此时吊架处的垂直位移就不能为零。

（2）简支梁条件：对于人工计算，采用按变形条件分配荷重的原则十分困难，常采用简支梁这种近似分配法。此法是假定两相邻支吊点间的管段为简支梁，因此，每跨管段分配在两侧支吊架上的荷重是：

1）当两支点间为直管（水平管或垂直管）时（图5-33a）：

$$P_A=P_B=\frac{ql}{2}$$

2）当两支点间有集中荷重（如阀件等）时（图5-33b）：



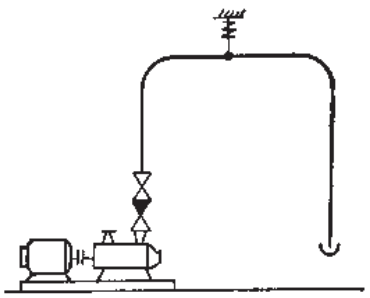


图 5-32　给水泵出口管道的荷重分配

图 5-33　不同管形的支架荷重分配计算图

$$P_A=P\frac{b}{a+b} \qquad P_B=P\frac{a}{a+b}$$

3）当两支点间为水平布置的弯管时（图5-33c），假想将弯管展直：

$$P_A=P_B=\frac{ql}{2}$$

4）当两支点间为垂直布置的弯管时（图5-33d）：

$$P_A=l_1q \quad P_B=l_2q \quad （当l_1\ll l_2时）$$

或

$$P_A=\frac{1}{2}ql_1 \quad P_B=ql_2+\frac{1}{2}ql_1 \quad （当l_1\gg l_2时）$$

5）当两支点间有垂直的直管段时（图5-33e）：

$$P_A=qa+ql_2\frac{b}{a+b} \qquad P_B=qb+ql_2\frac{a}{a+b}$$

6）当作分岔支管附近的支吊架时，对于等径的分岔管，可将支岔部分的重量均匀分配给各支吊架；对于不等径的分岔管，则小管上的支吊架不应承担大管的荷重，以避免在小管上产生过大的自重应力。

按以上公式分配所有管段的重量后，每一支吊架的支吊力，则为前后两跨管段所分给它的荷重的和。

对于弹簧支吊架，可按分配的荷重来调整弹簧；对于管系上的刚性支吊架，按此法分配的荷重与按变形条件分配的荷重将会有误差。通过电子计算机计算证明，此种误差在一般情况下是不大的。因为自重荷载与支吊架反力均是垂直的反向平行力系，由各点支吊力平衡的自重荷载，主要是它附近的管段重量，与上述分配原则的考虑相符。

另外，上述计算荷重的公式，有的与每跨两端为简支梁的假定是有出入的，这也是一种近似，通过电子计算机计算证明，其误差也并不大，而且用这种简化计算得到的荷重分配值来计算自重应力，应力分布也是较为均匀的。

支吊架荷重分配的人工计算方法较多，有的计算方法较为复杂，但也只能将管系简化为静定的管系来计算，因此，用那些复杂的算法，必要性是不大的。

（3）吊零加给定荷载条件：根据以上两种荷重分配条件的分析，应该充分利用它们的优点，作尽可能正确和完善的计算。因此，在总结以上两种分配条件的基础上，在用电子计算机计算时常采用“吊零加给定荷载”条件来分配荷重，即对一般的支吊架按支吊点处垂直位移为零的变形条件，而对某些支吊点（如吊零分配荷重过大或过小的不均匀点、失重点以及需要承担一定支吊荷重处）则按人为的给定荷载。计算证明，这样的分配条件对于应用电子计算机计算是较为理想和符合工程实际需要的。

按照这种条件编制计算程序，也是很方便的，只要以虚拟的大刚度支吊架代替吊零处的弹簧支吊架，以虚拟的支吊力为给定值的恒力吊架代替给定荷载点的支吊架，即可计算得所需的荷重分配值。这样的分配条件已应用于实际的计算程序中，并取得较好的效果[42]。

支吊架的荷重分配应尽量减少自重应力，并使自重应力的分布较为均匀。由于管道在整个使用过程中，将处于热和冷两种状态，因此上述的荷重分配和自重应力可以在冷状态

的位移就越大；弯管在与其所在平面垂直的弯矩（简称“非平面弯矩”）作用下，弯管中心轴也将发生位移。弯管在热胀受约束而产生的弯矩作用下，将使弯管截面发生扁平效应，结果使弯管的刚性减低，或者说柔性增大（同直管相比）。通常用柔性系数来表示这个特性，即柔性系数表示弯管相对于直管，在承受弯矩时柔性增大的程度，其数值等于在相同变形条件下，按一般弯曲理论求出的弯矩与考虑了弯管截面扁平效应时求出的弯矩之比值。

最早采用的柔性系数，是卡曼（Von Karman）研究的成果[45]。他在1911年提出柔性系数的第一次近似值，即：

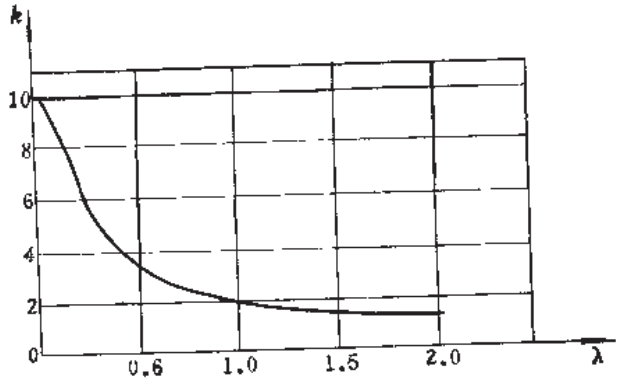


图 5-35 弯管柔性系数与尺寸系数的关系

$$k=\frac{10+12\lambda^2}{1+12\lambda^2} \qquad (5\text{-}31)$$

式中 k——柔性系数；

λ——弯管尺寸系数：

$$\lambda=\frac{RS}{r_p^2} \qquad (5\text{-}32)$$

其中 S——管子壁厚（厘米）；

R——弯管弯曲半径（厘米）；

r_p——管子平均半径（厘米）。

卡曼提出的柔性系数的第一次近似值，是按照能量分析法应用最小变形功定理推导出来的弯管在平面弯矩作用下的柔性系数。从这个关系式可以看出，柔性系数的极限值是10，如图5-35。

嗣后，许多学者继续研究了平面弯曲以及非平面弯曲的问题，理论分析和实验都证实弯管在非平面弯矩作用下，截面也可能变扁，刚性减低，柔性增大。

实验证明，卡曼柔性系数第一次近似值的适用范围有一定的局限性，即$\lambda>0.3$时，计算的k值比较准确；$\lambda<0.3$时，k值已不正确，与实验求得的弯矩和应力值误差较大；$\lambda<0.2$时，k值正确性更差。这是因为推导这个关系式过程中，在计算弯管截面上任一点径向位移时，仅取付立叶单项级数造成的。当所取级数项数增加时，误差将会减少。实际上，当弯管尺寸系数很小时，柔性系数将大于10。

为了比较准确地说明在弯管尺寸系数很小时，柔性系数的变化，卡曼提出了柔性系数的第二次、第三次、第n次近似值：

$$k_2=1+\frac{9+\dfrac{0.255}{\lambda^2}}{12\lambda^2+1.34+\dfrac{0.0075}{\lambda^2}} \qquad (5\text{-}33)$$

$$k_3=1+\frac{9+\dfrac{0.3003}{\lambda^2}+\dfrac{0.0010587}{\lambda^4}}{12\lambda^2+1.4004+\dfrac{0.013946}{\lambda^2}+\dfrac{0.00001276}{\lambda^4}} \qquad (5\text{-}34)$$

$$k_n=1+\frac{9}{12\lambda^2+1-j} \qquad (5\text{-}35)$$

式（5-35）中的系数j取决于尺寸系数λ，j值与λ值的关系列于表5-14。

表 5-14　　j 值 与 λ 值 的 关 系

λ	0	0.05	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	1.0
j	1	0.7625	0.5684	0.3074	0.1764	0.1107	0.0749	0.0353	0.0203

卡曼柔性系数的误差，主要来自他研究时的一些假定，如管子横断面半径比管轴线弯曲半径小若干倍，管壁厚度小于半径，不考虑弯管两端面连接件（直管或其它管件）约束的影响，弯管全长刚度为常数，弯管截面在弯曲作用下始终保持平面，并且所有截面都产生同样的扁平等。

为了得到较正确的结果和简单的表达式，克拉克（Clark）和雷斯聂尔（Reissner）采用另一种方法研究了弯管的弯曲问题[43]。他们将弯管段看成封闭形薄壳的一部分，通过考虑薄壳方程并以两个变量来表述这些方程，求解这个问题。变量之一为径向距离与一个内力的乘积，另一个变量为壳体上任一点处的径向转角。然后用两种方法对方程式进行积分。一种方法是利用两个变量的三角级数，另一种方法是利用渐近积分。他们给出了当弯管尺寸系数（λ）很小时，计算柔性系数和应力加强系数的简单表达式。其柔性系数为：

$$k=\frac{1.65}{\lambda} \qquad (5\text{-}36)$$

式（5-36）的有效使用范围是$0.02\leqslant\lambda\leqslant1.65$。当$\lambda>1.65$时，取$k=1$。

比较公式（5-31）和（5-36），当$\lambda<0.3$时，式（5-36）较为正确；当$\lambda=0.3\sim1.0$时，两公式计算的k值十分接近；当$\lambda=1.0\sim1.65$时，式（5-36）计得的k值稍大。所以，采用式（5-36）比较广泛，可用于计算光滑弯管（包括弯制弯管和热压弯管）的柔性系数，对弯管承受平面弯矩和非平面弯矩时都适用。

二、焊制弯管的柔性系数

焊制弯管又称斜接缝弯管，如图5-36。由数个扇形节组成的焊制弯管，在特定荷载条件下的性态，与光滑弯管的性态是相似的，但是，在管段斜接面处，由于不连续而导致更大的局部应力。当组成弯管的扇形节越多，越接近光滑弯管的性态；扇形节越少，则应力集中越大。

在平面弯矩作用下焊制弯管的柔性和应力的计算，一般是假定在焊制弯管中很短的管段（试验证明在足够短时是有效的，大于一定长度时将要进行修正）与光滑弯管一样，发生均匀扁平效应，大部分变形能将在这一过程中被吸收，因而也可以用能量分析法来计算它的柔性系数。当计算发生在扇形节连接处不连续点附近的最大应力时，还要考虑斜接面处边缘力的影响，即由均匀扁平分析中得到的应力与局部边缘力引起的应力叠加得出。

在非平面弯矩作用下焊制弯管的柔性计算，目前还没有可靠的方法，设计中一般采用与光滑弯管相似的办法，仍用平面弯矩作用下焊制弯管的柔性系数。

在现行规范中采用的焊制弯管柔性系数和相应的应力加强系数计算公式，是建立在马可尔（Markl）试验工作基础上的经验公式[12]，它是假定在平面弯矩作用下，焊制弯管

与光滑弯管性态相似，同时考虑它的结构不连续情况。焊制弯管的柔性系数为：

$$k=\frac{1.52}{\lambda^{5/6}} \qquad (5\text{-}37)$$

式中 k ——弯管柔性系数；

λ ——弯管尺寸系数：

$$\lambda=\frac{R_y S}{r_p^2} \qquad (5\text{-}38)$$

其中 S ——弯管壁厚（厘米）；

r_p ——弯管截面平均半径（厘米）；

R_y ——弯管有效弯曲半径（厘米）。

焊制弯管有效弯曲半径，依焊制弯管的结构型式（如图5-36），按下列方法确定。

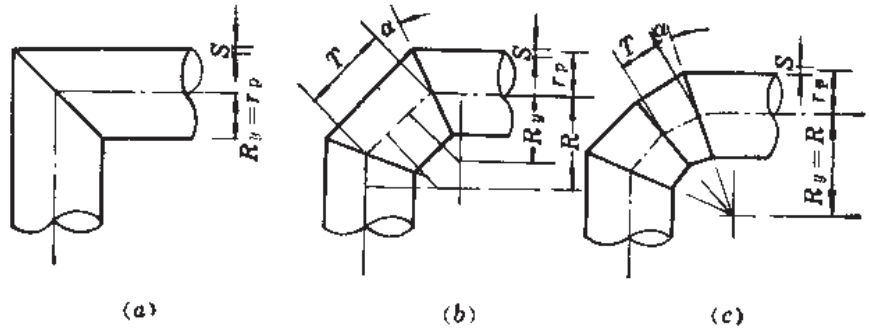


图 5-36 焊制弯管

（a）单斜接缝；（b）稀缝；（c）密缝

对于单斜接缝焊制弯管：

$$R_y=r_p \qquad (5\text{-}39)$$

对于稀缝焊制弯管，即 $T\geqslant r_p(1+\mathrm{tg}\alpha)$时：

$$R_y=r_p\frac{1+\mathrm{ctg}\alpha}{2} \qquad (5\text{-}40)$$

对于密缝焊制弯管，即 $T<r_p(1+\mathrm{tg}\alpha)$时：

$$R_y=\frac{T\mathrm{ctg}\alpha}{2} \qquad (5\text{-}41)$$

上列公式中：

T ——焊制弯管扇形节中心线长度（厘米）；

α ——焊制弯管扇形节夹角之半。

关于单斜接缝焊制弯管，由于其结构剧烈的不连续，而存在相当高的局部应力，不宜在汽水管道中采用。国外有些试验表明：在平面弯矩作用下，单斜接缝焊制弯管按$R_y=r_p$计算柔性并不可靠，而计算应力尚能较好地吻合；在非平面弯矩作用下，单斜接缝焊制弯管的柔性仅略大于平面弯矩作用时的柔性，而局部应力却相当高。

关于稀缝或密缝焊制弯管，主要依据组成弯管的扇形节中心线长度（T）和弯曲半径（R）来划分。一般由两个及以上扇形节组成的90°焊制弯管，大多为密缝焊制弯管。从

图5-36焊制弯管尺寸的几何关系可以看出，密缝焊制弯管的有效弯曲半径等于它的弯管半径（即$R_y=R$），亦即它的尺寸系数计算公式与光滑弯管的相同。

三、三通的柔性系数

采用铸钢三通时，在柔性计算中通常将它作为刚性元件，不计其柔性，不验算该处的应力。

对于焊制三通和热压三通，乃将它们作为薄壁管件。由于它具有一定的柔性，同时又因其结构不连续，出现局部应力集中。在弯矩作用下，焊制三通或热压三通处应力增强，需要验算应力，即要考虑应力加强系数的影响。这类三通的应力加强系数是由疲劳试验得出的，是以三通连接管子尺寸作比较基础来计算三通应力增加的程度，而且在这个系数中已计及三通截面比连接管子加大的影响。因此，相应地也要计算三通的柔性补偿作用。通常，这类三通的柔性按与连接管子的柔性相同来考虑。也就是说，三通段的计算长度，采用与连接管子尺寸（直径、壁厚）相同的直管段长度，并取柔性系数$k=1$。

四、考虑内压影响的弯管柔性系数

按照式（5-36）、（5-37）计算的光滑弯管或焊制弯管的柔性系数，没有考虑内压的影响，计算结果偏大，特别是对于大直径薄壁管影响更为显著。因为弯管在内压作用下将会减小其椭圆度，相应的柔性系数和应力加强系数有所降低。如果考虑内压的影响，则柔性系数按下式计算[12]：

$$k_p=\frac{k}{1+6\left(\frac{P_{js}r_p}{ES}\right)\left(\frac{r_p}{S}\right)^{4/3}\left(\frac{R}{r_p}\right)^{1/3}} \qquad (5\text{-}42)$$

式中 k_p——考虑内压修正的柔性系数；

k——未考虑内压修正的柔性系数；

P_{js}——计算压力（公斤力/厘米^2）；

E——管材的弹性模数（公斤力/厘米^2）；

r_p——管子平均半径（厘米）；

S——管子壁厚（厘米）；

R——弯管弯曲半径（厘米）。

第五节　简化的计算方法——弹性中心法

由管系的静力分析可以看出，平面管系的作用力需要用三元联立方程组来求解，立体管系的作用力需要用六元联立方程组来求解，多分支管系就更加复杂。但是，一般动力设备的很多管道，特别是一些压力和温度较低的中、低温简单管系，对于应力分析无严格要求时，可以采用一些简化的计算方法，弹性中心法就是应用较广的一种。

一、弹性中心法的基本原理

弹性中心法也属力法。除了静力分析法的基本假定以外，它还假定计算管系是一根无重量的弹性线，即不考虑自重和中间支吊架的约束对管系的影响，同时假定端点的角位移

必须为零。

如图5-37，管系AB在热膨胀约束力的作用下，B端的复原力为P_x、P_y，力矩为M_B。按照力的传递，可以将P_x、P_y、M_B移到管系AB的一个假想的弹性中心处，此时的作用力矩将等于零。如果将弹性中心与假定的释放端B用刚臂联接起来，由于刚臂本身不变形，而且B点的角位移为零，这样，弹性中心与释放端之间没有相对的线位移和角位移，因此，弹性中心处的转角也为零。这样，在求解弹性中心处的作用力的方程中，将没有力矩项和转角项，从而使方程组及其计算得到简化。

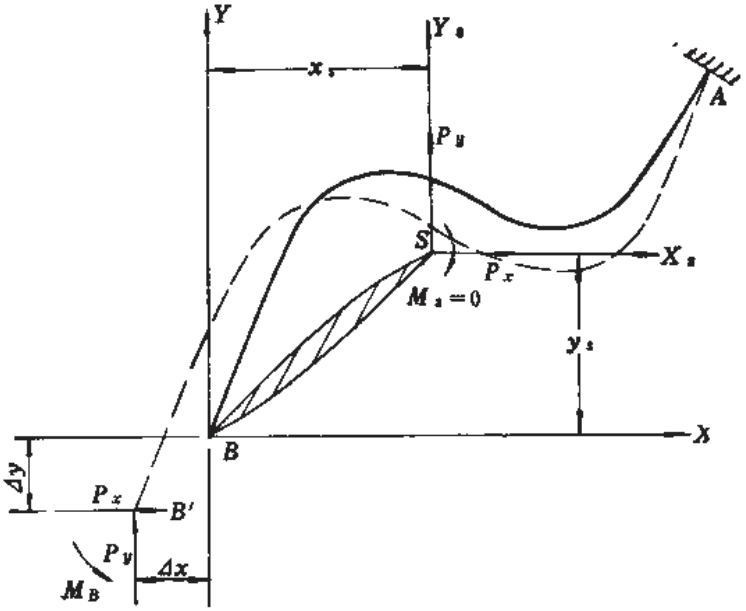


图 5-37　弹性中心法原理图

弹性中心法公式的推证是基于以下的思路：将计算管系投向三个座标面，把一个整体的管系视为三个投影管系的合成，分别列出三个投影面上的作用力矩，应用卡氏定理分别求出各投影管系的末端位移，而计算管系的末端位移即为各投影管系末端位移的总和，这样，就可列出管系的变形协调方程组，解之即可求得复原力。

现以图5-38所示的立体管系推证弹性中心法的计算公式。

计算管系AB，在座标原点作用有复原力P_x、P_y、P_z和力矩M_x、M_y、M_z。

在三个投影面上作用于计算管系的力矩表达式是：

$$M_{xy}=P_xy-P_yx+M_z$$

$$M_{yz}=P_yz-P_zy+M_x$$

$$M_{zx}=P_zx-P_xz+M_y$$

三个投影面的变形能分别为：

$$U_{xy}=\int_0^l\frac{M_{xy}^2}{2EJ}dl';\qquad U_{yz}=\int_0^l\frac{M_{yz}^2}{2EJ}dl';\qquad U_{zx}=\int_0^l\frac{M_{zx}^2}{2EJ}dl'$$

应用卡氏定理对三个投影面分别求出相应方向的变形分量：

Z平面：

$$\Delta\theta_z^z=\frac{\partial U_{xy}}{\partial M_z}=\frac{1}{2EJ}\int_0^l\frac{\partial M_{xy}^2}{\partial M_z}dl'=\frac{1}{EJ}\int_0^l M_{xy}\frac{\partial M_{xy}}{\partial M_z}dl'$$

$$=\frac{1}{EJ}\int_0^l(P_xy-P_yx+M_z)\cdot 1\cdot dl'=\frac{1}{EJ}(P_xS_x^z-P_yS_y^z+M_zl)$$

$$\Delta x^z=\frac{\partial U_{xy}}{\partial P_x}=\frac{1}{2EJ}\int_0^l\frac{\partial M_{xy}^2}{\partial P_x}dl'=\frac{1}{EJ}\int_0^l M_{xy}\frac{\partial M_{xy}}{\partial P_x}dl'$$

$$=\frac{1}{EJ}\int_0^l(P_xy-P_yx+M_z)\,ydl'=\frac{1}{EJ}(P_xI_x^z-P_yI_{xy}+M_zS_x^z)$$

$$\Delta y^z=\frac{1}{EJ}(-P_xI_{xy}+P_yI_y^z-M_zS_y^z)$$

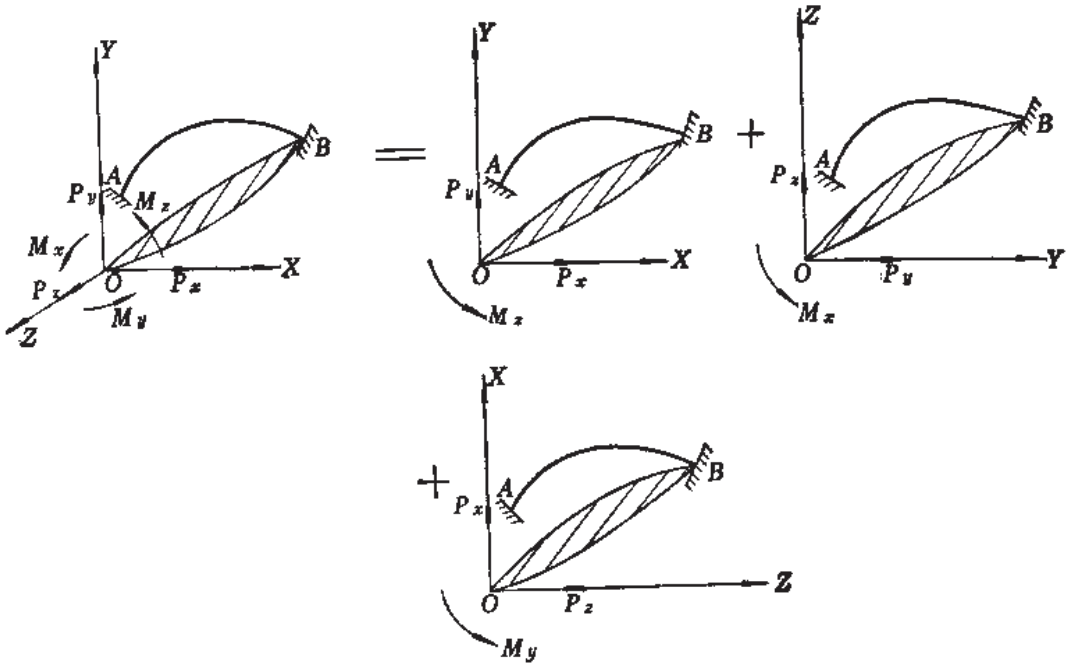


图 5-38　弹性中心法计算原理图

X平面：

$$\Delta\theta_x^x=\frac{1}{EJ}(P_yS_y^x-P_zS_z^x+M_xl)$$

$$\Delta y^x=\frac{1}{EJ}(P_yI_y^x-P_zI_{yz}+M_xS_y^x)$$

$$\Delta z^x=\frac{1}{EJ}(-P_yI_{yz}+P_zI_z^x-M_xS_z^x)$$

Y平面：

$$\Delta\theta_y^y=\frac{1}{EJ}(P_zS_z^y-P_xS_x^y+M_yl)$$

$$\Delta z^y=\frac{1}{EJ}(P_zI_z^y-P_xI_{zx}+M_yS_z^y)$$

1）计算压力；

2）计算温度；

3）计算安装温度；

4）钢材在计算温度下的线膨胀系数；

5）钢材在20℃时的弹性模数；

6）钢材在计算温度下的弹性模数；

7）管子的外径和壁厚；

8）弯管及其它零部件尺寸。

（2）按比例绘制管系的计算图，适当选取计算座标系统。对立体管道，除绘制立体的单线计算图外，还应绘制三个投影平面的计算图。选定一个端点为始端，然后把管段按直段和弧段划分成若干个单元，从管系始端开始，按顺序将元件编号，并注出所有元件尺寸。

（3）计算采用右旋直角座标系，基本座标系的位置可以任意选择，但为了使计算简化，应使座标轴通过尽可能多的元件重心，对于对称的管系，可将对称轴作为基本座标系的轴。

（4）根据管子规格和弯管尺寸，进行辅助计算数据的计算，辅助计算数据包括：管子惯性矩，弯管的重心座标，弯管及其他管件的尺寸系数、柔性系数，元件的固有线惯性矩和固有线惯性积。当计算管系由不同的刚度（因材料、直径或壁厚不同）的管子组成时，还必须换算成同一的计算刚度。

（5）按本节的方法，计算管系的全补偿值、冷补偿值和热补偿值。

（6）按照管系的计算图，计算管系元件的当量长度和对座标轴的静力矩，计算管系的弹性中心座标、线惯性矩、线惯性积。然后按平行移轴公式，计算全管系对弹性中心座标轴的线惯性矩和线惯性积。现概括列于表5-16中。

（7）根据求得的全补偿值和对弹性中心座标轴的线惯性矩和线惯性积等，计算作用在管系末端的复原力，并将它们按适当比例绘制在计算图中管系的弹性中心点上，作出零力矩线（推力线），确定最大热胀作用力矩点，作为验算热胀当量应力的依据。

根据冷补偿值和热补偿值和对弹性中心座标轴的线惯性矩和线惯性积，计算冷态的和热态的作用力和力矩，作为对连接设备的推力和力矩的计算依据。

（二）补偿值计算

1.全补偿值

全补偿值按下列方法计算：

$$\left.\begin{aligned}\Delta x&=\Delta x^{B}-\Delta x^{A}-\Delta x_{t}^{AB}\\ \Delta y&=\Delta y^{B}-\Delta y^{A}-\Delta y_{t}^{AB}\\ \Delta z&=\Delta z^{B}-\Delta z^{A}-\Delta z^{AB}\end{aligned}\right\}\qquad(5\text{-}45)$$

式中 Δx、Δy、Δz——计算管系沿座标轴X、Y、Z的线位移全补偿值（厘米）；

Δx^{B}、Δy^{B}、Δz^{B}——计算管系的末端B沿座标轴X、Y、Z的附加线位移（数值的正负号：位移方向与座标轴正向相同取正号，反之取负号）（厘

续表

3.Y 平面

元件编号	直管长度或弯管的弯曲半径（米）	折算系数 —	当量长度（米）	重心座标（米）	静力矩	线惯性矩		重心座标（米）	静力矩	线惯性矩			线惯性积		
					S_z^y（米²）	I_z^y（米³）			S_x^y（米³）	I_x^y（米³）			I_{zx}^y（米³）		
	l 或 R	φ	$l_{z_i}^y = \varphi l$ 或 $l_{z_i}^y = \varphi R$	x	$l_{z_i}^y x$	$l_{z_i}^y x^2$	$I_{z_0}^y$	z	$l_{x_i}^y z$	$l_{x_i}^y z^2$	$I_{x_0}^y$		$l_{z_i}^y zx$	$I_{zx_0}^y$	
1															
2															
3															
……															
总和			$L_{z_i}^y =$	—	$\Sigma S_z^y =$	$\Sigma l_{z_i}^y \cdot x^2 =$	— $\Sigma I_{z_0}^y =$	—	$\Sigma S_x^y =$	$\Sigma l_{x_i}^y z^2 =$	— $\Sigma I_{x_0}^y =$		$\Sigma l_{z_i}^y zx =$	— $\Sigma I_{zx_0}^y =$	
结果				$z_s^y = \frac{\Sigma S_z^y}{l_{z\,\theta}^y}$ =		$\Sigma I_z^y = \Sigma I_{z_0}^y + \Sigma l_{z_i}^y x^2$ = $I_{z_0}^y = \Sigma I_z^y - \Sigma S_z^y z_s^y$ =		$x_s^y = \frac{\Sigma S_x^y}{L_{z\,s}^y}$ =		$\Sigma I_x^y = \Sigma I_{x_0}^y + \Sigma l_{x_i}^y z^2$ = $I_{x_0}^y = \Sigma I_x^y - \Sigma S_x^y - x_s^y$ =			$\Sigma I_{zx}^y = \Sigma I_{zx_0}^y + \Sigma l_{z_i}^y zx$ = $l_{zx_0}^y = \Sigma I_{zx}^y - L_{z_i}^y z_s^y x_s^y$ =		

米）；

Δx^A、Δy^A、Δz^A——计算管系的始端A沿座标轴X、Y、Z的附加线位移（数值的正负号：位移方向与座标轴正向相同取正号，反之取负号）（厘米）；

Δx_t^{AB}、Δy_t^{AB}、Δz_t^{AB}——计算管系AB沿座标轴X、Y、Z的热伸长值（厘米）：

$$\left.\begin{aligned}\Delta x_t^{AB}&=\alpha_t(x_B-x_A)(t_{js}-t_{az})\\ \Delta y_t^{AB}&=\alpha_t(y_B-y_A)(t_{js}-t_{az})\\ \Delta z_t^{AB}&=\alpha_t(z_B-z_1)(t_{js}-t_{az})\end{aligned}\right\}\qquad(5\text{-}46)$$

其中 α_t——钢材在计算温度下的线膨胀系数（厘米/米·℃）；

x_B、y_B、z_B——计算管系AB的末端B的座标（米）；

x_A、y_A、z_A——计算管系AB的始端A的座标（米）；

t_{js}——计算温度（℃）；

t_{az}——计算安装温度（℃）。

2.冷补偿值

当管系各方向（沿座标轴X、Y、Z方向）采用不同冷紧比时，为了计算管系对设备的冷态推力和力矩，必须计算管系的冷补偿值，其值为：

$$\left.\begin{aligned}\Delta x'&=\Delta x_P^{AB}\\ \Delta y'&=\Delta y_P^{AB}\\ \Delta z'&=\Delta z_P^{AB}\end{aligned}\right\}\qquad(5\text{-}47a)$$

其中 $\Delta x'$、$\Delta y'$、$\Delta z'$——计算管系沿座标轴X、Y、Z的线位移冷补偿值（厘米）；

Δx_P^{AB}、Δy_P^{AB}、Δz_P^{AB}——计算管系AB沿座标轴X、Y、Z的冷紧值（数值的正负号：冷紧口靠始端侧的拉移方向与座标轴正向相同时取正号，反之取负号）（厘米）。

3.热补偿值

为了计算管系对设备的热态推力和力矩，必须计算管系的热补偿值，其值为：

$$\left.\begin{aligned}\Delta x^t&=\Delta x^B-\Delta x^A-\Delta x_t^{AB}+\varepsilon\Delta x_P^{AB}\\ \Delta y^t&=\Delta y^B-\Delta y^A-\Delta y_t^{AB}+\varepsilon\Delta y_P^{AB}\\ \Delta z^t&=\Delta z^B-\Delta z^A-\Delta z_t^{AB}+\varepsilon\Delta z_P^{AB}\end{aligned}\right\}\qquad(5\text{-}47b)$$

其中 Δx^t、Δy^t、Δz^t——计算管系沿座标轴X、Y、Z的线位移热补偿值（厘米）；

ε——冷紧有效系数，取$\varepsilon=2/3$。

其他符号同前。

（三）平面管系的作用力和力矩计算

（1）平面管系由于热胀或安装时预冷紧而产生弹性变形，计算在此弹性变形下管系末端的复原力时，按下列线性方程式计算：

$$\left.\begin{aligned}P_x&=\frac{\Delta xI_{ys}+\Delta yI_{xys}}{I_{xs}I_{ys}-I_{xys}^2}EJ\times10^{-6}\\ P_y&=\frac{\Delta yI_{xs}+\Delta xI_{xys}}{I_{xs}I_{ys}-I_{xys}^2}EJ\times10^{-6}\end{aligned}\right\}\qquad(5\text{-}48)$$

式中　EJ——管子断面的计算刚度（公斤力·厘米^2）；

Δx、Δy——计算补偿值（厘米）；

I_{xs}、I_{ys}——计算管系对弹性中心座标轴的线惯性矩（米^3）；

I_{xys}——计算管系对弹性中心座标轴的线惯性积（米^3）。

（2）为了计算方便，一般均采用直管平面弯曲变形的刚度作为计算刚度。管系内的直管、弯管和管径、壁厚不同的管子，断面刚度各不相同，须换算成同一的计算刚度。为方便起见，将各元件的长度按计算刚度折合成当量长度代入计算式中。

直管元件的当量长度等于其实长，即

$$l_{zs}=l \tag{5-49}$$

弯管元件的当量长度必须考虑平面弯曲时的柔性增加，即

$$l_{zs}=\frac{\pi R\theta}{180^\circ}k=\varphi R \tag{5-50}$$

式中　R——弯管的弯曲半径（米）；

θ——弯管的中心角度（度）；

k——柔性系数；

φ——系数，$\varphi=\frac{\pi\theta k}{180^\circ}$。

当管子断面的刚度$E'J'$与管子断面的计算刚度EJ不同时，还应按刚度比计算该元件的当量长度：

$$\left.\begin{aligned}&\text{直管}\quad l_{zs}=\frac{EJ}{E'J'}l\\&\text{弯管}\quad l_{zs}=\frac{EJ}{E'J'}\varphi R\end{aligned}\right\} \tag{5-51}$$

（3）计算管系的弹性中心座标可按下列公式计算：

$$x_s=\frac{\Sigma S_y}{L_{zs}},\qquad y_s=\frac{\Sigma S_x}{L_{zs}} \tag{5-52}$$

式中　ΣS_y、ΣS_x——各元件对Y、X轴的静力矩的总和（米^2）；

L_{zs}——各元件的当量长度的总和（米），$L_{zs}=\Sigma l_{zs}$。

元件对座标轴的静力矩是元件当量长度与元件重心座标的乘积，即

$$S_x=l_{zs}y;\quad S_y=l_{zs}x \tag{5-53}$$

（4）确定计算管系对弹性中心座标轴的线惯性矩和线惯性积，必须首先求出管系各元件对基本座标轴的线惯性矩和线惯性积。

计算管系对基本座标轴的线惯性矩和线惯性积为各元件对此座标轴的线惯性矩和线惯性积的总和。

元件对基本座标轴的线惯性矩和线惯性积，按下列公式计算：

$$\left.\begin{aligned}I_x&=I_{x0}+l_{zs}y^2\\I_y&=I_{y0}+l_{zs}x^2\\I_{xy}&=I_{xy0}+l_{zs}xy\end{aligned}\right\} \tag{5-54}$$

式中　I_{x0}、I_{y0}——元件固有线惯性矩（即通过元件重心座标轴的线惯性矩）（米³）；

I_{xy0}——元件固有线惯性积（即通过元件重心座标轴的线惯性积）（米³）；

x、y——元件重心在基本座标系的座标（米）。

直管元件的固有线惯性矩和惯性积，按下列公式计算，如图5-39所示：

$$\left.\begin{aligned} I_{x0}&=\frac{l^3\sin^2\alpha}{12}\\ I_{y0}&=\frac{l^3\cos^2\alpha}{12}\\ I_{xy0}&=\frac{l^3\cos\alpha\sin\alpha}{12}\end{aligned}\right\}\qquad(5\text{-}55)$$

式中　α——直管元件对X轴的倾角。

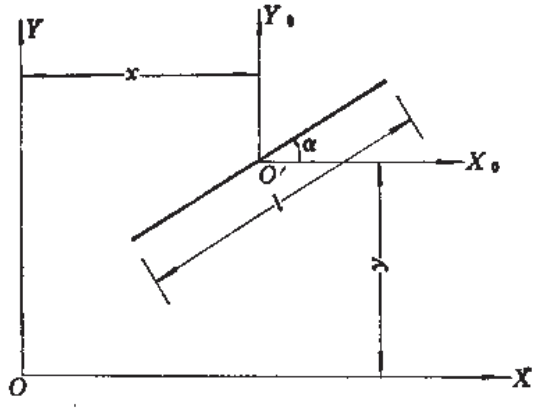


图 5-39　直管元件的线惯性矩、线惯性积计算图

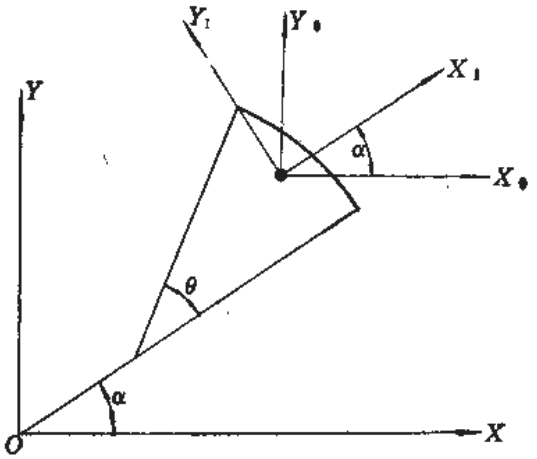


图 5-40　弯管元件的线惯性矩、线惯性积计算图

对于位于任意位置的弯管（如图5-40所示）的固有线惯性矩和固有线惯性积：

$$\left.\begin{aligned} I_{x0}&=I_{x1}\cos^2\alpha+I_{y1}\sin^2\alpha+I_{xy1}\sin2\alpha\\ I_{y0}&=I_{x1}\sin^2\alpha+I_{y1}\cos^2\alpha-I_{xy1}\sin2\alpha\\ I_{xy0}&=\frac{1}{2}(I_{y1}-I_{x1})\sin2\alpha+I_{xy1}\cos2\alpha\end{aligned}\right\}\qquad(5\text{-}56)$$

式中　α——弯管始端A所作的曲率半径与计算座标轴X的夹角，该曲率半径顺时针转至座标轴时取正值，反之取负值；

I_{x1}、I_{y1}、I_{xy1}——弯管元件对座标轴X_1、Y_1的固有线惯性矩和固有线惯性积（米²），可按下列公式计算：

$$\left.\begin{aligned} I_{x1}&=\frac{l_{zs}l_y^2}{12C_x}\\ I_{y1}&=\frac{l_{zs}l_x^2}{12C_y}\\ I_{xy1}&=\frac{l_{zs}l_xl_y}{12C_{xy}}\end{aligned}\right\}\qquad(5\text{-}57)$$

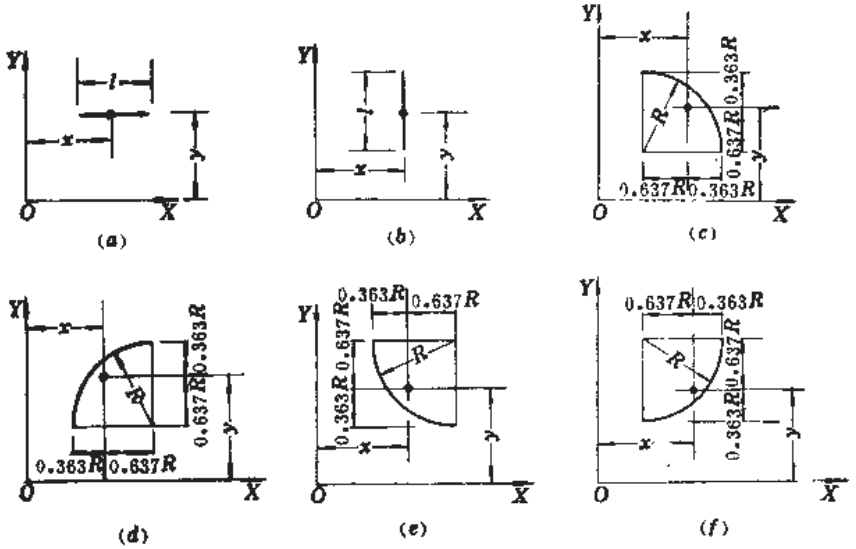
其中　l_x、l_y——分别为弯管元件在座标轴X_1、Y_1上的投影长度（米）；

C_x、C_y、C_{xy}——系数，根据弯管中心角θ按表5-17选取。

表 5-17　　系　数　C_x、　C_y、　C_{xy}

弯管中心角θ	30°	45°	60°	75°	90°	105°
C_x	0.992	0.978	0.959	0.927	0.880	0.807
C_y	0.923	0.920	0.914	0.908	0.880	0.856
C_{xy}	−0.991	−0.988	−0.981	−0.971	−0.958	−0.942

表 5-18　　平面管道的当量长度、静力矩、线惯性矩和线惯性积的计算公式表



力作用平面	计算值	图形编号					
		a		b		c、d、e、f	
Z平面	l_{z_0}	l		l		$1.57kR$	
	S_x	ly		ly		$1.57kRy$	
	S_y	lx		lx		$1.57kRx$	
	I_x	$I_{x0}=0$	ly^2	$I_{x0}=\frac{l^3}{12}$	ly^2	$I_{x0}=0.149kR^3$	$1.57kRy^2$
	I_y	$I_{y0}=\frac{l^3}{12}$	lx^2	$I_{y0}=0$	lx^2	$I_{y0}=0.149kR^3$	$1.57kRx^2$
	I_{xy}	$I_{xy0}=0$	lxy	$I_{xy0}=0$	lxy	$I_{xy0}=\pm 0.137kR^3$	$1.57kRxy$

注　I_{xy}的正负号：图 c 和 e 为(−)，图 d 和 f 为(+)。

为了计算方便，在表5-18中，按元件的形状和对座标轴的位置关系，列出了直管和90°弯管的当量长度、静力矩、线惯性矩和线惯性积的计算式。

管系元件的固有线惯性矩恒为正值，而固有线惯性积可能为负值。直管元件的固有线惯性积的符号可由公式（5-55）直接算出，弯管元件的固有线惯性积的符号可由公式（5-57）直接算出。在计算如图5-41所示的90°弯管的固有线惯性积时，其符号按下列原则确定：如果由圆弧中心角顶点向弧端引出两根射线，若其方向与所采用的座标轴方向均相同

或均相反时，固有线惯性积取负号；若其中一根射线方向与所采用的座标轴方向不相同时，则固有线惯性积取正号。

计算管系对弹性中心座标轴的线惯性矩和线惯性积，可以利用以下的平行移轴公式进行计算：

$$\left.\begin{aligned} I_{xs} &= \Sigma I_x - L_{zs}y_s^2 \\ I_{ys} &= \Sigma I_y - L_{zs}x_s^2 \\ I_{xys} &= \Sigma I_{xy} - L_{zs}x_s y_s \end{aligned}\right\} \qquad (5\text{-}58)$$

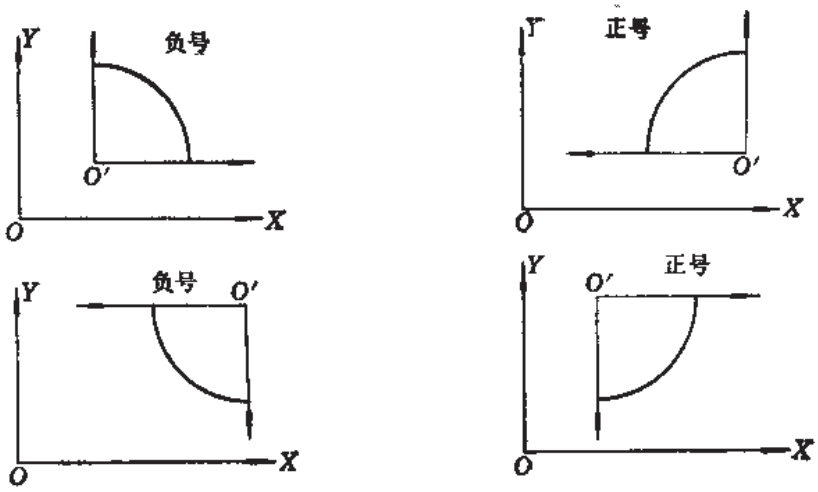


图 5-41　90°弯管的固有线惯性积的符号

式中　ΣI_x、ΣI_y——各元件对X、Y轴的线惯性矩的总和（米^3）；

ΣI_{xy}——各元件对X、Y轴的线惯性积的总和（米^3）。

对于平面对称管系，若以Y_s轴为对称轴时，对弹性中心座标轴的线惯性矩为：

$$I_{xs} = \Sigma I_x - L_{zs}y_s^2$$

此时$I_{xys} = 0$；当Y轴方向的计算补偿值为零时，可以不计算I_{ys}。

（5）在求得作用力和弹性中心位置后，可按下式计算管系上任一断面的弯曲力矩：

$$M = (y - y_s)P_x - (x - x_s)P_y \qquad (5\text{-}59)$$

式中　x、y——计算断面的座标（米）。

可在计算图上绘出通过弹性中心的零力矩线，如图5-42所示。此时，最大的弯矩产生在距此零力矩线最远的一点，并可由下式计算：

$$M_{max} = Ph$$

式中　$P = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$——作用力的合力（公斤力）；

h——最大力臂（米）。

（四）立体管系的作用力和力矩计算

弹性中心法是一种简化计算方法，由于其理论上的不足（见本节之三），对于立体管道中斜置于计算座标的元件，将出现误差，因此，在选择座标系统时，应将座标取得与管系元件相平行或垂直，若有个别元件相对于座标轴不可避免地为斜置时，则应改变其走向，简化为与座标轴平行或垂直的元件来计算。

（1）进行立体管系计算时，可用三个座标平面系统来代替立体系统，这三个座标平面系统是立体系统在三个座标平面上的投影。

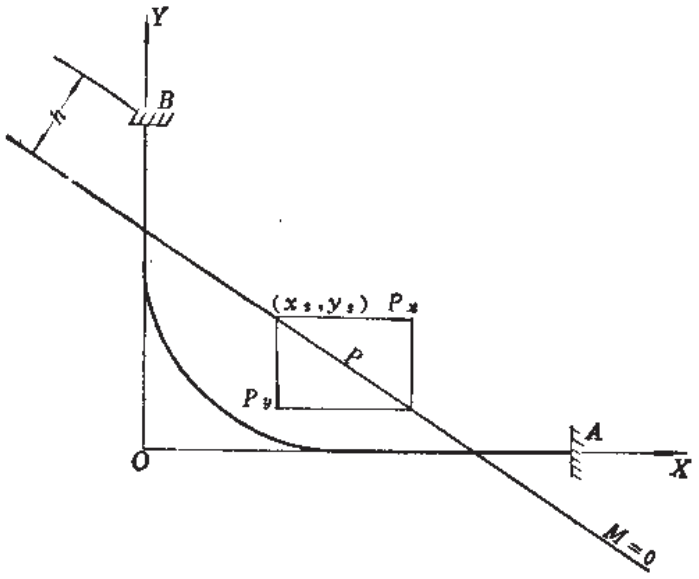


图 5-42　零力矩线图

在一般情况下，当管端固定时，每一投影平面系统中有下列的力和力矩，如图 5-43 所示。

投影平面	力	力矩
Z平面	P_x, P_y	M_z
X平面	P_y, P_z	M_x
Y平面	P_z, P_x	M_y

两端固定或端点有附加线位移而无附加角位移的单支立体管系，由于热胀或安装时预冷紧而产生弹性变形，在计算此弹性变形下管系末端的复原力时，可按下列三元联立方程式求解：

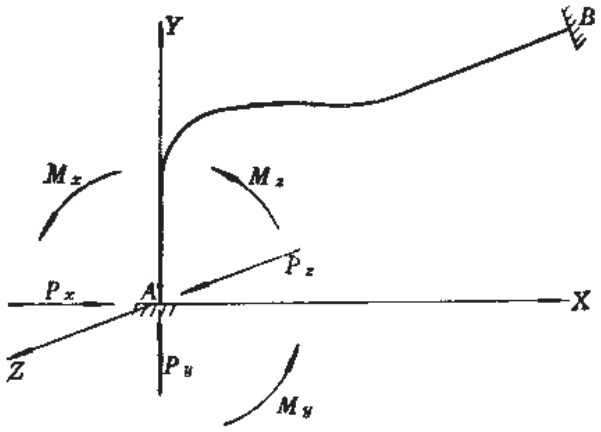
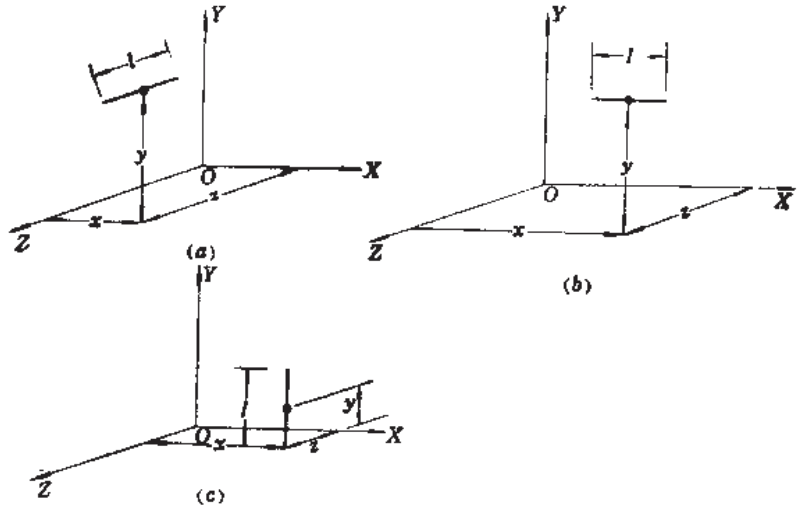


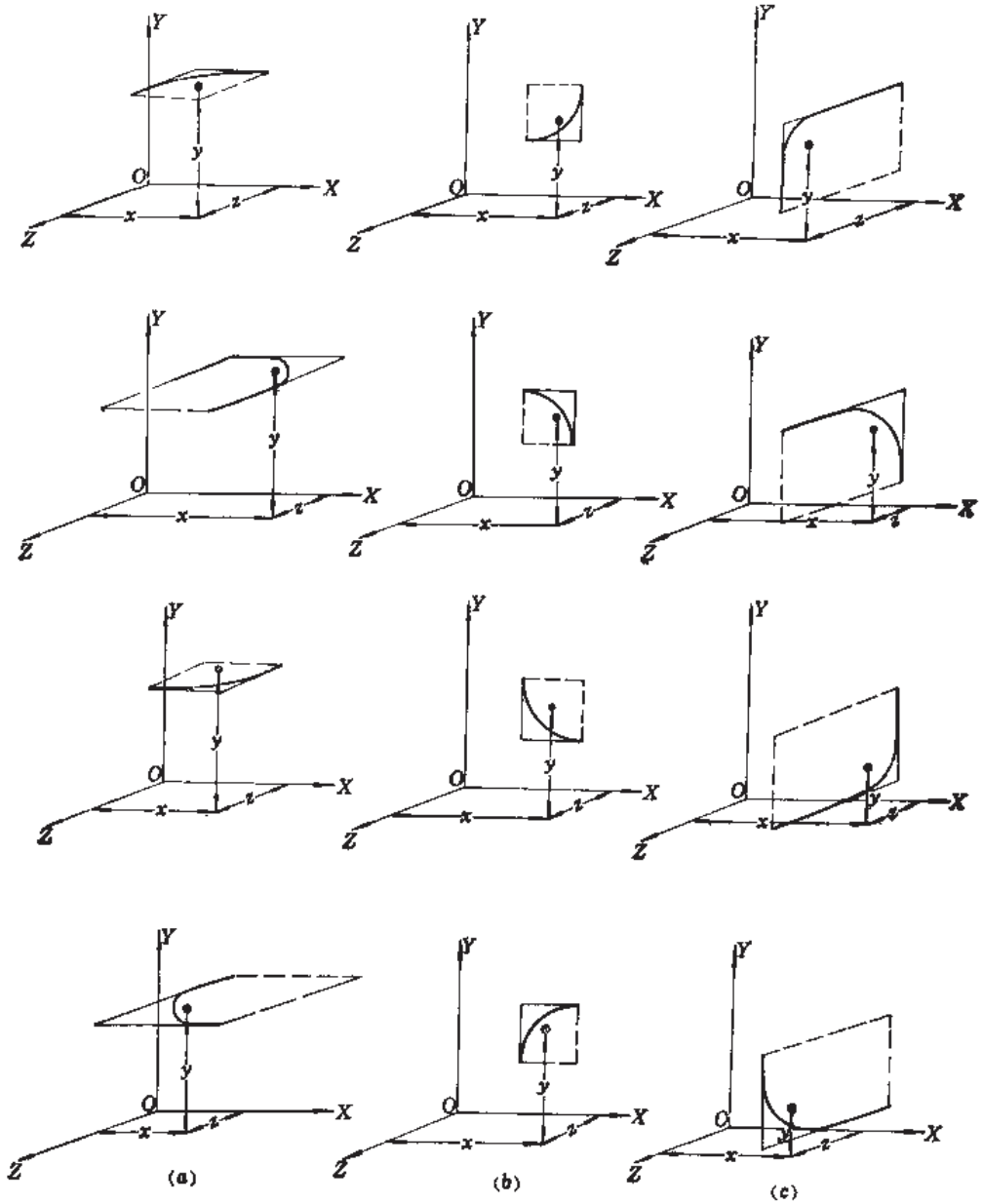
图 5-43　立体管系在三个投影平面上的力和力矩

表 5-19　立体管系直管元件的当量长度、静力矩、线惯性矩和线惯性积的计算公式表



力作用平面	计算值	图形编号 a		b		c	
Z平面	l^z_{zs}	1.3 l		l		l	
	S^z_x	1.3ly		ly		ly	
	S^z_y	1.3lx		lx		lx	
	I^z_x	$I^z_{x0}=0$	1.3ly^2	$I^z_{x0}=0$	ly^2	$I^z_{x0}=\frac{l^3}{12}$	ly^2
	I^z_y	$I^z_{y0}=0$	1.3lx^2	$I^z_{y0}=\frac{l^3}{12}$	lx^2	$I^z_{y0}=0$	lx^2
	I_{xy}	$I_{xy0}=0$	1.3lxy	$I_{xy0}=0$	lxy	$I_{xy0}=0$	lxy
X平面	l^x_{xs}	l		1.3 l		l	
	S^x_y	lz		1.3lz		lz	
	S^x_z	ly		1.3ly		ly	
	I^x_y	$I^x_{y0}=\frac{l^3}{12}$	lz^2	$I^x_{y0}=0$	1.3lz^2	$I^x_{y0}=0$	lz^2
	I^x_z	$I^x_{z0}=0$	ly^2	$I^x_{z0}=0$	1.3ly^2	$I^x_{z0}=\frac{l^3}{12}$	ly^2
	I_{yz}	$I_{yz0}=0$	lyz	$I_{yz0}=0$	1.3lyz	$I_{yz0}=0$	lyz
Y平面	l^y_{ys}	l		l		1.3 l	
	S^y_x	lx		lx		1.3lx	
	S^y_z	lz		lz		1.3lz	
	I^y_z	$I^y_{z0}=0$	lx^2	$I^y_{x0}=\frac{l^3}{12}$	lx^2	$I^y_{x0}=0$	1.3lx^2
	I^y_x	$I^y_{x0}=\frac{l^3}{12}$	lz^2	$I^y_{x0}=0$	lz^2	$I^y_{x0}=0$	1.3lz^2
	I_{xz}	$I_{xz0}=0$	lxz	$I_{xz0}=0$	lxz	$I_{xz0}=0$	1.3lxz

表 5-20　立体管系弯管元件的当量长度、静力矩、线惯性矩和线惯性积的计算公式表



力作用平面	计算值	图形编号 a		图形编号 b		图形编号 c	
Z平面	l_z^z	$(0.785k+1.02)R$		$1.57kR$		$(0.785k+1.02)R$	
	S_x^z	$(0.785k+1.02)Ry$		$1.57kRy$		$(0.785k+1.02)Ry$	
	S_y^z	$(0.785k+1.02)Rx$		$1.57kRx$		$(0.785k+1.02)Rx$	
	I_z^z	$I_{x_0}^z=0$	$(0.785k+1.02)\times Ry^2$	$I_{x_0}^z=0.149kR^3$	$1.57kRy^2$	$I_{y_0}^z=(0.0745k+0.097)R^3$	$(0.785k+1.02)Ry^2$
	I_y^z	$I_{y_0}^z=(0.0745k+0.097)R^3$	$(0.785k+1.02)\times Rx^2$	$I_{y_0}^z=0.149kR^3$	$1.57kRx^2$	$I_{y_0}^z=0$	$(0.785k+1.02)Rx^2$
	I_{xy}	$I_{xy0}=0$	$(0.785k+1.02)\times Rxy$	$I_{xy0}=\pm 0.137kR^3$	$1.57kRxy$	$I_{xy0}=0$	$(0.785k+1.02)Rxy$

续表

力作用平面	计算值	图形编号 a		图形编号 b		图形编号 c	
X平面	$I^x_{z_s}$	$(0.785k+1.02)R$		$(0.785k+1.02)R$		$1.57kR$	
	S^x_y	$(0.785k+1.02)Rz$		$(0.785k+1.02)Rz$		$1.57kRz$	
	S^x_z	$(0.785k+1.02)Ry$		$(0.785k+1.02)Ry$		$1.57kRy$	
	I^x_y	$I^x_{y_0}=(0.0745k+0.097)R^3$	$(0.785k+1.02)\times Rz^2$	$I^x_{y_0}=0$	$(0.785k+1.02)\times Rz^2$	$I^x_{y_0}=0.149kR^3$	$1.57kRz^2$
	I^x_z	$I^x_{y_0}=0$	$(0.785k+1.02)\times Ry^2$	$I^x_{z_0}=(0.0745k+0.097)R^3$	$(0.785k+1.02)\times Ry^2$	$I^x_{z_0}=0.149kR^3$	$1.57kRy^2$
	I_{yz}	$I_{yz0}=0$	$(0.785k+1.02)\times Rzy$	$I_{yz0}=0$	$(0.785k+1.02)\times Rzy$	$I_{yz0}=\pm 0.137kR^3$	$1.57kRzy$
Y平面	$I^y_{z_s}$	$1.57kR$		$(0.785k+1.02)R$		$(0.785k+1.02)R$	
	S^y_z	$1.57kRx$		$(0.785k+1.02)Rx$		$(0.785k+1.02)Rx$	
	S^y_x	$1.57kRz$		$(0.785k+1.02)Rz$		$(0.785k+1.02)Rz$	
	I^y_z	$I^y_{z_0}=0.149kR^3$	$1.57kRx^2$	$I^y_{z_0}=(0.0745k+0.097)R^3$	$(0.785k+1.02)\times Rx^2$	$I^y_{z_0}=0$	$(0.785k+1.02)Rx^2$
	I^y_x	$I_{x0}=0.149kR^3$	$1.57kRz^2$	$I^y_{x_0}=0$	$(0.785k+1.02)\times Rz^2$	$I^y_{x_0}=(0.0745k+0.097)R^3$	$(0.785k+1.02)Rz^2$
	I_{zx}	$I_{zx0}=\pm 0.137kR^3$	$1.57kRxz$	$I_{zx0}=0$	$(0.785k+1.02)\times Rzx$	$I_{zx0}=0$	$(0.785k+1.02)Rzx$

立体管系在各投影平面上对弹性中心座标轴的线惯性矩、线惯性积按下列公式计算：

$$
\left.\begin{aligned}
&\text{Z平面：}\ I^z_{x_s}=\Sigma I^z_x-L^z_{z_s}(y^z_s)^2\\
&\qquad I^z_{y_s}=\Sigma I^z_y-L^z_{z_s}(x^z_s)^2\\
&\qquad I_{xy_s}=\Sigma I_{xy}-L^z_{z_s}x^z_s y^z_s\\
&\text{X平面：}\ I^x_{y_s}=\Sigma I^x_y-L^x_{z_s}(z^x_s)^2\\
&\qquad I^x_{z_s}=\Sigma I^x_z-L^x_{z_s}(y^x_s)^2\\
&\qquad I_{yz_s}=\Sigma I_{yz}-L^x_{z_s}y^x_s z^x_s\\
&\text{Y平面：}\ I^y_{z_s}=\Sigma I^y_z-L^y_{z_s}(x^y_s)^2\\
&\qquad I^y_{x_s}=\Sigma I^y_x-L^y_{z_s}(z^y_s)^2\\
&\qquad I_{zx_s}=\Sigma I_{zx}-L^y_{z_s}x^y_s z^y_s
\end{aligned}\right\}\qquad (5\text{-}64)
$$

式中 ΣI^z_x、ΣI^z_y——各元件在Z平面上对X、Y轴的线惯性矩的总和（米^3）；

ΣI_{xy}——各元件在Z平面上对X、Y轴的线惯性积的总和（米^3）；

$L^z_{z_s}$——各元件在Z平面上的当量长度的总和（米）；

x^z_s、y^z_s——计算管系在Z平面上的弹性中心座标（米）；

ΣI^x_z、ΣI^x_y——各元件在X平面上对Z、Y轴的线惯性矩的总和（米^3）；

ΣI_{yz}——各元件在X平面上对Y、Z轴的线惯性积的总和（米^3）；

$L^x_{z_s}$——各元件在X平面的当量长度的总和（米）；

y^x_s、z^x_s——计算管系在X平面上的弹性中心座标（米）；

ΣI_x^y、ΣI_z^y——各元件在Y平面上对X、Z轴的线惯性矩的总和（米³）；

ΣI_{xz}——各元件在Y平面上对X、Z轴的线惯性积的总和（米³）；

L_s^y——各元件在Y平面上的当量长度的总和（米）；

x_s^y、z_s^y——计算管系在Y平面上的弹性中心座标（米）。

（5）立体管系在各投影平面内作用在任一断面上的力矩，可按下列公式计算：

$$\left.\begin{aligned} &Z\text{平面：}M_z=(y-y_s^z)P_x-(x-x_s^z)P_y\text{（公斤力·米）}\\ &X\text{平面：}M_x=(z-z_s^x)P_y-(y-y_s^x)P_z\text{（公斤力·米）}\\ &Y\text{平面：}M_y=(x-x_s^y)P_z-(z-z_s^y)P_x\text{（公斤力·米）} \end{aligned}\right\}\qquad(5\text{-}65)$$

式中 x、y、z——计算断面在各投影面的座标（米）；

y_s^z、x_s^z——计算管系在Z平面上的弹性中心的座标（米）；

z_s^x、y_s^x——计算管系在X平面上的弹性中心的座标（米）；

x_s^y、z_s^y——计算管系在Y平面上的弹性中心的座标（米）。

通过各投影平面上作用在任一断面的热胀作用力矩计算，根据各力矩的大小，找出热胀当量力矩的最大断面，作为验算管道热胀二次应力的依据。热胀当量力矩按下式计算：

$$M=\sqrt{M_x^2+M_y^2+M_z^2}\text{（公斤力·米）}\qquad(5\text{-}66)$$

三、误差分析与使用范围

从弹性中心法作用力计算公式的推导可以看出，在分平面计算变形能时，仅计及该投影面上的力矩，面与其它投影面上的力矩无关，因为变形能是力的二次函数，它不能应用独立性原理，因此，弹性中心法用分平面计算能量，然后用叠加能量计算位移的方法，是有一定误差的。这种误差，主要来自两个方面：

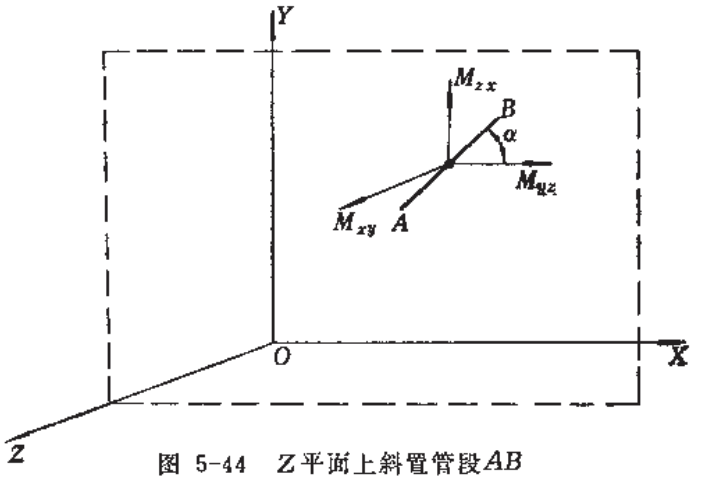


图 5-44 Z平面上斜置管段AB

（1）对于带有弯管或斜管的管系，弹性中心法忽略了各投影平面上的力矩引起的变形能的相互关系项面产生的误差：

如图5-44，位于Z平面上斜置的管段AB，对水平轴的倾角为α。按照弹性中心法分投影面计算，变形能为：

$$U_{xy}=k\int\frac{M_{xy}^2}{2EJ}dl'$$

$$U_{yz}=\int\frac{1.3(M_{yz}\cos\alpha)^2}{2EJ}dl'+\int\frac{k(M_{yz}\sin\alpha)^2}{2EJ}dl'$$

$$U_{zx}=\int\frac{1.3(M_{zx}\sin\alpha)^2}{2EJ}dl'+\int\frac{k(M_{zx}\cos\alpha)^2}{2EJ}dl'$$

变形能总和为：

$$U=U_{xy}+U_{yz}+U_{zx}$$

$$= k\int\frac{M_{xy}^2}{2EJ}dl' + 1.3\int\frac{(M_{zx}\sin\alpha)^2+(M_{yz}\cos\alpha)^2}{2EJ}dl'$$
$$+ k\int\frac{(M_{yz}\sin\alpha)^2+(M_{zx}\cos\alpha)^2}{2EJ}dl'$$

按一般静力分析法不分投影面计算，直接计算六个力分量同时作用产生的变形能，则

弯曲力矩：$M_b = M_{xy}$

$M_b' = -M_{yz}\sin\alpha + M_{zx}\cos\alpha$

扭力矩：$M_t = M_{yz}\cos\alpha + M_{zx}\sin\alpha$

总变形能为：

$$U = U_b + U_b' + U_t$$
$$= k\int\frac{M_{xy}^2}{2EJ}dl' + k\int\frac{(-M_{yz}\sin\alpha + M_{zx}\cos\alpha)^2}{2EJ}dl'$$
$$+ 1.3\int\frac{(M_{yz}\cos\alpha + M_{zx}\sin\alpha)^2}{2EJ}dl'$$

显然，分投影面计算与不分投影面计算，所得的变形能是不同的，而其差值为：

$$\Delta U = \frac{1}{2EJ}\int(1.3-k)2M_{yz}M_{zx}\sin\alpha\cos\alpha dl'$$
$$= \frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\int M_{yz}M_{zx}dl'$$

求这个变形能的差值对六个力分量的偏导数可得：

$$\frac{\partial\Delta U}{\partial M_x} = \frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\frac{\partial}{\partial M_x}\int M_{yz}M_{zx}dl'$$
$$= \frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\left[\int M_{yz}\frac{\partial M_{zx}}{\partial M_x}dl' + \int M_{zx}\frac{\partial M_{yz}}{\partial M_x}dl'\right]$$
$$= \frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\int(P_z x - P_x z + M_y)\cdot 1\cdot dl'$$
$$= \frac{1}{EJ}P_z\int x dq - \frac{1}{EJ}P_x\int z dq + \frac{1}{EJ}M_y\int dq$$

$$\frac{\partial\Delta U}{\partial M_y} = \frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\left[\int M_{yz}\frac{\partial M_{zx}}{\partial M_y}dl' + \int M_{zx}\frac{\partial M_{yz}}{\partial M_y}dl'\right]$$
$$= \frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\int(P_y z - P_z y + M_x)\cdot 1\cdot dl'$$
$$= \frac{1}{EJ}P_y\int z dq - \frac{1}{EJ}P_z\int y dq + \frac{1}{EJ}M_x\int dq$$

$$\frac{\partial\Delta U}{\partial M_z} = \frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\left[\int M_{yz}\frac{\partial M_{zx}}{\partial M_z}dl' + \int M_{zx}\frac{\partial M_{yz}}{\partial M_z}dl'\right]$$
$$= 0$$

$$\frac{\partial\Delta U}{\partial P_x} = \frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\left[\int M_{yz}\frac{\partial M_{zx}}{\partial P_x}dl' + \int M_{zx}\frac{\partial M_{yz}}{\partial P_x}dl'\right]$$
$$= \frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\int(P_y z - P_z y + M_x)(-z)dl'$$

$$=-\frac{1}{EJ}P_y\int z^2dq+\frac{1}{EJ}P_z\int yzdq-\frac{1}{EJ}M_x\int zdq$$

$$\frac{\partial\Delta U}{\partial P_y}=\frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\left[\int M_{yz}\frac{\partial M_{zx}}{\partial P_y}dl'+\int M_{zx}\frac{\partial M_{yz}}{\partial P_y}dl'\right]$$

$$=\frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\int(P_zx-P_xz+M_y)zdl'$$

$$=\frac{1}{EJ}P_z\int xzdq-\frac{1}{EJ}P_x\int z^2dq+\frac{1}{EJ}M_y\int zdq$$

$$\frac{\partial\Delta U}{\partial P_z}=\frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\left[\int M_{yz}\frac{\partial M_{zx}}{\partial P_z}dl'+\int M_{zx}\frac{\partial M_{yz}}{\partial P_z}dl'\right]$$

$$=\frac{1}{EJ}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha\left[\int(P_yz-P_zy+M_x)xdl'\right.$$

$$\left.+\int(P_zx-P_xz+M_y)(-y)dl'\right]$$

$$=\frac{1}{EJ}P_y\int zxdq-\frac{1}{EJ}P_z\int xydq+\frac{1}{EJ}M_x\int xdq-\frac{1}{EJ}P_z\int xydq$$

$$+\frac{1}{EJ}P_x\int yzdq-\frac{1}{EJ}M_y\int ydq$$

上列公式中 dq——静力分析法中变形系数积分式 q 之微分，见第二节。$q=\int(1.3-k)\times\sin\alpha\cos\alpha\,dl'$

为了便于比较，将一般静力分析法的变形系数列于表5-21，可以看出，上列六个偏微分中的各项，正是表5-21中带 q 的诸项，称为二次项，也就是反映不同投影面中力矩之间引起的变形能的关系项，这些项在弹性中心法中是没有反映出来的。

弯管（圆弧形元件）可以看成是无数不同斜度的微斜管段之和，因此也会有忽略变形能二次项而产生的误差。

忽略二次项而产生的计算误差可能是正的，也可能是负的，因为：

1）变形能的差值：

$$\Delta U=\frac{1}{EJ}\int M_{yz}M_{zx}(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$=\frac{1}{2EJ}\int M_{yz}M_{zx}(1.3-k)\sin2\alpha dl'$$

当 $\alpha=0\sim\frac{\pi}{2}$ 和 $\pi\sim\frac{3\pi}{2}$ 时，$\sin2\alpha$ 是正的，相对弧管的位向为第Ⅱ、Ⅳ象限是正的；

当 $\alpha=\frac{\pi}{2}\sim\pi$ 和 $\frac{3}{2}\pi\sim2\pi$ 时，$\sin2\alpha$ 是负的，相对弧管的位向为第Ⅰ、Ⅲ象限是负的。

2）M_{yz} 和 M_{zx} 与直管（或弯管）所在位置有关，故相同长度和斜度的直管与弯管所造成的影响也不同。

所以，由二次项产生的误差，正或负都是可能的。

分析由二次项引起的误差后还可以看出，对于与投影平面正交的直管，二次项误差是不存在的，这是因为此时三个投影面上的力矩恰好就是正交直管的两个弯矩和一个扭矩，

表 5-21　　一般静力分析法求平行于Z平面的元件变形系数表

P_x	P_y	P_z	M_x	M_y	M_z	
$\int[ds_{bb}+z^2du]$	$-\int[ds_{ab}+z^2dq]$	$-\int zdu_0$	$-\int zdq$	$-\int zdu$	$\int ds_b$	$EJ\Delta x$
$-\int[ds_{ab}+z^2dq]$	$\int[ds_{aa}+z^2dv]$	$-\int zdv_0$	$\int zdv$	$-\int zdq$	$-\int ds_a$	$EJ\Delta y$
$-\int zdu_0$	$-\int zdv_0$	$\int d(u_{0c}+v_{20})$	$-\int dv_0$	$\int du_0$	0	$EJ\Delta z$
$-\int zdq$	$\int zdv$	$-\int dv_0$	$\int dv$	$\int dq$	0	$EJ\Delta\theta_x$
$-\int zdu$	$\int zdq$	$\int du_0$	$\int dq$	$\int du$	0	$EJ\Delta\theta_y$
$\int ds_b$	$-\int ds_a$	0	0	0	$\int ds$	$EJ\Delta\theta_z$

=

P_x	P_y	P_z	M_x	M_y	M_z	
$\int[ds_{bb}+z^2du]$	$-\int[ds_{ab}+z^2dq]$	$\int yzdq-\int xzdu$	$\int zdq$	$-\int zdu$	$\int yds$	$EJ\Delta x$
$-\int[ds_{ab}+z^2dq]$	$\int[ds_{aa}+z^2dq]$	$\int xzdq-\int yzdv$	$\int zdv$	$\int zdq$	$-\int xds$	$EJ\Delta y$
$\int yzdq-\int xzdu$	$\int xzdq-\int yzdv$	$\int x^2du-\int xydq+\int y^2dv-\int xydq$	$\int xdq-\int ydv$	$\int xdu-\int ydq$	0	$EJ\Delta z$
$-\int zdq$	$\int zdv$	$\int xdq-\int ydv$	$\int dv$	$\int dq$	0	$EJ\Delta\theta_x$
$-\int zdu$	$\int zdq$	$\int xdu-\int ydq$	$\int dq$	$\int du$	0	$EJ\Delta\theta_y$
$\int yds$	$-\int xds$	0	0	0	$\int ds$	$EJ\Delta\theta_z$

$$=\frac{1}{EJ}k_1\int(P_zx-P_xz+M_y)\cdot 1\cdot dl'$$

$$=\frac{1}{EJ}k_1(P_zS_z^y-P_xS_x^y+M_yl)$$

$$\Delta\theta_z=\frac{\partial U}{\partial M_z}=\frac{1}{2EJ}\int\frac{\partial}{\partial M_z}[kM_{xy}^2+1.3(M_{yz}\cos\alpha)^2+k(M_{yz}\sin\alpha)^2$$
$$+1.3(M_{zx}\sin\alpha)^2+k(M_{zx}\cos\alpha)^2]dl'$$

$$=\frac{1}{EJ}\int kM_{xy}\frac{\partial M_{xy}}{\partial M_z}dl'$$

$$=\frac{1}{EJ}k\int(P_xy-P_yx+M_z)\cdot 1\cdot dl'$$

$$=\frac{1}{EJ}k(P_xS_x^z-P_yS_y^z+M_zl)$$

$$\Delta x=\frac{\partial U}{\partial P_x}=\frac{1}{2EJ}\int\frac{\partial}{\partial P_x}[kM_{xy}^2+1.3(M_{yz}\cos\alpha)^2+k(M_{yz}\sin\alpha)^2$$
$$+1.3(M_{zx}\sin\alpha)^2+k(M_{zx}\cos\alpha)^2]dl'$$

$$=\frac{1}{EJ}\left[\int kM_{xy}\frac{\partial M_{xy}}{\partial P_x}dl'+\int 1.3\sin^2\alpha M_{zx}\frac{\partial M_{zx}}{\partial P_x}dl'\right.$$
$$\left.+\int k\cos^2\alpha M_{zx}\frac{\partial M_{zx}}{\partial P_x}dl'\right]$$

$$=\frac{1}{EJ}\left[\int k(P_xy-P_yx+M_z)ydl'\right.$$
$$\left.+(1.3\sin^2\alpha+k\cos^2\alpha)\int(P_zx-P_xz+M_y)(-z)dl'\right]$$

$$=\frac{1}{EJ}[k(P_xI_x^z-P_yI_{xy}+M_xS_x^z)+k_1(P_xI_x^y-P_zI_{zx}-M_yS_x^y)]$$

$$=\frac{1}{EJ}[P_x(kI_x^z+k_1I_x^y)-P_ykI_{xy}-P_zk_1I_{zx}-M_yk_1S_x^y+M_zkS_x^z]$$

$$\Delta y=\frac{\partial U}{\partial P_y}=\frac{1}{2EJ}\int\frac{\partial}{\partial P_y}[kM_{xy}^2+1.3(M_{yz}\cos\alpha)^2+k(M_{yz}\sin\alpha)^2$$
$$+1.3(M_{zx}\sin\alpha)^2+k(M_{zx}\cos\alpha)^2]dl'$$

$$=\frac{1}{EJ}\left[\int kM_{xy}\frac{\partial M_{xy}}{\partial P_y}dl'+\int 1.3\cos^2\alpha M_{yz}\frac{\partial M_{yz}}{\partial P_y}dl'\right.$$
$$\left.+\int k\sin^2\alpha M_{yz}\frac{\partial M_{yz}}{\partial P_y}dl'\right]$$

$$=\frac{1}{EJ}\left[\int k(P_xy-P_yx+M_z)(-x)dl'\right.$$
$$\left.+(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)\int(P_yz-P_zy+M_x)zdl'\right]$$

$$=\frac{1}{EJ}[k(-P_xI_{xy}+P_yI_y^z-M_zS_y^z)+k_2(P_yI_y^x-P_zI_{yz}+M_xS_y^x)]$$

$$=\frac{1}{EJ}[-P_xkI_{xy}+P_y(kI_y^z+k_2I_y^x)-P_zk_2I_{yz}+M_xk_2S_y^x-M_zkS_y^z]$$

$$\Delta z=\frac{\partial U}{\partial P_z}=\frac{1}{2EJ}\int\frac{\partial}{\partial P_z}[kM_{zy}^2+1.3(M_{yz}\cos\alpha)^2+k(M_{yx}\sin\alpha)^2$$
$$+1.3(M_{zx}\sin\alpha)^2+k(M_{zx}\cos\alpha)^2]dl'$$
$$=\frac{1}{EJ}\left[\int 1.3\cos^2\alpha M_{yz}\frac{\partial M_{yz}}{\partial P_z}dl'+\int k\sin^2\alpha M_{yz}\frac{\partial M_{yz}}{\partial P_z}dl'\right.$$
$$\left.+\int 1.3\sin^2\alpha M_{zx}\frac{\partial M_{zx}}{\partial P_z}dl'+\int k\cos^2\alpha M_{zx}\frac{\partial M_{zx}}{\partial P_z}dl'\right]$$
$$=\frac{1}{EJ}\left[(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)\int(P_yz-P_zy+M_x)(-y)dl'\right.$$
$$\left.+(1.3\sin^2\alpha+k\cos^2\alpha)\int(P_zx-P_xz+M_y)xdl'\right]$$
$$=\frac{1}{EJ}[k_2(-P_yI_{yz}+P_zI_z^x-M_xS_z^x)+k_1(P_xI_z^y-P_xI_{xz}+M_yS_z^y)]$$
$$=\frac{1}{EJ}[-P_xk_1I_{xz}-P_yk_2I_{yz}+P_z(k_1I_z^y+k_2I_z^x)-M_xk_2S_z^x+M_yk_1S_z^y]$$

公式中
$$k_1=1.3\sin^2\alpha+k\cos^2\alpha$$
$$k_2=1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha$$

根据上列属于Z平面上的斜管的变形系数，用循环转置法可求得X、Y平面上的管段的变形系数，一并列于表5-22。

表5-22是倾角α等于定值的直管的变形系数。从表中可以看到，不同投影面上斜管的当量长度系数是由k、k_1、k_2三个函数来表达，使用上很复杂。对于弯管，由于其各微段的α角是个变值，它的变形系数将是一个积分式，计算将更加复杂。弹性中心法只给出了与投影面正交的直管和弯管的变形系数，其中弯管的当量长度计算中就没有考虑上述k_1、k_2等系数，是作了简化计算的。另一方面，弹性中心也并不和弯管的重心相重合，对此弹性中心法也是作了简化的。由于简化，就会带来一定的误差。

但是，弹性中心法对于正交的直管和平面管道是没有上述误差的，因为正交直管时，α角不是0就是$\frac{\pi}{2}$，此时k_1、k_2就等于k或1.3，把这个值代入表5-22的相应系数中，就得到与弹性中心法相同的变形系数。而平面管道应用的变形系数仅是表5-22粗线框内的，属于Z平面的九个变形系数，这与弹性中心法平面管道的变形系数也是相同的。

通过以上分析，可以认为，对于平面管系或由正交直管组成的立体管系，采用弹心中心法是正确的。对于带斜管或弧形管的立体管系，采用弹性中心法，由于有二次项的误差和弧管弹性中心位置、当量长度计算的简化，将有一定的误差，误差可能为正或为负，当管系中有较长斜管时，误差就较大。

此外，弹性中心法的公式是建立在端点角位移为零的基础上的，因之它不能计算具有端点角位移的管系，也不能计算自重、支吊架反力、集中外力和均布荷载作用的管系，不能计算具有中间刚性支架或导向支架的管系，不能计算多分支管系等。遇到这些情况，仍应利用静力分析的基本方法或基于该法的机算方法来进行计算。

第六章　管系静力分析的矩阵方法

在介绍了管系静力分析基本原理的基础上，下面介绍用矩阵方法来计算复杂的管系。

第一节　座标系及座标变换

一、座标系

管系静力分析一般采用右旋直角座标系。为了分析上的需要，有时同时采用数个不同的座标系，例如：

（1）基准座标系（X座标系）：为整个管系共同的座标系，三座标轴为 X_1、X_2、X_3，其中X_2为垂直轴，X_1、X_3为水平轴。

（2）元件座标系（λ座标系）：为相对于一定元件某基准点的座标系。三个座标轴为 λ_1、λ_2、λ_3。

（3）局部座标系（ξ座标系）：为元件上局部浮动点的浮动座标系，三个座标轴为 ξ_1、ξ_2、ξ_3。

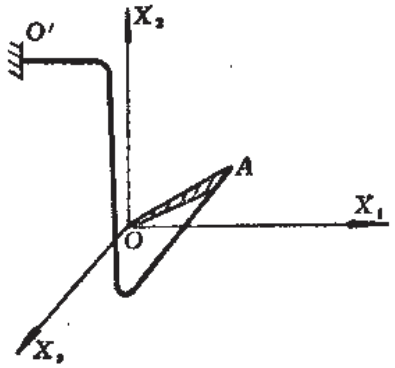


图 6-1　两支点立体管系

二、荷载与变位关系式的矩阵表达

现以最简单的两支点立体管系为例（图6-1）。O'点为固定端，A点为自由端，用刚性杆OA连接至X座标系的原点O，管系在弹性变形范围内，在O点施加的复原力P与O点的变位D成线性关系。从第五章已知，可写成下列的线性方程：

$$\begin{cases} a_{11}P_1+a_{12}P_2+a_{13}P_3+a_{14}M_1+a_{15}M_2+a_{16}M_3=EJ\,\delta_1 \\ a_{21}P_1+a_{22}P_2+a_{23}P_3+a_{24}M_1+a_{25}M_2+a_{26}M_3=EJ\,\delta_2 \\ a_{31}P_1+a_{32}P_2+a_{33}P_3+a_{34}M_1+a_{35}M_2+a_{36}M_3=EJ\,\delta_3 \\ a_{41}P_1+a_{42}P_2+a_{43}P_3+a_{44}M_1+a_{45}M_2+a_{46}M_3=EJ\Delta\theta_1 \\ a_{51}P_1+a_{52}P_2+a_{53}P_3+a_{54}M_1+a_{55}M_2+a_{56}M_3=EJ\Delta\theta_2 \\ a_{61}P_1+a_{62}P_2+a_{63}P_3+a_{64}M_1+a_{65}M_2+a_{66}M_3=EJ\Delta\theta_3 \end{cases}$$

用矩阵的形式可表示为：$FP=D$

式中　F——集中荷载的柔度矩阵，即

$$F=\frac{1}{EJ}\begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} \end{Bmatrix}$$

柔度系数 $a_{ij}\times\frac{1}{EJ}$ 表示在杆端加一个沿 j 方向作用的单位荷载时在 i 方向产生的位移；

E ——材料的弹性模数；

J ——管子断面惯性矩；

P ——荷载列矩阵（或列向量），即

$$P=\{p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad M_1 \quad M_2 \quad M_3\}$$

（以$\{\times\times\times\times\}$表示列向量）；

D ——变位列矩阵（或列向量），即

$$D=\{\delta_1 \quad \delta_2 \quad \delta_3 \quad \Delta\theta_1 \quad \Delta\theta_2 \quad \Delta\theta_3\}。$$

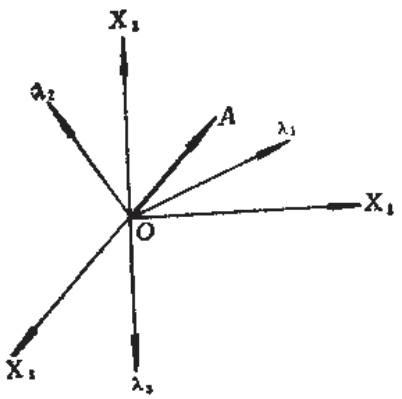


图 6-2 向量的座标旋转变换

当管系仅考虑位移荷载的作用时，变位列矩阵 D 仅反映诸位移荷载（如热膨胀、冷紧、端点附加位移等）使 A 点产生位移的总和；若管系同时考虑位移荷载和外力荷载的作用时，则变位列矩阵还要加上外力荷载（均布荷载或集中荷载）使 A 点产生的位移值。

柔度矩阵的逆矩阵，称为刚度矩阵，用 K 表示，即

$$K=F^{-1} \quad 或 \quad P=KD$$

管系集中荷载的柔度矩阵 F 和刚度矩阵 K 均为对称矩阵。

三、座标旋转矩阵

力和位移均可表示为向量。在计算中经常需要将一个座标系的向量表达为另一个座标系的向量，称为向量的座标旋转变换。

例如，向量 A 在 X 座标系上的分量为 $\{A_{x1} \quad A_{x2} \quad A_{x3}\}$，则它的 λ 座标系的分量可由下式计得（图6-2）：

$$\begin{cases} A_{\lambda 1}=A_{x1}\cos(X_1,\ \lambda_1)+A_{x2}\cos(X_2,\ \lambda_1)+A_{x3}\cos(X_3,\ \lambda_1) \\ A_{\lambda 2}=A_{x1}\cos(X_1,\ \lambda_2)+A_{x2}\cos(X_2,\ \lambda_2)+A_{x3}\cos(X_3,\ \lambda_2) \\ A_{\lambda 3}=A_{x1}\cos(X_1,\ \lambda_3)+A_{x2}\cos(X_2,\ \lambda_3)+A_{x3}\cos(X_3,\ \lambda_3) \end{cases}$$

用矩阵表示为：

$$A_\lambda=\begin{bmatrix} A_{\lambda 1} \\ A_{\lambda 2} \\ A_{\lambda 3} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \cos(X_1,\ \lambda_1) & \cos(X_2,\ \lambda_1) & \cos(X_3,\ \lambda_1) \\ \cos(X_1,\ \lambda_2) & \cos(X_2,\ \lambda_2) & \cos(X_3,\ \lambda_2) \\ \cos(X_1,\ \lambda_3) & \cos(X_2,\ \lambda_3) & \cos(X_3,\ \lambda_3) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_{x1} \\ A_{x2} \\ A_{x3} \end{bmatrix}$$

$$=\Lambda_{\lambda x}A_x \qquad (6\text{-}1)$$

称矩阵

$$\Lambda_{\lambda x}=\begin{bmatrix} \cos(X_1,\ \lambda_1) & \cos(X_2,\ \lambda_1) & \cos(X_3,\ \lambda_1) \\ \cos(X_1,\ \lambda_2) & \cos(X_2,\ \lambda_2) & \cos(X_3,\ \lambda_2) \\ \cos(X_1,\ \lambda_3) & \cos(X_2,\ \lambda_3) & \cos(X_3,\ \lambda_3) \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}2)$$

$$D_a=\{\delta_{x1,a}\quad \delta_{x2,a}\quad \delta_{x3,a}\quad \Delta\theta_{x1,a}\quad \Delta\theta_{x2,a}\quad \Delta\theta_{x3,a}\}$$

作用于a点的荷载向量P_a，按静力学的原理平移至b点，而保持其力学上的等效，此时P_b的各个分量为：

$$\begin{cases} p_{x1,b}=p_{x1,a} \\ p_{x2,b}=p_{x2,a} \\ p_{x3,b}=p_{x3,a} \\ M_{x1,b}=p_{x2,a}(x_{3b}-x_{3a})-p_{x3,a}(x_{2b}-x_{2a})+M_{x1,a} \\ M_{x2,b}=-p_{x1,a}(x_{3b}-x_{3a})+p_{x3,a}(x_{1b}-x_{1a})+M_{x2,a} \\ M_{x3,b}=p_{x1,a}(x_{2b}-x_{2a})-p_{x2,a}(x_{1b}-x_{1a})+M_{x3,a} \end{cases}$$

用矩阵表示为：

$$P_b=\begin{bmatrix} I & 0 \\ \Gamma_{ba} & I \end{bmatrix} P_a=B_{ba}P_a \tag{6-6}$$

式中 I为3×3单位矩阵；

B_{ba}为作用力由a点移向b点的力的平移矩阵。

$$\Gamma_{ba}=\begin{bmatrix} 0 & (x_{3b}-x_{3a}) & -(x_{2b}-x_{2a}) \\ -(x_{3b}-x_{3a}) & 0 & (x_{1b}-x_{1a}) \\ (x_{2b}-x_{2a}) & -(x_{1b}-x_{1a}) & 0 \end{bmatrix} \tag{6-7}$$

同理，

$$P_a=\begin{bmatrix} I & 0 \\ \Gamma_{ab} & I \end{bmatrix} P_b=B_{ab}P_b \tag{6-8}$$

式中

$$\Gamma_{ab}=\begin{bmatrix} 0 & (x_{3a}-x_{3b}) & -(x_{2a}-x_{2b}) \\ -(x_{3a}-x_{3b}) & 0 & (x_{1a}-x_{1b}) \\ (x_{2a}-x_{2b}) & -(x_{1a}-x_{1b}) & 0 \end{bmatrix}$$

$$=\Gamma_{ba}^T \tag{6-9}$$

作用于b点的位移向量D_b，按静力学的原理平移至a点，这时D_a的各个分量为：

$$\begin{cases} \delta_{x1,a}=\delta_{x1,b}-(x_{3b}-x_{3a})\Delta\theta_{x2,b}+(x_{2b}-x_{2a})\Delta\theta_{x3,b} \\ \delta_{x2,a}=\delta_{x2,b}+(x_{3b}-x_{3a})\Delta\theta_{x1,b}-(x_{1b}-x_{1a})\Delta\theta_{x3,b} \\ \delta_{x3,a}=\delta_{x3,b}-(x_{2b}-x_{2a})\Delta\theta_{x1,b}+(x_{1b}-x_{1a})\Delta\theta_{x2,b} \\ \Delta\theta_{x1,a}=\Delta\theta_{x1,b} \\ \Delta\theta_{x2,a}=\Delta\theta_{x2,b} \\ \Delta\theta_{x3,a}=\Delta\theta_{x3,b} \end{cases}$$

用矩阵形式表示为：

$$D_a=\begin{bmatrix} I & \Gamma_{ba}^T \\ 0 & I \end{bmatrix} D_b=B_{ba}^T D_b \tag{6-10}$$

同理，

$$D_b=\begin{bmatrix} I & \Gamma_{ab}^T \\ 0 & I \end{bmatrix} D_a=B_{ab}^T D_a \tag{6-11}$$

B_{ba}^T和B_{ab}^T相应为B_{ba}和B_{ab}的转置矩阵，并有以下的关系：

$$B_{ba}B_{ab}=I$$
$$B_{ab}^{T}B_{ba}^{T}=I$$

式中 I 为 6×6 单位矩阵。

荷载（P）、位移（D）、柔度矩阵（F）和刚度矩阵（K）从 a 点平移至 b 点的关系式为：

$$\left.\begin{aligned}P_b&=B_{ba}P_a\\D_b&=B_{ab}^{T}D_a\\F_b&=B_{ab}^{T}F_aB_{ab}\\K_b&=B_{ba}K_aB_{ba}^{T}\end{aligned}\right\}\qquad(6\text{-}12)$$

后两式亦易于论证如下：

$$F_bP_b-D_b=B_{ab}^{T}D_a=B_{ab}^{T}F_aP_a=B_{ab}^{T}F_aB_{ab}P_b$$

因此
$$F_b=B_{ab}^{T}F_aB_{ab}$$

又
$$K_bD_b=P_b=B_{ba}P_a=B_{ba}K_aD_a=B_{ba}K_aB_{ba}^{T}D_b$$

因此
$$K_b=B_{ba}K_aB_{ba}^{T}$$

第二节 力法与位移法

超静定结构的计算基本上可以分为力法和位移法两大类。

一、力法

力法是以多余未知力为基本未知量，未知量的数目等于结构的超静定数，可用以下几种常用的管系为例。

1.两支点的管系

如图 6-4，设 A 端为固定端，B 端为自由端，亦即假定 B 点释放后，由于热胀向量 Δ_{AB} 将使 B 点变位至 B' 点，但是实际上 B 点并非释放，因此，力法的基本方法就是求解在 B 端施加的复原力 P_B，而使 B' 复位至 B 点。如果 A 点还有端点附加位移 δ_A，而 B 点还有端点附加位移 δ_B，那么，求取 B 点的复原力 P_B 为：

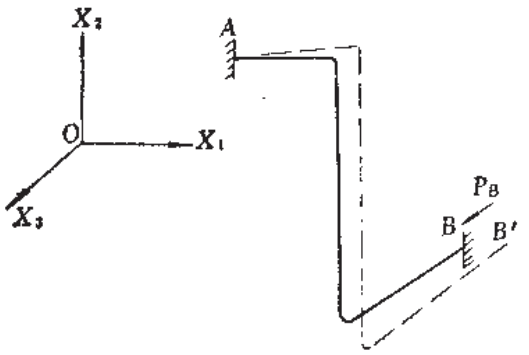


图 6-4 两支点的管系

$$FP_B=EJ(\delta_B-\delta_A-\Delta_{AB})\qquad(6\text{-}13)$$

式中，δ_A、δ_B、Δ_{AB} 和 F 都是转移到 X 基准座标系原点 O 的，而所求得复原力 P_B 亦为作用于原点 O 的力系（此要求对本节下述各段均相同）。实际上 B 点的力系 P_B^*，还必须利用式（6-12），即

$$P_B^*=B_{BO}P_B\qquad(6\text{-}14)$$

以上讨论的是最简单的管系，只有一组六元一次联立方程式。

2.三支点的分支管系

如图6-5a，设O'点为固定端，A和B点为假想自由端。

O'至C的热胀向量为Δ_1，柔度矩阵为F_1；

C至A的热胀向量为Δ_2，柔度矩阵为F_2；

C至B的热胀向量为Δ_3，柔度矩阵为F_3。

$\delta_{O'}$、δ_A、δ_B为O'、A、B点的端点附加位移。假设将分支结点C断开，如图6-5b，这样，就可将三支点的分支管系变为三个两支点的管系。当力与位移及柔度矩阵均以转移到座标原点O之值来表示时，有以下的关系式：

$$\left.\begin{aligned} F_1P_{O'}&=EJ(\delta_C-\delta_{O'}-\Delta_1)\\ F_2P_A&=EJ(\delta_A-\delta_C-\Delta_2)\\ F_3P_B&=EJ(\delta_B-\delta_C-\Delta_3)\end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}15)$$

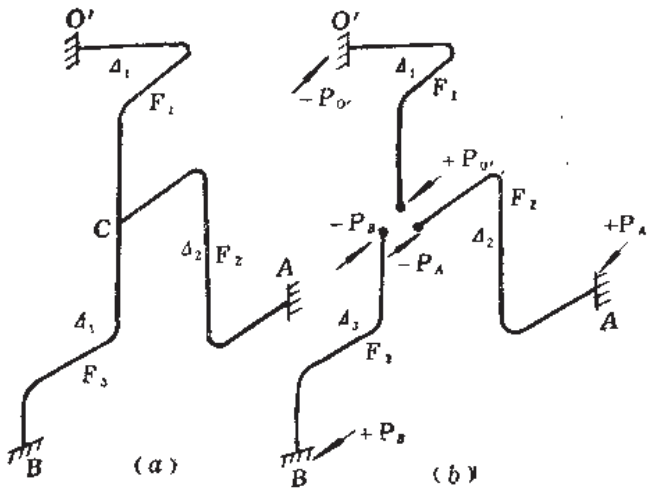


图 6-5　三支点的分支管系

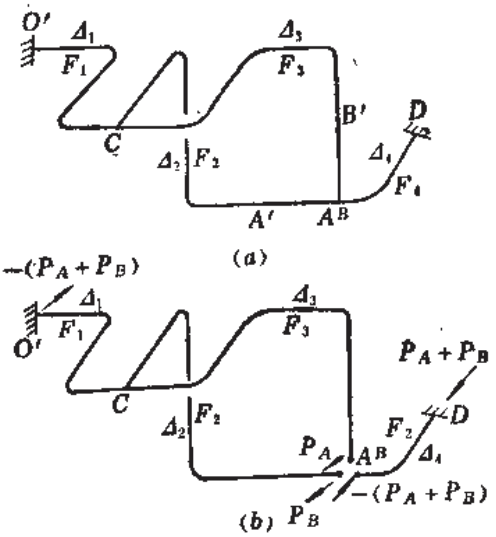


图 6-6　两支点的闭环管系

而且
$$-P_A-P_B+P_{O'}=0$$

经整理消去$P_{O'}$和δ_C，可得以下力的方程式：

$$F_1P_A+F_1P_B+F_2P_A=[\delta_A-\delta_{O'}-(\Delta_1+\Delta_2)]EJ$$
$$F_1P_A+F_1P_B+F_3P_B=[\delta_B-\delta_{O'}-(\Delta_1+\Delta_3)]EJ$$

写成矩阵的型式为：

$$\begin{bmatrix} F_1+F_2 & F_1\\ F_1 & F_1+F_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_A\\ P_B\end{bmatrix}=EJ\begin{bmatrix}\delta_A-\delta_{O'}-(\Delta_1+\Delta_2)\\ \delta_B-\delta_{O'}-(\Delta_1+\Delta_3)\end{bmatrix} \qquad (6\text{-}16)$$

上式P_A和P_B为未知数，需解十二元一次联立方程式。

如果在$O'C$、CA或CB管段上有任意点Q，那么，在Q点上的力系P_Q^*为：

$$\left.\begin{aligned} &O'\sim C:\quad P_Q^*=B_{QO}(P_A+P_B)\\ &C\sim A:\quad P_Q^*=B_{QO}P_A\\ &C\sim B:\quad P_Q^*=B_{QO}P_B\end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}17)$$

3.两支点的闭环管系

如图6-6a，两个固定点O'和D之间有闭环系统为$C\to A'\to A^B\to B'\to C$。

亦可假设将分支结点A^B断开如图6-6b，除去A^B至D一段，其他部分与图6-5相同，可以应用式（6-16），即

$$\begin{bmatrix} F_1+F_2 & F_1 \\ F_1 & F_1+F_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_A \\ P_B \end{bmatrix}=EJ\begin{bmatrix} \delta_A-\delta_{O'}-(\Delta_1+\Delta_2) \\ \delta_B-\delta_{O'}-(\Delta_1+\Delta_3) \end{bmatrix}$$

此时，$\delta_A=\delta_B$

对于$A^B\sim D$支管可以写成：

$$F_4(P_A+P_B)=EJ(\delta_D-\delta_A-\Delta_4)$$

将以上两式整理消去δ_A和δ_B可得：

$$\begin{bmatrix} F_1+F_2+F_4 & F_1+F_4 \\ F_1+F_4 & F_1+F_3+F_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_A \\ P_B \end{bmatrix}=EJ\begin{bmatrix} \delta_D-\delta_{O'}-(\Delta_1+\Delta_2+\Delta_4) \\ \delta_D-\delta_{O'}-(\Delta_1+\Delta_3+\Delta_4) \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}18)$$

4.四支点的分支管系

如图6-7，设O'点为固定端，C、A、B为假想自由端。

从力的平衡条件，可知：

$$\begin{cases} P_{O'}-P_2-P_A=0 \\ P_2-P_C-P_B=0 \end{cases}$$

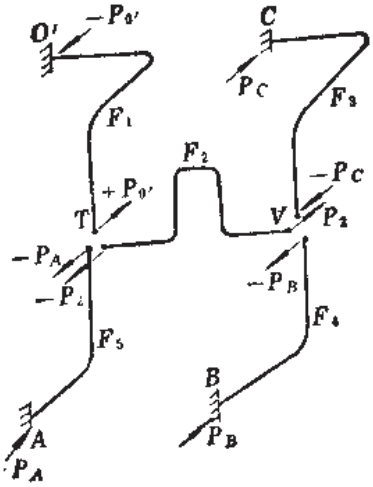


图 6-7　四支点的分支管系

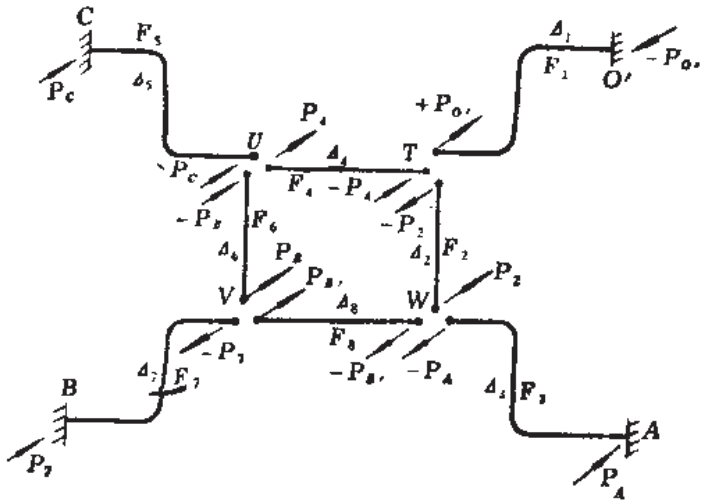


图 6-8　四分支的环形管系

假设将分支结点T和V断开，可以建立以下五个方程式

$$\begin{cases} F_1P_{O'}=EJ(\delta_T-\delta_{O'}-\Delta_{TO'}) \\ F_2P_2=EJ(\delta_V-\delta_T-\Delta_{VT}) \\ F_3P_C=EJ(\delta_C-\delta_V-\Delta_{CV}) \\ F_4P_B=EJ(\delta_B-\delta_V-\Delta_{BV}) \\ F_5P_A=EJ(\delta_A-\delta_T-\Delta_{AT}) \end{cases}$$

经整理消去δ_T、δ_V和P_2、$P_{O'}$，可得以下十八元一次联立方程式：

$$\begin{bmatrix} F_1+F_5 & F_1 & F_1 \\ F_1 & F_1+F_2+F_4 & F_1+F_2 \\ F_1 & F_1+F_2 & F_1+F_2+F_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_A \\ P_B \\ P_C \end{bmatrix}=EJ\begin{bmatrix} \delta_A-\delta_{O'}-(\Delta_{AT}+\Delta_{TO'}) \\ \delta_B-\delta_{O'}-(\Delta_{BV}+\Delta_{VT}+\Delta_{TO'}) \\ \delta_C-\delta_{O'}-(\Delta_{CV}+\Delta_{VT}+\Delta_{TO'}) \end{bmatrix} \tag{6-19}$$

5.四分支的环形管系

从图6-8，设O'点为固定端，C、A、B为自由端。从力的平衡条件，可知：

$$\begin{cases} -P_4-P_2+P_{O'}=0 \\ -P_B-P_C+P_4=0 \\ -P_A-P_{B'}+P_2=0 \\ -P_B-P_{B'}+P_7=0 \end{cases}$$

假设将各分支结点T、U、V、W都断开，可以建立以下八个方程式：

$$\begin{cases} F_1P_{O'}=EJ(\delta_T-\delta_{O'}-\Delta_{TO'}) \\ F_2P_2=EJ(\delta_W-\delta_T-\Delta_{WT}) \\ F_3P_A=EJ(\delta_A-\delta_W-\Delta_{AW}) \\ F_4P_4=EJ(\delta_U-\delta_T-\Delta_{UT}) \\ F_5P_C=EJ(\delta_C-\delta_U-\Delta_{CU}) \\ F_6P_B=EJ(\delta_V-\delta_U-\Delta_{VU}) \\ F_7P_7=EJ(\delta_B-\delta_V-\Delta_{BV}) \\ F_8P_{B'}=EJ(\delta_V-\delta_W-\Delta_{VW}) \end{cases}$$

经整理消去δ_T、δ_U、δ_V、δ_W和P_4、P_2、P_7、$P_{O'}$可得以下二十四元联立方程式：

$$\begin{bmatrix} F_1+F_2+F_3 & F_1 & F_1 & F_1+F_2 \\ F_1 & F_1+F_4+F_5 & F_1+F_4 & F_1 \\ F_1 & F_1+F_4 & F_1+F_4+F_6+F_7 & F_1+F_7 \\ F_1+F_2 & F_1 & F_1+F_7 & F_1+F_2+F_7+F_8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_A \\ P_C \\ P_B \\ P_{B'} \end{bmatrix}$$

$$=EJ\begin{bmatrix} \delta_A-\delta_{O'}-(\Delta_3+\Delta_2+\Delta_1) \\ \delta_C-\delta_{O'}-(\Delta_5+\Delta_4+\Delta_1) \\ \delta_B-\delta_{O'}-(\Delta_7+\Delta_6+\Delta_4+\Delta_1) \\ \delta_{B'}-\delta_{O'}-(\Delta_8+\Delta_7+\Delta_2+\Delta_1) \end{bmatrix} \tag{6-20}$$

式中P_B途经 $B\to V\to U\to T\to O'$；

$P_{B'}$途经 $B\to V\to W\to T\to O'$。

从以上示例，可知力法的荷载-变位方程式有一定的规律性，除了柔度矩阵的变形系数沿对角线对称之外，方程式右端每个复原力的变位项为此复原力至固定端途经各管段变位之和；方程式左端各变形系数分别为有关各复原力途经变形系数之和。根据此规律，对于任何复杂的管系，都可以立即列出其荷载-变位方程式。

二、位移法

位移法以独立结点位移为基本未知量。也用以下几种常用的管系为例。

1.三支点的分支管系

如图6-5a，在结点C可以建立以下方程式：

$$\left.\begin{aligned} &P_{O'}-P_A-P_B=0\\ &P_{O'}=K_1(\delta_C-\delta'_O-\Delta_{CO'})EJ\\ &P_A=K_2(\delta_A-\delta_C-\Delta_{AC})EJ\\ &P_B=K_3(\delta_B-\delta_C-\Delta_{BC})EJ \end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}21)$$

整理可得：

$$K_1(\delta_C-\delta_{O'}-\Delta_{CO'})-K_2(\delta_A-\delta_C-\Delta_{AC})-K_3(\delta_B-\delta_C-\Delta_{BC})=0$$

或

$$(K_1+K_2+K_3)\delta_C=K_1(\delta_{O'}+\Delta_{CO'})+K_2(\delta_A+\Delta_{CA})+K_3(\delta_B+\Delta_{CB}) \qquad (6\text{-}22)$$

注：$\Delta_{CA}=-\Delta_{AC}$，$\Delta_{CB}=-\Delta_{BC}$

求取结点位移δ_C后代入式（6-21），可得力系P_A、P_B和P'_O。

2.四支点的分支管系

如图6-7，在结点T可以建立以下方程式：

$$\left.\begin{aligned} &P_{O'}-P_A-P_2=0\\ &P_{O'}=K_1(\delta_T-\delta_{O'}-\Delta_{TO'})EJ\\ &P_2=K_2(\delta_V-\delta_T-\Delta_{VT})EJ\\ &P_A=K_5(\delta_A-\delta_T-\Delta_{AT})EJ \end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}23)$$

经整理可得：

$$(K_1+K_2+K_5)\delta_T-K_2\delta_V=K_1(\delta_{O'}+\Delta_{TO'})+K_2\Delta_{TV}+K_5(\delta_A+\Delta_{TA}) \qquad (6\text{-}23a)$$

注：$\Delta_{TV}=-\Delta_{VT}$，$\Delta_{TA}=-\Delta_{AT}$

在结点V可以建立以下方程式：

$$\left.\begin{aligned} &-P_C+P_2-P_B=0\\ &P_2=K_2(\delta_V-\delta_T-\Delta_{VT})EJ\\ &P_C=K_3(\delta_C-\delta_V-\Delta_{CV})EJ\\ &P_B=K_4(\delta_B-\delta_V-\Delta_{BV})EJ \end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}24)$$

经整理可得：

$$(K_2-K_3+K_4)\delta_V-K_2\delta_T=K_3(\delta_C+\Delta_{VC})+K_2\Delta_{VT}+K_4(\delta_B-\Delta_{VB}) \qquad (6\text{-}24a)$$

注：$\Delta_{VC}=-\Delta_{CV}$，$\Delta_{VB}=-\Delta_{BV}$

将式（6-23a）和（6-24a）合并，可求结点T、V位移的方程式如下：

$$\begin{bmatrix} K_1+K_2+K_5 & -K_2\\ -K_2 & K_2+K_3+K_4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \delta_T\\ \delta_V \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} K_1(\delta_{O'}-\Delta_{TO'})+K_2\Delta_{TV}+K_5(\delta_A+\Delta_{TA})\\ K_3(\delta_C+\Delta_{VC})+K_2\Delta_{VT}+K_4(\delta_B+\Delta_{VB}) \end{bmatrix} \qquad (6\text{-}25)$$

求取结点位移δ_T和δ_V后代入式（6-23）和（6-24）可得力系$P_{O'}$、P_C、P_B、P_A及P_2。

3.四支点的环形管系

如图6-8，在结点T可以建立以下方程式：

$$\left.\begin{aligned} &-P_4-P_2+P_{O'}=0\\ &P_{O'}=K_1(\delta_T-\delta_{O'}-\Delta_{TO'})EJ\\ &P_2=K_2(\delta_W-\delta_T-\Delta_{WT})EJ\\ &P_4=K_4(\delta_U-\delta_T-\Delta_{UT})EJ \end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}26)$$

在结点U可以建立以下方程式：

$$\left.\begin{aligned} &P_4-P_C-P_B=0\\ &P_4=K_4(\delta_U-\delta_T-\Delta_{UT})EJ\\ &P_C=K_2(\delta_C-\delta_U-\Delta_{CU})EJ\\ &P_B=K_6(\delta_V-\delta_U-\Delta_{VU})EJ \end{aligned}\right\} \qquad (6\ 27)$$

在结点V可以建立以下方程式：

$$\left.\begin{aligned} &P_B+P_{B'}-P_7=0\\ &P_B=K_6(\delta_V-\delta_U-\Delta_{VU})EJ\\ &P_{B'}=K_8(\delta_V-\delta_W-\Delta_{VW})EJ\\ &P_7=K_3(\delta_B-\delta_V-\Delta_{BV})EJ \end{aligned}\right\} \qquad (6\ 28)$$

在结点W可以建立以下方程式：

$$\left.\begin{aligned} &P_2-P_{B'}-P_A=0\\ &P_2=K_2(\delta_W-\delta_T-\Delta_{WT})EJ\\ &P_{B'}=K_8(\delta_V-\delta_W-\Delta_{VW})EJ\\ &P_A=K_3(\delta_A-\delta_W-\Delta_{AW})EJ \end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}29)$$

经整理，消去$P_{O'}$、P_2、P_4、P_C、P_B、$P_{B'}$、P_7、P_A，可得出结点T、U、V、W的位移方程式：

$$\begin{bmatrix} K_1+K_2+K_4 & -K_4 & 0 & -K_2\\ -K_4 & K_4+K_5+K_6 & -K_6 & 0\\ 0 & -K_6 & K_6+K_7+K_8 & -K_8\\ -K_2 & 0 & -K_8 & K_2+K_3+K_8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_T\\ \delta_U\\ \delta_V\\ \delta_W \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} K_1(\delta_{O'}+\Delta_{TO'})+K_4\Delta_{TU}+K_2\Delta_{TW}\\ K_5(\delta_C+\Delta_{UC})+K_4\Delta_{UT}+K_6\Delta_{UV}\\ K_7(\delta_B+\Delta_{VB})+K_6\Delta_{VU}+K_8\Delta_{VW}\\ K_3(\delta_A+\Delta_{WA})+K_2\Delta_{WT}+K_8\Delta_{WV} \end{Bmatrix} \qquad (6\text{-}30)$$

将求出的结点位移δ_T、δ_U、δ_V、δ_W代入式（6-26）至（6-29），可得力系$P_{O'}$、P_C、P_7、P_A及P_2、P_4、P_B、P_8。

（注：$\Delta_{TU}=-\Delta_{UT}$；$\Delta_{VU}=-\Delta_{UV}$；$\Delta_{VW}=-\Delta_{WV}$；$\Delta_{TW}=-\Delta_{WT}$）

从以上示例可知，位移法的荷载-变位方程式也有一定的规律性，除了刚度矩阵的刚度系数沿对角线对称之外，方程式右端每个结点的力项为与结点连接的有关管段的刚度系数乘上位移（端点位移及热胀位移）；方程式左端的各刚度系数为该结点位移乘上各连接管段的刚度系数之和，至相邻结点的位移则乘以相连管段的刚度系数的负数。根据此规律，对于任何复杂的环形管系，都可以立即列出其荷载变位方程式。

若管系的结点为n，采用位移法就需要解$n\times 6$元一次联立方程式。

一般说来，采用力法比较直观，而采用位移法比较复杂，还需要求变形系数的逆矩阵，但是对于求解环形管系，采用位移法较为有利，可以减少方程式的元数。

第三节 等值刚度法

上节介绍了仅考虑位移荷载的多分支管系作静力分析的基本方法——力法和位移法。这些方法虽然原则上是可行的，但是若要深入涉及方程的细节时就显得很复杂，当管系较复杂，尤其在要考虑自重荷载和支吊架的影响时，更是如此。此外，用力法和位移法来编制计算程序时，方法的逻辑性不够系统，判断也很复杂，增加了程序编制的复杂性。因此，实用的管道计算程序所采用的方法，往往结合管系结构的特点，采用一些特殊处理的手法，使描述管系模型的数学式具有合乎逻辑的规律性，以利于计算程序的编制，同时，尽量避免高阶方程，以减少对计算机存储容量的要求。以下各节将介绍几个实用的算法。

等值刚度法（以后简称等值法）是实用的算法之一，是我国电力部门的第一个计算多分支管系的机算方法，已经用ALGOL-60算法语言编有计算程序，使用于国产TQ-16型计算机上[42]。

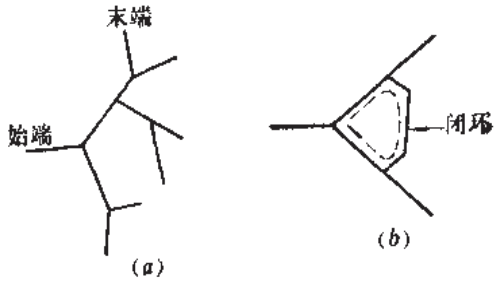


图 6-9 树枝状和环状管系
（a）树枝状管系；（b）环状管系

等值法适用于计算“树枝”状的多分支管系❶。所谓树枝状是指管系可以有各种分岔，但不能形成闭环（图6-9）。管系的荷载可以有热膨胀、端点附加位移、冷紧等位移荷载以及管道的自重荷载，而且管系还考虑了不同类型的支吊架的作用，因之计算是全面的。

一、基本原理

等值法计算树枝状多分支管系时，除管道分支外，对支吊架亦视作一个无热膨胀及重量的但具有一定刚度的分支，因之整个管系就构成一个复杂的树枝状结构（图6-10）。相邻岔点之间或岔点与端点之间称为一个分支，管道分支又由直元件或弧元件所组成。

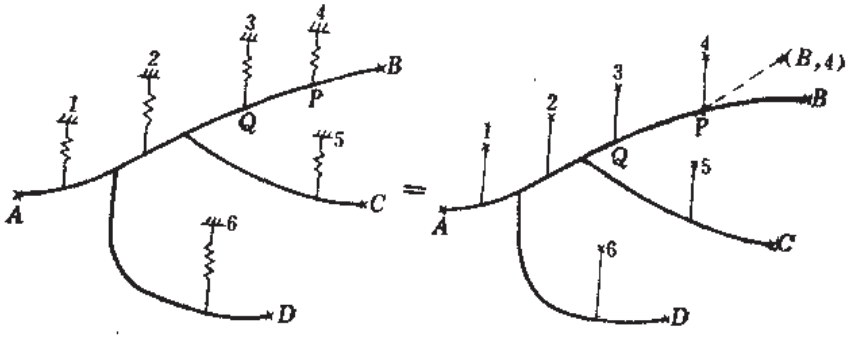


图 6-10 相当的树枝状结构

取任一管端A为始端，其余管端B、C、D为末端，自任一末端开始（例如B）将相邻支岔分支（例如管道分支P-B及支吊架分支P-4），合并成（P-$B4$）分支（虚线所示），

❶ 近来有用等值法原理结合位移法编成的可算环状管系的计算程序[56]。

支，也可以是不同类型的支吊架分支，公式（6-32）则是对这种可能的综合描写（见表6-1）。

表 6-1　　公式（6-32）对不同类型分支的描写

分支类型	令	公式 (6-32)	备注
管道分支	$P_{C(2)}=0$	$F_{(2)}P_{(2)}+MD_{(2)}+D_{(2)}=SD_{(2)}$	
刚性支吊架 或导向支架 或固定支架	$P_{C(2)}=0$ $MD_{(2)}=0$ $D_{(2)}=0$	$F_{(2)}P_{(2)}=SD_{(2)}$ 或 $P_{(2)}=K_2SD_{(2)}$	根据支吊架类型取相应的刚度矩阵$K_{(2)}$（见后（四）支吊架分支的刚度矩阵）
普通弹簧吊架	$MD_{(2)}=0$ $D_{(2)}=0$	$F_{(2)}(P_{(2)}-P_{C(2)})=SD_{(2)}$① 或 $P_{(2)}-P_{C(2)}=K_{(2)}SD_{(2)}$	$K_{(2)}$为弹簧吊架的刚度矩阵（见后（四）支吊架分支的刚度矩阵）
恒作用力吊架	$MD_{(2)}=0$ $D_{(2)}=0$	$F_{(2)}(P_{(2)}-P_{C(2)})=SD_{(2)}$ 或 $P_{(2)}-P_{C(2)}=K_{(2)}SD_{(2)}$	$K_{(2)}$为恒力吊架刚度矩阵 $diag\{0,0,0,0,0,0\}$ 由此$P_{(2)}-P_{C(2)}=0$即$P_{(2)}=P_{C(2)}$为恒力特性

① 需要说明的是普通弹簧吊架的公式：为使弹簧加上预压缩力，必须将支吊分支末端往上提，即相当于加上$MD_{(2)}$，其值为$-F_{(2)}P_{C(2)}+SD_{C(2)}$（式中$SD_{C(2)}$为加预压缩力时Q点的位移，见图6-12），按此，公式(6-32)应为 $F_{(2)}P_{(2)}-F_{(2)}P_{C(2)}+SD_{C(2)}=SD_{(2)}$。但从上式可得知，在加预压缩力时若存在$K_{(2)}SD_{C(2)}=0$的关系，则$SD_{C(2)}$项的加入与否是没有影响的。为简化程序的编制，在公式(6-32)中取消了$SD_{C(2)}$项，而在安排机算程序各工况时(见本节三)使符合$K_{(2)}SD_{C(2)}=0$的条件。

此外，对于弹簧预压缩力$P_{C(2)}$不要与实际支吊架在安装时的安装荷重相混，它应是所算工况的出发状态的弹簧荷重，本节之三中所列各计算工况，其$P_{C(2)}$值是各不相同的。

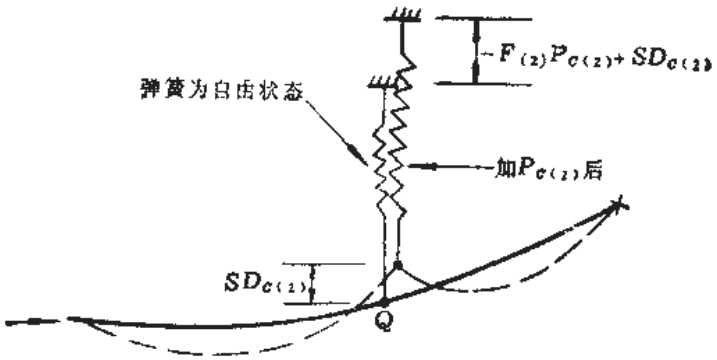


图 6-12　弹簧吊架分支加预压缩力$P_{C(2)}$时的末端位移

下面继续对公式（6-31）～(6-35)推导：

由（6-32）　$P_{(2)}=F_{(2)}^{-1}(MD_{(1)}-MD_{(2)}-D_{(2)})+P_{C(2)}$　　（6-36）

由（6-33）　$P_{(3)}=F_{(3)}^{-1}(MD_{(1)}-MD_{(3)}-D_{(3)})$　　（6-37）

将式（6-36）、（6-37）代入（6-35）：

$$P_{(1)}=P_{(2)}+P_{(3)}-P_{w(1)}$$
$$=(F_{(2)}^{-1}+F_{(3)}^{-1})MD_{(1)}-[F_{(2)}^{-1}(MD_{(2)}+D_{(2)})+F_{(3)}^{-1}(MD_{(3)}+D_{(3)})]$$
$$+P_{C(2)}-P_{w(1)}$$

$$MD_{(1)}=P_{(1)}(F_{(2)}^{-1}+F_{(3)}^{-1})^{-1}+(F_{(2)}^{-1}+F_{(3)}^{-1})^{-1}[F_{(2)}^{-1}(MD_{(2)}+D_{(2)})$$

$$+F_{(3)}^{-1}(MD_{(3)}+D_{(3)})-P_{G(2)}+P_{w(1)}] \tag{6-38}$$

将式（6-38）代入（6-31）：

$$[F_{(1)}+(F_{(2)}^{-1}+F_{(3)}^{-1})^{-1}]P_{(1)}+(F_{(2)}^{-1}+F_{(3)}^{-1})^{-1}[F_{(2)}^{-1}(MD_{(2)}+D_{(2)})$$
$$+F_{(3)}^{-1}(MD_{(3)}+D_{(3)})-P_{G(2)}+P_{w(1)}]+D_{(1)}=MD_{(0)} \tag{6-39}$$

令
$$EMF_{(1)}=(F_{(2)}^{-1}+F_{(3)}^{-1})^{-1}=(K_{(2)}+K_{(3)})^{-1} \tag{6-40}$$
$$EF_{(1)}=F_{(1)}+EMF_{(1)} \tag{6-41}$$
$$EMD_{(1)}=EMF_{(1)}[K_{(2)}(MD_{(2)}+D_{(2)})+K_{(3)}(MD_{(3)}+D_{(3)}$$
$$-P_{G(2)}+P_{w(1)}] \tag{6-42}$$

得
$$EF_{(1)}P_{(1)}+EMD_{(1)}+D_{(1)}=MD_{(0)} \tag{6-43}$$
$$P_{(1)}=EF_{(1)}^{-1}(MD_{(0)}-EMD_{(1)}-D_{(1)}) \tag{6-44}$$

由（6-31）得 $$MD_{(1)}=MD_{(0)}-F_{(1)}P_{(1)}-D_{(1)} \tag{6-45}$$

由（6-32）得 $$P_{(2)}=K_{(2)}(MD_{(1)}-MD_{(2)}-D_{(2)})+P_{G(2)} \tag{6-46}$$

由（6-33）得 $$P_{(3)}=K_{(3)}(MD_{(1)}-MD_{(3)}-D_{(3)}) \tag{6-47}$$

根据以上对三岔分支推得的公式，可以推广应用到任何复杂的树枝状管系中去，即利用式（6-40）、（6-41）、（6-42）、（6-43）逐个合并岔支成一等值单支，利用公式（6-44）求得始端力$P_{(1)}$，然后利用公式（6-45）、（6-46）、（6-47）逐步分解等值分支（回代），求得整个管系各分支的力及位移值。

等值刚度法的含义是明显的。$EMF_{(1)}=(K_{(2)}+K_{(3)})^{-1}$是第2、第3两个并联分支的总柔度；$EF_{(1)}=F_{(1)}+EMF_{(1)}$则为它与第1分支串联后的柔度，即当第2、第3分支的末端固定在第1分支始端所感受的柔度。从另一方面看，再将（6-39）式写成：

$$F_{(1)}P_{(1)}+(F_{(2)}^{-1}+F_{(3)}^{-1})^{-1}\{P_{(1)}+P_{w(1)}-P_{G(2)}-[-K_{(2)}(MD_{(2)}+D_{(2)})]$$
$$-[-K_{(3)}(MD_{(3)}+D_{(3)})]\}+D_{(1)}=MD_{(0)}$$

其中$(P_{(1)}+P_{w(1)})-\{P_{G(2)}+[-K_{(2)}(MD_{(2)}+D_{(2)})]+[-K_{(3)}(MD_{(3)}+D_{(3)})]\}$为将分支2、3的Q点固定在原来位置不动所需的力与第1分支作用在Q点的力（$P_{(1)}+P_{w(1)}$）的差值，此差值将使Q点位移，其位移值为$(F_{(2)}^{-1}+F_{(3)}^{-1})^{-1}\{P_{(1)}+P_{w(1)}-P_{(2)}-[-K_{(2)}(MD_{(2)}+D_{(2)})]-[-K_{(3)}(MD_{(3)}+D_{(3)})]\}$，即式（6-39）相当于考虑了2、3分支后的第1分支的等值变形协调方程，整个树状管系全部合并过程的意义是一样的。

从以上公式推演及逐岔衔接的过程，可以看出，等值法是合乎逻辑的，是有其规律性的，并且整个解算过程只是对一系列6×6矩阵的运算。

（二）力与位移的转移

等值法所有算式中的力与位移均系转移到基准座标系原点之值，在计算中经常有力或位移由计算点转移到座标原点，或由原点转移到计算点。

作用于X座标系（X_1、X_2、X_3）原点a的力P_{aa}转移至b（x_{1b}、x_{2b}、x_{3b}）点并旋转到λ座标系（λ_1、λ_2、λ_3）时，$P_{b\lambda}$与P_{aa}的关系为（图6-13）：

$$P_{b\lambda}=\overline{\underline{B}}P_{aa} \tag{6-48}$$

式中 $\underset{\sim}{B}$为力的传递矩阵：

$$\underset{\sim}{B}=\begin{bmatrix} \Lambda_{\lambda x} & 0 \\ 0 & \Lambda_{\lambda x} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I & 0 \\ -\Gamma_{ab} & I \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \Lambda_{\lambda x} & 0 \\ -\Lambda_{\lambda x}\Gamma_{ab} & \Lambda_{\lambda x} \end{bmatrix}$$

其中

$$\Lambda_{\lambda x}=\begin{bmatrix} \cos(\lambda_1, X_1) & \cos(\lambda_1, X_2) & \cos(\lambda_1, X_3) \\ \cos(\lambda_2, X_1) & \cos(\lambda_2, X_2) & \cos(\lambda_2, X_3) \\ \cos(\lambda_3, X_1) & \cos(\lambda_3, X_2) & \cos(\lambda_3, X_3) \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_{ab}=\begin{bmatrix} 0 & -x_{3b} & x_{2b} \\ x_{3b} & 0 & -x_{1b} \\ -x_{2b} & x_{1b} & 0 \end{bmatrix}$$

$\cos(\lambda_1, X_1)$——λ_1轴与X_1轴间的夹角余弦。

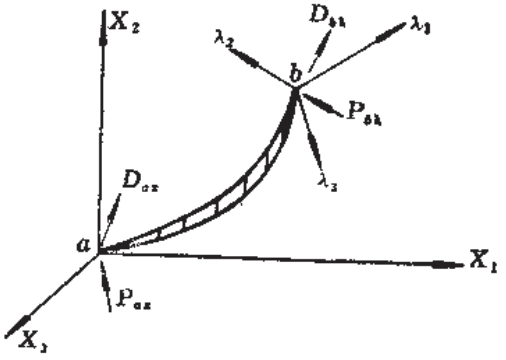


图 6-13 力与位移在X及λ座标系间的转移

反之，将力$P_{b\lambda}$转移到a点X座标系，则

$$P_{ax}=\underset{\sim}{B}^{-1}P_{b\lambda} \qquad (6\text{-}49)$$

式中 $\underset{\sim}{B}^{-1}$为$\underset{\sim}{B}$的逆矩阵，等于：

$$\underset{\sim}{B}^{-1}=\begin{bmatrix} \Lambda_{\lambda x} & 0 \\ -\Lambda_{\lambda x}\Gamma_{ab} & \Lambda_{\lambda x} \end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix} \Lambda_{\lambda x}^T & 0 \\ \Gamma_{ab}\Lambda_{\lambda x}^T & \Lambda_{\lambda x}^T \end{bmatrix}$$

位于b（x_{1b}、x_{2b}、x_{3b}）点λ座标系的变位$D_{b\lambda}$转移到X座标系原点a，则

$$D_{ax}=\underset{\sim}{B}^T D_{b\lambda} \qquad (6\text{-}50)$$

式中 $\underset{\sim}{B}^T$为$\underset{\sim}{B}$的转置矩阵，等于：

$$\underset{\sim}{B}^T=\begin{bmatrix} I & \Gamma_{ab} \\ 0 & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Lambda_{\lambda x}^T & 0 \\ 0 & \Lambda_{\lambda x}^T \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \Lambda_{\lambda x}^T & \Gamma_{ab}\Lambda_{\lambda x}^T \\ 0 & \Lambda_{\lambda x}^T \end{bmatrix}$$

反之，将位移D_{ax}转移到b点λ座标系，则

$$D_{b\lambda}=\left(\underset{\sim}{B}^T\right)^{-1}D_{ax} \qquad (6\text{-}51)$$

式中 $\left(\underset{\sim}{B}^T\right)^{-1}$为$\underset{\sim}{B}^T$的逆矩阵，等于：

$$\left(\underset{\sim}{B}^T\right)^{-1}=\begin{bmatrix} \Lambda_{\lambda x}^T & \Gamma_{ab}\Lambda_{\lambda x}^T \\ 0 & \Lambda_{\lambda x}^T \end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix} \Lambda_{\lambda x} & -\Lambda_{\lambda x}\Gamma_{ab} \\ 0 & \Lambda_{\lambda x} \end{bmatrix}$$

$$=\left(\underset{\sim}{B}^{-1}\right)^T$$

（三）管道元件的柔度矩阵

管道分支由管道元件所组成，像静力分析法一样，等值法中用的元件柔度矩阵也是相对于基准座标系座标原点的。结合机算的特点，等值法对元件柔度矩阵的求算过程是：（1）确定元件座标系；（2）计算相对于元件座标系的元件柔度矩阵；（3）把元件座

$$\vec{e}_{\lambda 2}=\begin{bmatrix}\cos(X_1,\lambda_2)\\ \cos(X_2,\lambda_2)\\ \cos(X_3,\lambda_2)\end{bmatrix}=\vec{e}_{\lambda 2q}$$

即λ_2轴的方向取为与弧前直元件的走向一致；

$$\vec{e}_{\lambda 3}=\begin{bmatrix}\cos(X_1,\lambda_3)\\ \cos(X_2,\lambda_3)\\ \cos(X_3,\lambda_3)\end{bmatrix}=\frac{\vec{e}_{\lambda 2}\times\vec{e}_{\lambda 2H}}{|\vec{e}_{\lambda 2}\times\vec{e}_{\lambda 2H}|}$$

即λ_3轴的方向取为弧的前后两直元件所组成的平面的法线方向（由$\vec{e}_{\lambda 2q}$旋至$\vec{e}_{\lambda 2H}$符合右旋定则）；

$$\vec{e}_{\lambda 1}=\begin{bmatrix}\cos(X_1,\lambda_1)\\ \cos(X_2,\lambda_1)\\ \cos(X_3,\lambda_1)\end{bmatrix}=\vec{e}_{\lambda 2}\times\vec{e}_{\lambda 3}$$

即λ_1轴的方向取为垂直于λ_2、λ_3轴，并由λ_2旋至λ_3轴符合右旋定则。

式中 $\vec{e}_{\lambda 2q}$、$\vec{e}_{\lambda 2H}$——分别为弧元件前、后两个直元件的元件座标系的λ_i轴方向的单位矢量。

这些元件座标系的方向由计算机利用上述算式自动确定。

2.相对元件座标系的元件柔度矩阵

等值法的元件变形系数直接利用第五章静力分析法中所推证的算式（注意，等值法是假定末端固定求始端的力，与静力分析法恰巧相反，因之，在用变形系数时要把E、F端的方向迫反过来）。

由于元件座标系与元件的位置、走向有较为简单的相对关系，因此，这些变形系数也较简单：

（1）直元件的元件座标系集中力柔度矩阵：

$$F_\lambda=diag\left[\frac{L^3}{12},\ \frac{LJ}{A},\ \frac{L^3}{12},\ L,\ 1.3L,\ L\right]\times\frac{1}{EJ}$$

（$diag[\times,\ \times,\ \times,\ \times,\ \times,\ \times]$为对角矩阵）

式中 L——直元件的长度；

A——管子横截面积；

J——管子的断面惯性矩；

E——材料的弹性模数。

（2）弧元件的元件座标系集中力柔度矩阵：

$$F_\lambda=\begin{bmatrix}s_b'_b & -s_a'_b & 0 & 0 & 0 & s_b'\\ -s_a'_b & s_a'_a & 0 & 0 & 0 & -s_a'\\ 0 & 0 & u_0'_0+v_0'_0 & -v_0' & u_0' & 0\\ 0 & 0 & -v_0' & v' & q' & 0\\ 0 & 0 & u_0' & q' & u' & 0\\ s_b' & -s_a' & 0 & 0 & 0 & s'\end{bmatrix}$$

式中 $s'_{bb}=\frac{kR^3}{2EJ}(\varphi-\sin\varphi\cos\varphi)$ $s'_{aa}=\frac{kR^3}{2EJ}(\varphi+\sin\varphi\cos\varphi)$

$s'_{ab}=\frac{kR^3}{2EJ}\sin^2\varphi$ $u'_{00}+v'_{00}=\frac{1.3\varphi R^3}{EJ}$

$$v'=\frac{R}{EJ}\left[\frac{1.3}{2}(\varphi-\sin\varphi\cos\varphi)+\frac{k}{2}(\varphi+\sin\varphi\cos\varphi)\right]$$

$$u'=\frac{R}{EJ}\left[\frac{1.3}{2}(\varphi+\sin\varphi\cos\varphi)+\frac{k}{2}(\varphi-\sin\varphi\cos\varphi)\right]$$

$s'=\frac{kR\varphi}{EJ}$ $q'=\frac{k-1.3}{2EJ}R\sin^2\varphi$ $v'_0=\frac{1.3R^2}{EJ}(1-\cos\varphi)$

$u'_0=\frac{1.3R^2}{EJ}\sin\varphi$ $s'_a=\frac{kR^2}{EJ}\sin\varphi$ $s'_b=\frac{kR^2}{EJ}(1-\cos\varphi)$

其中 φ ——弧元件圆弧张角；

k ——元件的柔性系数；

R ——弧元件弯曲半径。

（3）直元件的元件座标系均布荷载柔度矩阵：

$$F_{w\lambda}=\begin{bmatrix}\frac{L^4}{24} & 0 & 0\\ 0 & \frac{L^2J}{2A} & 0\\ 0 & 0 & \frac{L^4}{24}\\ 0 & 0 & -\frac{L^3}{6}\\ 0 & 0 & 0\\ \frac{L^3}{6} & 0 & 0\end{bmatrix}\times\frac{1}{EJ}$$

（4）弧元件的元件座标系均布荷载柔度矩阵：

$$F_{w\lambda}=\begin{bmatrix}w'_{bb} & w'_{ab} & 0\\ w'_{ba} & w'_{aa} & 0\\ 0 & 0 & w'_{vv}\\ 0 & 0 & w'_{v}\\ 0 & 0 & w'_{\varphi}\\ w'_{b} & w'_{a} & 0\end{bmatrix}$$

式中 $w'_v=\frac{kR^3}{EJ}(-\varphi\sin\varphi-2\cos\varphi+2)$

$w'_{ab}=\frac{kR^4}{EJ}(0.25\varphi+0.5\varphi\cos^2\varphi-0.75\sin\varphi\cos\varphi)$

$w'_{aa}=-\frac{kR^4}{EJ}[0.25\varphi(\varphi+2\sin\varphi\cos\varphi)-0.75\sin^2\varphi]$

式中 K_T——弹簧组的刚度系数，对刚性支吊架K_T取极大值；对恒作用力支吊架$K_T=0$；对普通弹簧支吊架K_T=弹簧组的刚度$=\frac{K\cdot BS}{CS}$，BS为弹簧的并联数、CS为弹簧的串联数、K为弹簧的刚度。

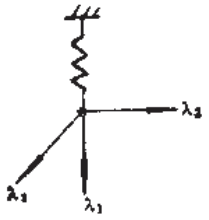


图 6-16 吊架和滑动支架的元件座标系

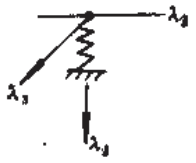




图 6-17 导向支架的元件座标系

（2）导向支架：把导向支架对管道的约束理解为除沿导轨方向的滑动外，其他方向均不能自由移动或转动。当支架的元件座标系取成图6-17时，则相对于元件座标系的刚度矩阵为：

$$K_\lambda=diag[D_A,\ 0,\ D_A,\ D_A,\ D_A,\ D_A]$$

式中 D_A——极大值。

（3）固定支架：不允许管道作任何方向的移动或转动，因此相对于元件座标系的刚度矩阵为：

$$K_\lambda=diag[D_A,\ D_A,\ D_A,\ D_A,\ D_A,\ D_A]$$

取固定支架的元件座标系与有关管道（直元件）的元件座标系一致。

2.支吊架相对于基准座标系的刚度矩阵

由支吊架的元件座标系刚度矩阵K_λ，可用下列公式求取基准座标系的刚度矩阵K：

$$K=\underset{\sqcup}{\overset{\sqcap}{B}}^{-1}\ K_\lambda\left(\underset{\sqcup}{\overset{\sqcap}{B}}^{-1}\right)^T$$

式中 $\underset{\sqcup}{\overset{\sqcap}{B}}^{-1}$——由元件座标系原点到基准座标系原点的力的传递矩阵；

$\left(\underset{\sqcup}{\overset{\sqcap}{B}}^{-1}\right)^T$——由基准座标系原点到元件座标系原点的位移的传递矩阵，即$\underset{\sqcup}{\overset{\sqcap}{B}}^{-1}$的转置矩阵。

（五）自重均布荷载作用下的分支始端变位

（1）在自重均布荷载作用下，分支始端的变位是自重荷载作用在各组成元件上所引起变位的迭加：

$$D_W=\sum_{j=1}^{n}D_{W(j)}$$

式中 n——该分支内的元件数。

（2）作用在第j个元件上的均布荷载所产生的变位又由两部分组成：

$$D_{W(j)}=F_{W(j)}W_{(j)}+\left(\sum_{s=j+1}^{n}F_s\right)P_{W(j)}$$

$F_{W(j)}$ $W_{(j)}$为均布荷载作用下元件本身的自重变形在基准座标系原点上的值。当规

定基准座标系的Y轴垂直向上时，自重均布荷载为$W_{(j)}=\{0 \quad -w \quad 0\}$，其中$w$为每米管道的重量；$F_{w(j)}$则为相对基准座标系的$j$元件的均布荷载柔度矩阵。

$\left(\sum_{s=j+1}^{n} F_s\right) P_{w(j)}$为均布荷载作用下后续元件的变形。像第五章静力分析法中所介绍的一样，作用在第j个元件上的自重（图6-18中的FE段），将使固定端侧$E \rightarrow B$段各元件变形，这相当于一个集中荷载对$E \rightarrow B$段的作用，这个荷载作用于j元件的重心，其值为$-wL$（L为FE段的长度）。将这个集中力移到基准座标系原点后，则为：

$$P_{w(j)}=\{0 \quad -wL \quad 0 \quad wLx_{3c} \quad 0 \quad -wLx_{1c}\}$$

其中 x_{3c}、x_{2c}、x_{1c}为元件FE的重心在基准座标系上的座标值。

在$P_{w(j)}$作用下，后续元件变形，在基准座标系原点上产生的变位则为$\left(\sum_{s=j+1}^{n} F_s\right) \times P_{w(j)}$，其中$F_s$为$s$号后续元件的基准座标系集中力柔度矩阵。

（六）位移荷载作用下的分支始端变位D_Δ

D_Δ为由热膨胀（冷缩）或冷紧引起的分支始端变位。

（1）由热膨胀（冷缩）引起的分支始端变位：

$$D_{\Delta T}=\alpha \Delta T\{x_{1a}-x_{1b} \quad x_{2a}-x_{2b} \quad x_{3a}-x_{3b} \quad 0 \quad 0 \quad 0\}$$

式中 α——钢材的线膨胀系数；

ΔT——温升（温降）值；

x_{1a}、x_{2a}、x_{3a}——分支始端的座标；

x_{1b}、x_{2b}、x_{3b}——分支末端的座标。

（2）由冷紧引起的分支始端变位：

$$D_{\Delta P}=\{\Delta x_{1P} \quad \Delta x_{2P} \quad \Delta x_{3P} \quad 0 \quad 0 \quad 0\}$$

式中 Δx_{1P}、Δx_{2P}、Δx_{3P}——为相应x_1、x_2、x_3轴方向的冷紧值，若分支末端固定、始端释放，则冷紧使分支始端的变位与座标轴方向相同时为正值，相反时为负值。

（3）$D_\Delta=D_{\Delta T}+D_{\Delta P}$

由于$D_{\Delta T}$和$D_{\Delta P}$无角位移项，故D_Δ由分支始端处转移到基准座标系原点处时，其值不变。

三、计算方法

由以上介绍的等值法的算式，可以解出给定条件下的管系各点上的力和位移。根据管道设计所要求的计算内容，可安排若干个工况求得全部需要的数据，而每个工况的给定条件是与该工况所要求计算的数据相对应。

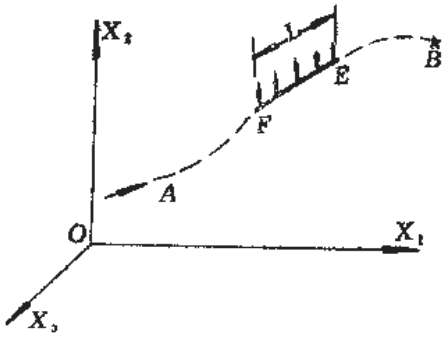


图 6-18 在均布荷载作用下后续元件的变形

（一）计算内容

等值法已用ALGOL-60算法语言编有全套计算程序，程序实现了对下列内容的计算：

（1）管道在工作状态下，由内压和持续外载（自重）作用下的一次应力验算，并给

出工作状态下各支吊点的荷重。

（2）管道由于热胀、冷缩和其它位移受约束而产生的二次应力验算，按管道的全补偿值和钢材在20℃时的弹性模数计算，并考虑弹簧附加力的影响。

（3）管道在工作状态下对设备（或端点）的推力和力矩的计算。考虑热胀、端点附加位移、有效冷紧和自重，按钢材在计算温度下的弹性模数计算。

（4）管道在冷状态下对设备（或端点）的推力和力矩的计算。考虑冷紧、自重和弹簧附加力，按钢材在20℃时的弹性模数计算。

对于工作状态和冷状态的推力，均须比较运行初期的和管系应变达到自均衡时的力和力矩，取其大者作为评定设备（或厂房结构）是否允许的依据。

（5）管道由冷状态到工作状态的热位移值的计算。按管道的全补偿值和钢材在20℃时的弹性模数计算，并考虑弹簧附加力的影响。根据此热位移值和支吊点的工作荷重，选择弹簧规格。

（6）管道由于冷紧和弹簧附加力作用的冷位移值的计算，作为管道支吊架设计和安装调整的一个依据。按冷紧值、自重和钢材在20℃时的弹性模数计算，并考虑冷紧口的位置和弹簧附加力的影响。

（二）管道的状态线——设计线、冷态线和工作状态线

为了简化计算，往往把管线看成是一根无重量的弹性线，在管道有安装冷紧时，可以画出三根状态线——设计线、冷态线和工作状态线（图6-19a）。

当考虑管道荷重，并相应加上支吊架时，则情况变得复杂，但根据独立性概念，可以把管道自重和相应于分配条件（见第五章第三节）的支吊架反力作为另一组荷载，这样，可以根据支吊架荷重分配条件求得的自重变形画出管线的形状（图6-19b，图是按吊零条件画的，如果某些吊架处不为零，则这些吊架处将有相应的垂直位移），然后可以将自重的变形线迭合到图6-19a的无重量状态线上去。

按第五章第三节所述，根据荷重分配条件求得的自重状态线应该在工作状态时实现，因之应该迭合到工作状态线上去，如图6-19c所示，这样就得到考虑了管道自重、支吊架工作荷重及热膨胀（包括有效的冷紧）的管道工作状态线。可以看出，如按吊零分配荷重，则工作状态线的各吊点处由于重量而产生的垂直位移为零。

再看一看从工作状态线到冷态线的变化。先假设所有的中间弹簧支吊架都是恒作用力支吊架，这时，虽然经过管道的冷缩位移，但恒力吊架上的荷重不会发生变化，即仅考虑自重及支吊架反力作用时的冷态线仍如图6-19b所示，若还考虑管道冷缩时，则冷态线为图6-19b与图6-19a冷态线的迭合（图6-19d曲线8）。

从图6-19c和图6-19d可以看出，当全用恒作用力支吊架时，无论热态或冷态管道均有合理的荷重分配，冷、热状态的自重应力均是所希望的。此外，管线的形状较之无重量弹性线已有自重垂度，但各支吊点处的管线标高仍与无重量弹性线相吻合（属吊零的情况，当不按吊零条件分配荷重时，各吊点处有相应的自重位移）。

当管线上的中间弹簧支吊架不是（或不全是）恒作用力支吊架时，管道由工作状态向冷状态变化过程中，由于热位移，每个普通弹簧支吊架的支吊力将有$k\Delta$的变化。在此

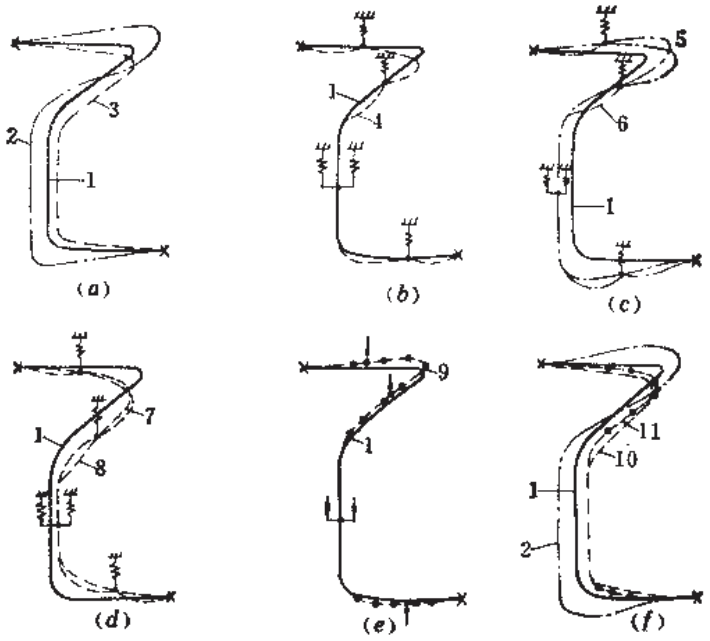


图 6-19　状态线的组合

1—设计线；2—工作状态线；3—冷态线；4—自重及支吊架分配荷重作用下的状态线；5—不考虑自重及支吊架分配荷载的工作状态线；6—考虑自重及支吊架分配荷重的工作状态线；7—不考虑自重及支吊架荷载的冷态线；8—考虑自重及支吊架分配荷重的冷态线；9—弹簧附加力作用下的状态线；10—不考虑弹簧附加力的冷态线；11—考虑弹簧附加力的冷态线

弹簧附加力的作用下，冷态线将与图6-19*d*不同。此时管线的变形，可以把它看成三组荷载的作用迭合而成：（1）冷缩位移（图6-19*a*）；（2）按自重分配条件的自重位移(即由自重及分配条件的支吊架反力所产生的位移)图6-19*b*；（3）弹簧附加力产生的位移（图6-19*e*）。

综上所述，可以画出各状态线如图6-19*f*，其中有设计线，工作状态线，未考虑弹簧附加力的冷状态线和考虑弹簧附加力的实际冷状态线。在机算程序中计算的即是工作状态线和考虑弹簧附加力的实际冷状态线（图6-19*f*中未画出每支吊跨距中的垂度）。

（三）四个工况的计算

根据以上计算内容的要求，程序中安排了四个工况的计算，计算条件及计算内容如表6-2所列。

表6-2中所列的四个工况，实质上所计算的只是两个状态，即工作状态和冷状态，并且假定整个管系是弹性体系。对于松弛后的推力计算则是按第八章介绍的公式所作的近似计算。

1.工作状态的计算

由工况1、2计算来完成。

对于任一个计算管系（图6-20*a*），可取如图6-20*b*所示的基本结构，即包括管道及刚性支吊架（硬性支吊架、导向支架或固定支架，这些支吊架的变形条件是限定的）。对于弹性支吊架（包括恒力吊架），则不包括在基本体系内，而是作为集中外力荷载来考虑的。

表 6-2　　四个工况的计算条件及内容

工况		GK	1		2	3	4
计算状态			自重(热)		初　热	热→冷	初　冷
弹性模数		E	E_t		E_t	E	E
变形条件	自　重	D_W	D_W		D_W	0	D_W
	热膨胀	D_T	0		D_T	$-D_T$	0
	附加位移	$GDWY$	0		$GDWY$	$-GDWY$	0
	冷紧值	D_P	0		$\frac{2}{3}D_P$	0	D_P
约束条件	弹簧吊架	K刚度	刚	恒	恒	真	恒
		P_{G2}	0	给定	给定$P^{(1)}$	0	给定$P^{(1)}+P^{(3)}$
计算内容	支吊架荷载	工作荷载			$P^{(2)}$		
		安装荷载					$P^{(4)}$
	位　移	热				$-MD_t$	
		冷					MD_P
	应　力	一　次	$P_G^{(1)}$				
		二　次				$P_G^{(3)}$	
		一次+二次				$P_G^{(1)}+P_G^{(3)}$	

注　(1)符号：

E_t、E——钢材在热、冷状态的弹性模数；

D_W　自重产生的位移；

D_T　全膨胀值；

$GDWY$　端点附加位移；

D_P　冷紧值；

$P^{(\ )}$——约束分支的力；

$P_G^{(\ )}$——管道分支的力；

(　)内数字为工况标记

(2)管道对设备的推力按下列公式计算：

热态(初)推力：$N_t' = P_G^{(2)}$

冷态(初)推力：$N' = P_G^{(4)}$

热态松弛后推力：$N_t = P_G^{(1)} + (1-\varepsilon_2)\frac{E_t}{E}P_G^{(3)}$

冷态松弛后推力：$N = P_G^{(1)} + \varepsilon_2 P_G^{(3)}$

(3)刚性支吊架荷载：

热态(初)荷载：$N_t' = P^{(2)}$

冷态(初)荷载：$N' = P^{(4)}$

热态松弛后荷载：$N_t = P^{(1)} + (1-\varepsilon_2)\frac{E_t}{E}P^{(3)}$

冷态松弛后荷载：$N = P^{(1)} + \varepsilon_2 P^{(3)}$

当　$\frac{[\sigma]_j^t}{\sigma_t} \cdot \frac{E}{E_t} \geqslant 1$ 时，不计算松弛工况

其中　$[\sigma]_j^t$——热态基本许用应力；σ_t——管道中危险点的热胀当量应力；ε_2——松弛系数：

$$\varepsilon_2 = \left(1 - \frac{[\sigma]_j^t}{\sigma_t} \cdot \frac{E}{E_t}\right)$$

若在基本结构上加上荷载，在工作状态下，其荷载有：

（1）位移荷载：包括有效冷紧、热膨胀及端点附加位移的代数和；

（2）外力荷载：包括管道的自重均布荷载及弹簧支吊架的支吊力（工作状态的）。

根据弹性体系荷载-效果间的独立性概念（见第五章第二节之三），可以把上述两类荷载分别进行计算。先做外力荷载（自重均布荷载及支吊架的支吊力）的计算，即工况1计算。

此工况计算的目的是决定支吊架的荷重分配，以确定支吊架的工作荷重。由于管道的荷载仅管道自重一项，故表6-2的工况1所给定变形条件仅D_W一项。

等值法中支吊架荷重分配是按第五章第三节中所推荐的第三种分配条件即“吊零加给定荷载”条件来分配的。为达到这样的分配，对各弹簧吊架作了如下处理：

（1）按吊零分配的支吊点，以虚拟的垂直方向的刚度为极大值的硬性吊架来代替真实的弹簧吊架，因为此种吊架保证了垂直方向的位移为零，即与吊零条件相符；

（2）按给定荷载的支吊点，以虚拟的恒作用力吊架来代替真实的弹簧吊架。取恒力吊架的预压缩力P_{0z}等于给定荷载。由于吊架的恒力特性，就保证了此吊架的荷重为给定值。

对于非弹簧支吊架（如硬性吊架、导向支架、固定支架等），则仍按其原来的型式不变。

按以上条件计算的结果，可以得到由于自重均布荷载在各支吊点上的条件分配值，对弹簧支吊架来说，此值即为工作荷载。但对于刚性支吊架则不然，按工况1求得的支吊力值还不是工作荷载，因为位移荷载的作用还会对刚性支吊点上作用有力(图6-20d)，因此还要进行位移荷载作用的计算（由工况2计算来完成）。

由于一次应力仅由外力荷载产生，当支吊点荷重分配完毕后，就可以计算自重应力，再结合内压应力，就可以完成一次应力的验算。

工况2的计算是在工况1计算后已得到支吊点工作荷载的基础上进行的，因此，可以把位移荷载（热位移、端点附加位移和有效冷紧）和外力荷载（自重和支吊力）同时加到基本结构上（图6-20c）。所以，在表6-2工况2中相应地给定变形条件为D_W、D_P、$GDWY$、$-D_P$。为了保证各弹性支吊点承担所求得的工作荷载，所有弹性支吊架均以虚拟的恒力吊架来代替，此时，取各恒力吊架的预压缩力P_{0z}等于工作荷载。由于吊架的恒力特性，确保了在工况2的工作状态计算中支吊架的荷重为条件分配值。

用虚拟的恒力吊架的系统来代替真实弹簧支吊架的系统（图6-21），在力学上是等价的，但可使计算得到简化。

工况2是工作状态下的全部荷载的计算，它能得出管道端点对设备的热态推力、各刚性支吊架的工作荷载和推力。

2.冷状态（或称安装状态）的计算

由工况3、4的计算来完成。

冷状态时对基本结构的荷载有：

（1）位移荷载：冷紧值；

（2）外力荷载：包括自重荷载和弹簧支吊架反力荷载，此时弹簧支吊架反力除了工作荷载外，还有由于从热状态到冷状态的位移而产生的弹簧附加力。

根据独立性概念，可以把上述荷载分成这样两组来考虑：

（1）自重均布荷载加支吊架工作反力；

（2）位移荷载加弹簧附加力。

第1组荷载的计算已在工况1计算中完成，还没有解决的是第2组荷载的计算问题。此外，在计算内容中有计算二次应力范围以及支吊架热位移值的要求，需要计算由热状态变到冷状态时应力和位移的变化值，它正是由第2组荷载所产生的。因为，对应于此变化值的位移荷载则是100%的冷缩值，而弹簧附加力也正是由100%冷缩位移而形成的。按此条件进行工况3的计算。在工况3中，给定的变形条件是：位移荷载$-D_T$、$-GDWY$，没有外力荷载。弹簧支吊架则以初选的真实弹簧规格计入，预压缩力P_{C2}取为零。这样，自重均布荷载和支吊架工作反力成组地被移走了，但当位移荷载使支吊点有位移时，即可在管系上加上弹簧附加力的作用。

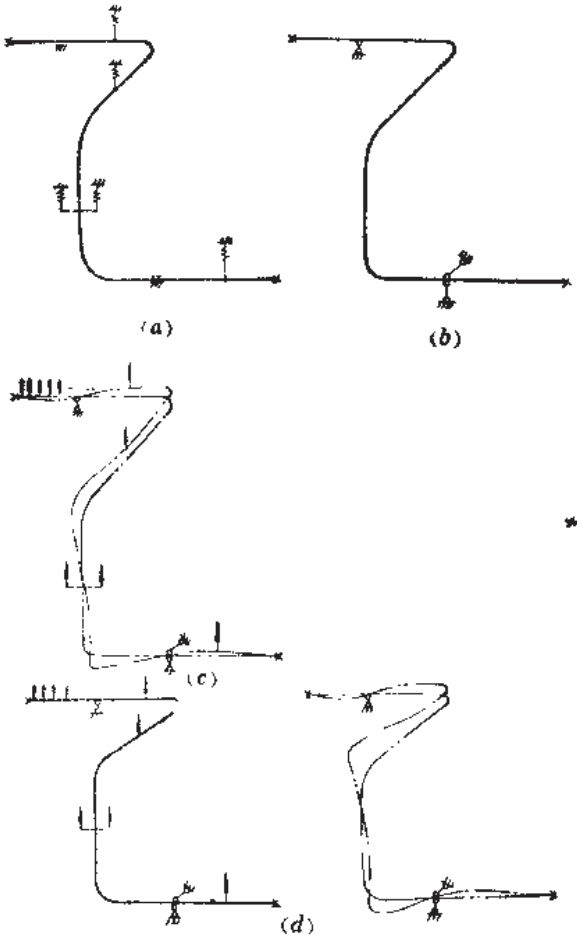


图 6-20 工作状态的荷载分析

(a)计算管系；(b)基本结构；(c)在基本结构上加荷载；该荷载=自重均布荷载+弹簧吊架的吊力+位移荷载；(d)按独立性概念分别计算：基本结构上加外力荷载，基本结构上加位移荷载

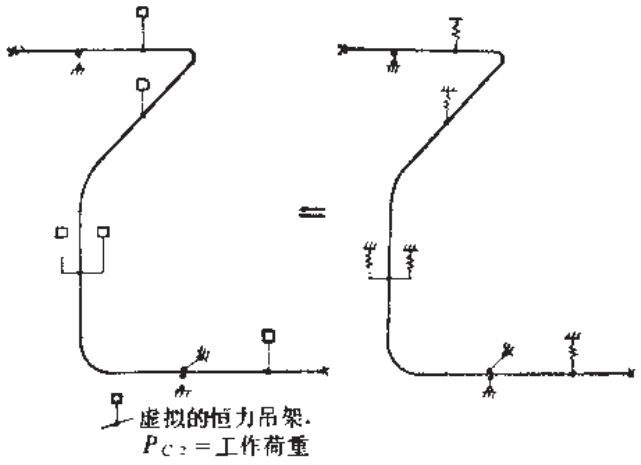


图 6-21 用虚拟的恒力吊架系统代替真实弹簧吊架的系统

按此计算条件所得的吊点位移为考虑了弹簧附加力的由工作状态变到冷状态的各吊点的位移值（亦即热位移值的负值）；而求得的应力则为考虑了弹簧附加力的由工作状态变到冷状态时的二次应力范围；弹簧支吊架分支上的力则为由工作状态变到冷状态时的弹簧附加力。弹簧附加力与工况1计算求得的工作荷重的和即为弹簧吊架的冷态（安装）荷载。

依据工作荷载及安装荷载，即可选定弹簧型号。

由工况 3 计算求得弹簧冷态荷载的基础上，由工况 4 计算全部冷态荷载（包括位移荷载和外力荷载）作用下管系的力及位移。工况 4 中给定的变形条件是：冷紧值 D_p、自重均布荷载 D_w。弹簧支吊架反力应该是冷态荷重，由于此值已在工况 3 计算中得到。为了简化计算，也可采用虚拟的恒力吊架来代替真实弹簧支吊架，此时各恒力吊架上的预压缩力 P_{c2} 应该是冷态荷载。象工况 2 的计算一样，这样的虚拟系统与真实系统在力学上是等价的。

由工况 4 计算可以求得在冷状态下由于冷紧、自重均布荷载和支吊架反力（已考虑弹簧附加力的）等而产生的作用于端点（设备）上的推力和作用在刚性支吊架上的荷载。由工况 4 计算，还可以求得在安装过程中，管线由设计标高线到冷态（安装）位置线的支吊点的位移值（称为冷位移），此数据是设计支吊架和安装调整过程中不可缺少的。

冷位移值是冷紧产生的位移值和弹簧附加力产生的位移值的总和。管道有冷紧时固然有冷位移值，管道无冷紧时，由于弹簧附加力产生位移，故仍有冷位移值。此值为当管道由冷态膨胀到热态时使之进入工作状态线而必须在冷态时预先加上弹簧附加力产生的位移值。这样，管道在工作状态下，各支吊架正好承担按分配条件的荷载（即热态吊零的荷载）。

需要说明的是在工况 2 计算中，冷紧值考虑了有效系数2/3，而工况4计算中冷紧值则按全部冷紧有效考虑。因此，从工作状态变到冷状态的位移量是相应于133% 冷缩值的，与工况3中按100%冷缩值计算不同，但在工况4计算中却采用了由工况3计算求得的弹簧冷态荷重，因而使实际管道在热状态与工况2的计算值有误差。但有效冷紧是出于留有安全裕度的考虑，所以计算中保留了这样的考虑。

从工况1、2、3、4计算中可以看到，其任一工况的 $K_{(2)}SD_{c(2)}$ 总是等于零的，因此它是可以适应公式（6-32）的简化的。

管道松弛后的推力系根据第八章公式近似计算的，此处不予详述。

以上工况计算是结合等值刚度法进行的，但其原则可以适用于管系静力分析的其他机算方法。

第四节 有限单元法

等值刚度法主要适用于树枝状多分支管系的计算。对于具有环形的管系，则应用位移法来计算比较方便。有限单元法就是一种位移法，它不但能计算树枝状管系，也能计算环状管系。

有限单元法是有限元的概念在管系杆件结构上的一种应用，它把管道分成许多直单元或弧单元，写出每个单元的作用力与变形之间的关系式，利用单元与邻接单元的力的平衡条件和变形连续条件列出整个管系的变形协调方程式。以单元间的联接结点的位移为未知数，当解得这些结点的位移后，就能从单元的力与变形关系式解得各单元的力、应力和位移。

有限单元法已经用ALGOL-60算法语言编有计算程序，应用于国产DJS-6型计算机和TQ-16型计算机上[42]。

一、单元的弹性变形

（一）单元的弹性变形能

对一个单元AB，取一个随单元而定的λ座标系（称单元座标系），座标原点取在单元轴线的中点Q。对于直管（图6-22），λ_1轴取为沿管轴（指向任取），再按右旋定则确定λ_2和λ_3轴；对于弯管（图6-23），取过弧管轴线中点Q的切线为λ_1轴（指向任取），由Q点引向曲率中心O'的方向取作λ_2轴，再按右旋定则确定λ_3轴。

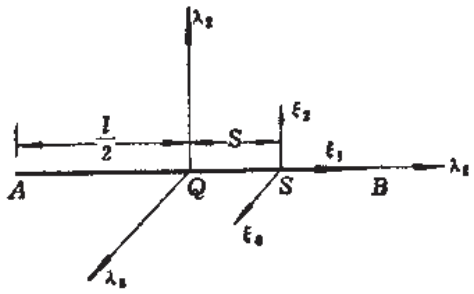


图 6-22　直单元的单元座标系

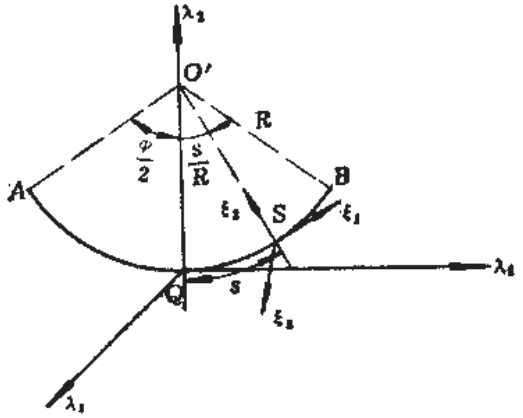


图 6-23　弧单元的单元座标系

再对单元上的动点S，取一个随S而动的ξ座标系（称为局部座标系）。对于直管（图6-22），ξ座标系是由λ座标系将原点Q平移至S点而成；对于弯管（图6-23），ξ座标系是由λ座标系将原点Q绕曲率中心O'沿单元轴线旋转至S而成。

设一个向量F（力或位移），在λ座标系中的分量为F_1、F_2、F_3，在ξ座标系中的分量为f_1、f_2、f_3。则由式（6-1）得：

$$F(\xi)=A_{f\lambda}F(\lambda) \tag{6-52}$$

式中

$$F(\xi)=\{f_1 \quad f_2 \quad f_3\}$$

$$F(\lambda)=\{F_1 \quad F_2 \quad F_3\}$$

$$A_{f\lambda}=\begin{bmatrix} \cos(\xi_1,\ \lambda_1) & \cos(\xi_1,\ \lambda_2) & \cos(\xi_1,\ \lambda_3) \\ \cos(\xi_2,\ \lambda_1) & \cos(\xi_2,\ \lambda_2) & \cos(\xi_2,\ \lambda_3) \\ \cos(\xi_3,\ \lambda_1) & \cos(\xi_3,\ \lambda_2) & \cos(\xi_3,\ \lambda_3) \end{bmatrix}$$

设作用在动点S上的力和力矩分别为F和M，并设F和M在ξ座标系中的分量分别为f_1、f_2、f_3及m_1、m_2、m_3，则f_1为轴向力，f_2和f_3为剪力；m_1为扭矩，m_2和m_3为弯矩。因此，单元的弹性变形能为：

$$U=\frac{1}{2EA}\int f_1^2 ds+\frac{\lambda_s}{2GA}\int f_2^2 ds+\frac{\lambda_s}{2GA}\int f_3^2 ds$$
$$+\frac{1}{2GJ_p}\int m_1^2 ds+\frac{k}{2EJ}\int m_2^2 ds+\frac{k}{2EJ}\int m_3^2 ds \tag{6-53}$$

式中　E——弹性模数；

其中　α 为单元的线膨胀系数，

$$L=\overrightarrow{AB}=\begin{cases}\begin{bmatrix} l \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{（对于直单元）} \\ \begin{bmatrix} 2R\sin\dfrac{\varphi}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & \text{（对于弧单元）}\end{cases} \tag{6-58}$$

作用于端点A、B的力P_A、P_B，可以看成在温升Δt后，使单元端点A_1、B_1位移而至A、B点时所需的力。A_1、B_1的位移为：

$$D_A-D_A^t=\begin{bmatrix}\delta_A-\Delta_A \\ \theta_A\end{bmatrix},\quad D_B-D_B^t=\begin{bmatrix}\delta_B-\Delta_B \\ \theta_B\end{bmatrix}$$

因此，作用于单元AB的外力P_A、P_B所作的反力功为：

$$\Omega=F_A\cdot(\delta_A-\Delta_A)+M_A\cdot\theta_A+F_B\cdot(\delta_B-\Delta_B)+M_B\cdot\theta_B \tag{6-59}$$

如图6-25，设单元上的均布荷载（自重），

其单位长度的荷载为：$W=\{w_1 \quad w_2 \quad w_3\}$ （6-60）

由单元的静力平衡条件有：

$$\left.\begin{aligned} &F_A+F_B+\int_A^B W\,ds=0 \\ &M_A+F_A\times\overrightarrow{AB}+M_B+\int_A^B(W\,ds)\times\overrightarrow{SB}=0\end{aligned}\right\} \tag{6-61}$$

式中　S ——单元AB上的一个浮动点。

化简得：

$$\left.\begin{aligned} &F_B=-F_A-lW \\ &M_B=-M_A-F_A\times L-W\times d\end{aligned}\right\} \tag{6-62}$$

其中　l 表示单元AB的长度，对于弧单元，$l=R\varphi$；

$$\left.\begin{aligned} d=\int_A^B\overrightarrow{SB}\,ds&=\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\begin{bmatrix}\dfrac{l}{2}-s \\ 0 \\ 0\end{bmatrix}ds=\begin{bmatrix}\dfrac{l^2}{2} \\ 0 \\ 0\end{bmatrix} \quad \text{（对于直单元）} \\ d=\int_A^B\overrightarrow{SB}\,ds&=\int_{-\frac{R\varphi}{2}}^{\frac{R\varphi}{2}}\begin{bmatrix}R\left(\sin\dfrac{\varphi}{2}-\sin\dfrac{s}{R}\right) \\ R\left(\cos\dfrac{s}{R}-\cos\dfrac{\varphi}{2}\right) \\ 0\end{bmatrix}ds=R^2\begin{bmatrix}\varphi\sin\dfrac{\varphi}{2} \\ 2\sin\dfrac{\varphi}{2}-\varphi\cos\dfrac{\varphi}{2} \\ 0\end{bmatrix} \\ &\text{（对于弧单元）}\end{aligned}\right\} \tag{6-63}$$

将式（6-62）代入（6-59），得：

式中 $u=\Lambda_{fA}\Gamma_u$ $\quad v=\Lambda_{fA}\Gamma_v$

将式（6-69）代入式（6-54），得单元AB的弹性变形能：

$$\begin{aligned}U=&\frac{1}{2EJ}\int\{(F_A^T\Lambda_{fA}^T+rW^T\Lambda_{fA}^T)diag(a_1,a_2,a_3)(\Lambda_{fA}F_A+r\Lambda_{fA}W)\\&+(M_A^T\Lambda_{fA}^T+F_A^Tu^T+W^Tv^Tdiag(b_1,b_2,b_3)(\Lambda_{fA}M_A+uF_A+vW)\}ds\\=&\frac{1}{2EJ}\{(F_A^TA_1F_A+F_A^TG_1W+W^TG_1^TF_A+W^TD_1W)+(M_A^TBM_A\\&+M_A^TCF_A+F_A^TC^TM_A+F_A^TA_2F_A+M_A^THW+W^TH^TM_A+F_A^TG_2W\\&+W^TG_2^TF_A+W^TD_2W)\}\end{aligned}\tag{6-70}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}A_1&=\int\Lambda_{fA}^Tdiag(a_1,a_2,\ a_3)\Lambda_{fA}ds\\A_2&=\int u^Tdiag(b_1,\ b_2,\ b_3)uds\\B&=\int\Lambda_{fA}^Tdiag(b_1,\ b_2,\ b_3)\Lambda_{fA}ds\\C&=\int\Lambda_{fA}^Tdiag(b_1,\ b_2,\ b_3)uds\\G_1&=\int r\Lambda_{fA}^Tdiag(a_1,\ a_2,\ a_3)\Lambda_{fA}ds\\G_2&=\int u^Tdiag(b_1,\ b_2,\ b_3)vds\\H&=\int\Lambda_{fA}^Tdiag(b_1,\ b_2,\ b_3)vds\\D_1&=\int r^2\Lambda_{fA}^Tdiag(a_1,\ a_2,\ a_3)\Lambda_{fA}ds\\D_2&=\int v^Tdiag(b_1,\ b_2,\ b_3)vds\end{aligned}\right\}\tag{6-71}$$

对线性弹性体来说，变形余能等于变形能U，而Ω为反力功，单元之总余能为：

$$\varepsilon=U-\Omega$$

它是力$P_A=\begin{bmatrix}F_A\\M_A\end{bmatrix}$的函数，根据余能原理，使单元$AB$处于平衡状态之力$P_A$将使总余能$\varepsilon$取最小值。即$P_A$必须满足下列方程组：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\varepsilon}{\partial F_A}&=\frac{\partial U}{\partial F_A}-\frac{\partial\Omega}{\partial F_A}=0\\\frac{\partial\varepsilon}{\partial M_A}&=\frac{\partial U}{\partial M_A}-\frac{\partial\Omega}{\partial M_A}=0\end{aligned}\right\}\tag{6-72}$$

对式（6-70）进行微分：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial F_A}&=\frac{1}{EJ}(AF_A+C^TM_A+GW)\\ \frac{\partial U}{\partial M_A}&=\frac{1}{EJ}(CF_A+BM_A+HW)\end{aligned}\right\}\qquad(6\text{-}73)$$ ❶

式中 $A=A_1+A_2$ $G=G_1+G_2$

同样对式（6-64）进行微分得：

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial\Omega}{\partial F_A}&=\delta_A-\delta_B+\Gamma_L\theta_B+\Delta_{AB}\\ \frac{\partial\Omega}{\partial M_A}&=\theta_A-\theta_B\end{aligned}\right\}\qquad(6\text{-}74)$$

对直单元 $$\Gamma_L=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&l\\0&-l&0\end{bmatrix}$$

对弯单元 $$\Gamma_L=\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&2R\sin\frac{\varphi}{2}\\0&-2R\sin\frac{\varphi}{2}&0\end{bmatrix}$$

将式（6-73）、（6-74）代入式（6-72），得：

$$\frac{1}{EJ}(AF_A+C^TM_A)+\frac{1}{EJ}GW=\delta_A-\delta_B+\Gamma_L\theta_B+\Delta_{AB}$$

$$\frac{1}{EJ}(CF_A+BM_A)+\frac{1}{EJ}HW=\theta_A-\theta_B$$

将上两式合并写成一个矩阵方程，得：

$$\Phi P_A+\Psi W=D_A-S_L^TD_B+D_t\qquad(6\text{-}75)$$

其中

$$\left.\begin{aligned}&\Phi=\frac{1}{EJ}\begin{bmatrix}A&C^T\\C&B\end{bmatrix}\qquad\Psi=\frac{1}{EJ}\begin{bmatrix}G\\H\end{bmatrix}\\&S_L=\begin{bmatrix}I&0\\\Gamma_L&I\end{bmatrix}\qquad D_t=\begin{bmatrix}\Delta_{AB}\\0\end{bmatrix}\\&D_A=\begin{bmatrix}\delta_A\\\theta_A\end{bmatrix}\qquad D_B=\begin{bmatrix}\delta_B\\\theta_B\end{bmatrix}\end{aligned}\right\}\qquad(6\text{-}76)$$

这里的Φ称为单元AB关于A点的柔度矩阵，Ψ称为单元AB上的均布荷载关于 A 点的

---

❶ 在此式微分时，用到下列两公式：

(1) 设

$$A=A(M)=\begin{bmatrix}A_1(M)\\A_2(M)\\A_3(M)\end{bmatrix}$$

即A是M的向量函数，则F的线性函数$U=A\cdot F=A^TF=F^TA$，关于F的偏导数为：$\frac{\partial U}{\partial F}=A$。

(2) 设

$$A=A(M)=\begin{bmatrix}a_{11}(M)&a_{12}(M)&a_{13}(M)\\a_{12}(M)&a_{22}(M)&a_{23}(M)\\a_{13}(M)&a_{23}(M)&a_{33}(M)\end{bmatrix}$$

即A是M的三阶对称矩阵函数，则F的二次函数：$V=F^TAF$关于F的偏导数为：

$$\frac{\partial V}{\partial F}=2AF$$

$$P=\begin{bmatrix}P_A\\P_B\end{bmatrix}\qquad D=\begin{bmatrix}D_A\\D_B\end{bmatrix}$$

合并式（6-77）、（6-79），得：

$$P=KD+T\alpha\Delta t-GW \tag{6-81}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}K&=\begin{bmatrix}K_{AA}&K_{AB}\\K_{BA}&K_{BB}\end{bmatrix}\qquad T=\begin{bmatrix}T_A\\T_B\end{bmatrix}\\G&=\begin{bmatrix}G_A\\G_B\end{bmatrix}\end{aligned}\right\} \tag{6-82}$$

称K为单元AB的刚度矩阵，它是一个对称矩阵；称T为温差力矩阵，因为式（6-81）中$T\alpha\Delta t$表示由温差产生的结点力；称G为均布荷载矩阵，因为式（6-81）中GW表示由均布荷载产生的结点力。

对于一个单元来讲，式（6-81）就是结点力P与结点位移D的基本方程。

（三）单元的刚度矩阵、温差力矩阵和均布荷载矩阵

用上两节的公式进行推演，可得直、弧单元的刚度矩阵、温差力矩阵和均布荷载矩阵如下：

1.直单元

若令：

$$\left.\begin{aligned}a_1&=a_2+\frac{l^2}{12}\\a_2&=\frac{a_2}{l}+\frac{l}{3}\\a_3&=\frac{l}{6}-\frac{a_2}{l}\end{aligned}\right\} \tag{6-83}$$

则矩阵K、T、G分别如下：

$$K=EJ\left[\begin{array}{cccccc|cccccc}
\frac{1}{a_1l}&0&0&0&0&0&-\frac{1}{a_1l}&0&0&0&0&0\\
0&\frac{1}{a_1l}&0&0&0&\frac{1}{2a_1}&0&-\frac{1}{a_1l}&0&0&0&\frac{1}{2a_1}\\
0&0&\frac{1}{a_1l}&0&-\frac{1}{2a_1}&0&0&0&-\frac{1}{a_1l}&0&-\frac{1}{2a_1}&0\\
0&0&0&\frac{1}{b_1l}&0&0&0&0&0&-\frac{1}{b_1l}&0&0\\
0&0&-\frac{1}{2a_1}&0&\frac{a_2}{a_1}&0&0&0&\frac{1}{2a_1}&0&\frac{a_3}{a_1}&0\\
0&\frac{1}{2a_1}&0&0&0&\frac{a_2}{a_1}&0&-\frac{1}{2a_1}&0&0&0&\frac{a_3}{a_1}\\
\hline
-\frac{1}{a_1l}&0&0&0&0&0&\frac{1}{a_1l}&0&0&0&0&0\\
0&-\frac{1}{a_1l}&0&0&0&-\frac{1}{2a_1}&0&\frac{1}{a_1l}&0&0&0&-\frac{1}{2a_1}\\
0&0&-\frac{1}{a_1l}&0&\frac{1}{2a_1}&0&0&0&\frac{1}{a_1l}&0&\frac{1}{2a_1}&0\\
0&0&0&-\frac{1}{b_1l}&0&0&0&0&0&\frac{1}{b_1l}&0&0\\
0&0&-\frac{1}{2a_1}&0&\frac{a_3}{a_1}&0&0&0&\frac{1}{2a_1}&0&\frac{a_2}{a_1}&0\\
0&\frac{1}{2a_1}&0&0&0&\frac{a_3}{a_1}&0&-\frac{1}{2a_1}&0&0&0&\frac{a_2}{a_1}
\end{array}\right] \tag{6-84}$$

$$T=\frac{EJ}{a_1}\begin{Bmatrix}1\\0\\0\\0\\0\\0\\\hline -1\\0\\0\\0\\0\\0\end{Bmatrix} \qquad (6\text{-}85)$$

$$G=\begin{Bmatrix}\frac{l}{2} & 0 & 0\\ 0 & \frac{l}{2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{l}{2}\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{l^2}{12}\\ 0 & \frac{l^2}{12} & 0\\ \hline \frac{l}{2} & 0 & 0\\ 0 & \frac{l}{2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{l}{2}\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{l^2}{12}\\ 0 & -\frac{l^2}{12} & 0\end{Bmatrix} \qquad (6\text{-}86)$$

2.弧单元

如采用下列记号：

$$\left.\begin{aligned}
&\psi_1=\varphi+\sin\varphi\\
&\psi_2=\varphi-\sin\varphi\\
&\psi_3=\frac{1}{2}(\varphi\cos\varphi-\sin\varphi)\\
&\psi_4=\frac{1}{2}\varphi\sin\varphi+\cos\varphi-1=-\psi_6\sin\frac{\varphi}{2}\\
&\psi_5=\frac{1}{2}(\varphi-\sin\varphi\cos\varphi)\\
&\psi_6=2\sin\frac{\varphi}{2}-\varphi\cos\frac{\varphi}{2}\\
&\psi_7=\varphi+\sin\varphi-\frac{4}{\varphi}(1-\cos\varphi)=\psi_2+\frac{4\psi_4}{\varphi}\\
&\psi_8=\frac{2}{\varphi}\sin\frac{\varphi}{2}-\cos\frac{\varphi}{2}=\frac{\psi_6}{\varphi}\\
&c_1=\frac{8b_1\sin^2\frac{\varphi}{2}}{b_1\psi_1+b_2\psi_2}
\end{aligned}\right\}$$

$$c_2=\cos\frac{\varphi}{2}-\frac{c_1}{2\sin\frac{\varphi}{2}}=\cos\frac{\varphi}{2}-\frac{4b_1\sin\frac{\varphi}{2}}{b_1\psi_1+b_2\psi_2}$$

$$d_1=\frac{2}{R(a_1\psi_1+a_2\psi_2+b_2R^2\psi_7)}$$

$$d_2=\frac{2}{R(a_1\psi_2+a_2\psi_1+b_2R^2\psi_2)}$$

$$d_3=\frac{1}{R[a_3\varphi+b_1R^2(\varphi-c_1)]}$$

$$c_3=c_2b_3$$

$$c_4=c_3\sin\frac{\varphi}{2}=c_2d_3\sin\frac{\varphi}{2}$$

$$d_4=\frac{2}{R(b_1\psi_1+b_2\psi_2)}+R^2c_2c_3$$

$$d_5=\frac{2}{R(b_1\psi_2+b_2\psi_1)}+d_3R^2\sin^2\frac{\varphi}{2}$$

$$d_6=\frac{1}{Rb_3\varphi}+R^2\left(d_2\sin^2\frac{\varphi}{2}+d_1\psi_8^2\right)$$

$$d_7=d_3R^2\sin^2\frac{\varphi}{2}-\frac{2}{R(b_1\psi_2+b_2\psi_1)}$$

$$d_8=R^2\left(d_2\sin^2\frac{\varphi}{2}-d_1\psi_8^2\right)-\frac{1}{b_3R\varphi}$$

$$c_5=\frac{d_1R^2}{2}\left[(a_1-a_2)\psi_3+b_3R^2\left(\psi_3-\psi_2-\frac{8}{\varphi}\psi_4\right)\right]$$

$$c_6=\frac{d_2R^2}{2}[(a_1-a_2)\psi_3+b_3R^2(\psi_2+\psi_3)]$$

$$c_7=-\frac{R^2}{2}\psi_8$$

$$c_8=R^2\left[\cos\frac{\varphi}{2}+\frac{\varphi}{2}\sin\frac{\varphi}{2}-\frac{2\left(b_1\psi_6+2b_2\sin\frac{\varphi}{2}\right)}{b_1\psi_2+b_2\psi_1}\right]$$

$$c_9=-c_7-Rc_6\sin\frac{\varphi}{2}$$

$$c_{10}=R(c_5-2R)\psi_8-\frac{R^2}{2}\varphi\sin\frac{\varphi}{2}$$

(6 87)

则矩阵K、T、G分别如下：

$$K=EJ\left[\begin{array}{cccccc|cccccc}
d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_1R\psi_8 & -d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -d_1R\psi_8 \\
0 & d_2 & 0 & 0 & 0 & d_2R\sin\frac{\varphi}{2} & 0 & -d_2 & 0 & 0 & 0 & d_2R\sin\frac{\varphi}{2} \\
0 & 0 & d_3 & c_3R & -d_3R\sin\frac{\varphi}{2} & 0 & 0 & 0 & -d_3 & -c_3R & -d_3R\sin\frac{\varphi}{2} & 0 \\
0 & 0 & c_3R & d_4 & -c_4R^2 & 0 & 0 & 0 & -c_3R & -d_4 & -c_4R^2 & 0 \\
0 & 0 & -d_3R\sin\frac{\varphi}{2} & -c_4R^2 & d_5 & 0 & 0 & 0 & d_3R\sin\frac{\varphi}{2} & c_4R^2 & d_7 & 0 \\
d_1R\psi_8 & d_2R\sin\frac{\varphi}{2} & 0 & 0 & 0 & d_6 & -d_1R\psi_8 & -d_2R\sin\frac{\varphi}{2} & 0 & 0 & 0 & d_8 \\
\hline
-d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -d_1R\psi_8 & d_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_1R\psi_8 \\
0 & -d_2 & 0 & 0 & 0 & -d_2R\sin\frac{\varphi}{2} & 0 & d_2 & 0 & 0 & 0 & -d_2R\sin\frac{\varphi}{2} \\
0 & 0 & -d_3 & -c_3R & d_3R\sin\frac{\varphi}{2} & 0 & 0 & 0 & d_3 & c_3R & d_3R\sin\frac{\varphi}{2} & 0 \\
0 & 0 & -c_3R & -d_4 & c_4R^2 & 0 & 0 & 0 & c_3R & d_4 & c_4R^2 & 0 \\
0 & 0 & -d_3R\sin\frac{\varphi}{2} & -c_4R^2 & d_7 & 0 & 0 & 0 & d_3R\sin\frac{\varphi}{2} & c_4R^2 & d_5 & 0 \\
-d_1R\psi_8 & d_2R\sin\frac{\varphi}{2} & 0 & 0 & 0 & d_8 & d_1R\psi_8 & -d_2R\sin\frac{\varphi}{2} & 0 & 0 & 0 & d_6
\end{array}\right] \tag{6 88}$$

$$T=EJLd_1\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\\0\\\dfrac{R\psi_s}{}\\-1\\0\\0\\0\\0\\-R\psi_s\end{bmatrix}\quad(6\text{-}89)\,;\qquad G=\left[\begin{array}{ccc}\frac{R\varphi}{2}&-c_5&0\\-c_6&\frac{R\varphi}{2}&0\\0&0&\frac{R\varphi}{2}\\0&0&c_7\\0&0&-c_8\\c_9&-c_{10}&0\\\hline\frac{R\varphi}{2}&c_5&0\\c_6&\frac{R\varphi}{2}&0\\0&0&\frac{R\varphi}{2}\\0&0&c_7\\0&0&c_8\\c_9&c_{10}&0\end{array}\right]\quad(6\text{-}90)$$

二、管系的解法

应用位移法求解管系，必须列出与节点相联各单元的力的平衡方程，因之必须采用所有单元公用的一个基准座标系——X座标系（图6-27），它是以空间任一点O为原点的右旋直角座标系，其三轴为X_1、X_2、X_3，规定X_2轴垂直向上。

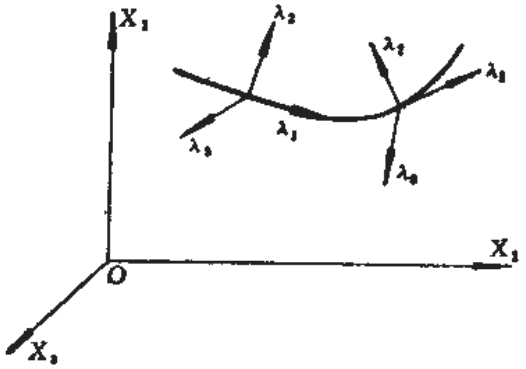


图 6-27　基本座标系

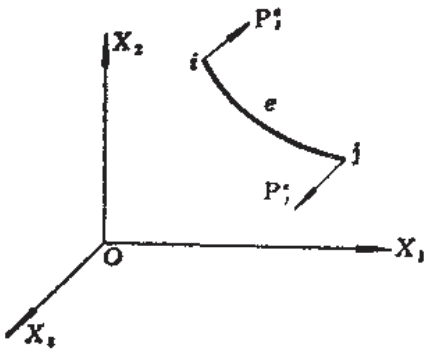


图 6-28　第e个单元L_e

式（6-81）是单元的结点力和结点位移在λ座标系的基本方程，把它写成：

$$P(\lambda)=K(\lambda)D(\lambda)+T(\lambda)\alpha\Delta t-G(\lambda)W(\lambda)\qquad(6\text{-}91)$$

应用由X座标系向λ座标系的旋转矩阵：

$$\Lambda_{\lambda x}=\begin{bmatrix}\cos(X_1,\ \lambda_1)&\cos(X_2,\ \lambda_1)&\cos(X_3,\ \lambda_1)\\\cos(X_1,\ \lambda_2)&\cos(X_2,\ \lambda_2)&\cos(X_3,\ \lambda_2)\\\cos(X_1,\ \lambda_3)&\cos(X_2,\ \lambda_3)&\cos(X_3,\ \lambda_3)\end{bmatrix}\qquad(6\text{-}92)$$

将荷载向量$P(\lambda)$、$W(\lambda)$及位移向量$D(\lambda)$表示为X座标系的向量，式（6-91）写成：

$$\Lambda_{12}P(x)=K(\lambda)\Lambda_{12}D(x)+T(\lambda)\alpha\Delta t+G(\lambda)\Lambda_{\lambda\alpha}W(x)$$
$$P(x)=\Lambda_{12}^{T}K(\lambda)\Lambda_{12}D(x)+\Lambda_{12}^{T}T(\lambda)\alpha\Delta t+\Lambda_{12}^{T}G(\lambda)\Lambda_{\lambda\alpha}W(x)$$

式中

$$\Lambda_{12}=\begin{bmatrix}\Lambda_{\lambda\alpha} & & & \\ & \Lambda_{\lambda\alpha} & 0 & \\ 0 & & \Lambda_{\lambda\alpha} & \\ & & & \Lambda_{\lambda\alpha}\end{bmatrix}$$

它也是一个正交矩阵。

再进一步写成：

$$P(x)=K(x)D(x)+T(x)\alpha\Delta t-G(x)W(x) \tag{6-93}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}K(x)&=\Lambda_{12}^{T}K(\lambda)\Lambda_{12}\\ T(x)&=\Lambda_{12}^{T}T(\lambda)\\ G(x)&=\Lambda_{12}^{T}G(\lambda)\Lambda_{\lambda\alpha}\\ W(x)&=\{0\quad -w\quad 0\}\end{aligned}\right\} \tag{6-94}$$

分别为单元在X座标系中的刚度矩阵、温差力矩阵及均布荷载矩阵。此时，刚度矩阵$K(x)$也是对称矩阵。w则为单元单位长度的重量。

设在一个管系中，第e个单元为L_e，其端点编号为i及j（图6-28）。

则可把基本方程式（6-93）改写成：

$$P^e=K^eD^e+T^e\alpha\Delta t-G^eW^e \tag{6-95}$$

式中

$$P^e=\begin{bmatrix}P_i^e\\ P_j^e\end{bmatrix}\qquad D^e=\begin{bmatrix}D_i\\ D_j\end{bmatrix}\qquad W^e=\begin{bmatrix}0\\ -w\\ 0\end{bmatrix} \tag{6-96}$$

分别表示单元L_e的结点力、结点位移及单元单位长度的重量，而

$$K^e=\begin{bmatrix}K_{ii}^e & K_{ij}^e\\ K_{ji}^e & K_{jj}^e\end{bmatrix}\qquad T^e=\begin{bmatrix}T_i^e\\ T_j^e\end{bmatrix}\qquad G^e=\begin{bmatrix}G_i^e\\ G_j^e\end{bmatrix} \tag{6-97}$$

分别为单元L_e在X座标系中的刚度矩阵、温差力矩阵和均布荷载矩阵。以式（6-96）、（6-97）代入式（6-95），得：

$$\left.\begin{aligned}P_i^e&=K_{ii}^eD_i+K_{ij}^eD_j+T_i^e\alpha\Delta t-G_i^eW^e\\ P_j^e&=K_{ji}^eD_i+K_{jj}^eD_j+T_j^e\alpha\Delta t-G_j^eW^e\end{aligned}\right\} \tag{6-98}$$

此式表示，当单元L_e有端点位移D_i、D_j，温升Δt及重量W^e时，必须在单元端点加有力P_i^e、P_j^e。利用式（6-98）即可列出整个管系各节点力的平衡方程式。

如图6-29所示管系，按单元L_1、L_2、……L_{23}分段，并在节点处编上号①、②……㉓，其中⑲⑳㉑㉒称为边点，其位移值相应为各端点的附加位移值；㉓为支吊架单元的边点，其位移值等于弹簧支吊架的预压缩值；其他点则称为内点，内点⑰及⑱又称为分支点。

现以节点①的力平衡为例。作用在节点①处有三个单元的力P_1^1、P_1^2、P_1^3，且

$$P_1^1+P_1^2+P_1^3=0 \tag{6-99a}$$

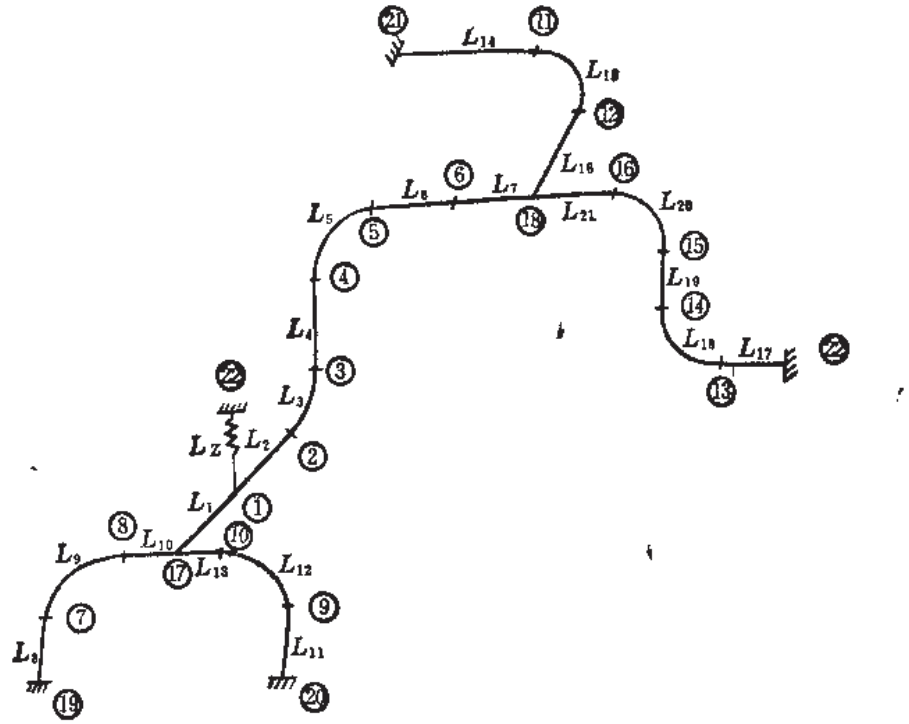


图 6-29 管系示例

根据式（6-98）可以写出：

$$\left.\begin{aligned} P_1^1 &= K_{1,17}^1 D_{17} + K_{1,1}^1 D_1 + T_1^1 \alpha \Delta t - G_1^1 W^1 \\ P_1^x &= K_{1,1}^x D_1 + K_{1,23}^x D_{23} + T_1^x \alpha \Delta t - G_1^x W^x \\ P_1^z &= K_{1,1}^z D_1 + K_{1,2}^z D_2 + T_1^z \alpha \Delta t - G_1^z W^z \end{aligned}\right\} \quad (6\text{-}99)$$

将式（6-99）代入式（6-99a），并写成：

$$K_1 D_1 + H_1 D_2 + 0 + 0 + \cdots\cdots + N_1 D_{17} + 0 = c_1 \quad (6\text{-}100)$$

式中

$$\left.\begin{aligned} K_1 &= K_{1,1}^1 + K_{1,1}^x + K_{1,1}^z \qquad H_1 = K_{1,2}^z \\ N_1 &= K_{1,17}^1 \qquad c_1 = -T_1 \alpha \Delta t + Y_1 - P_1^0 \end{aligned}\right\} \quad (6\text{-}101)$$

而c_1中：

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= T_1^1 + T_1^x + T_1^z \qquad Y_1 = G_1^1 W^1 + G_1^x W^x + G_1^z W^z \\ P_1^0 &= K_{1,23}^x D_{23} \end{aligned}\right\} \quad (6\text{-}102)$$

其中P_1^0为边点位移引起的力。

因为L_x为支吊架单元，故$T_1^x = 0$、$W^x = 0$。如果不是支吊架单元而是分支管道单元，则用该管道单元的T_1、W代入即可。图6-29例中仅示有一个支吊架。当有多个支吊架时，每个支吊架可按此相同的办法处理。

前面已简述过对于弹簧支吊架的分支处理，对于其他类型支吊架的分支处理，现简述如下：

（1）对于硬性支吊架及导向支架，可以根据该支架对各个方向（线位移及角位移）的约束刚度，列出相对于基准座标系的支架刚度矩阵（参阅等值法），然后将此刚度矩阵作为式（6-99）中第二式中的$K_{1,1}^{r}$，并令$D_{23}=0$；

（2）对于恒力吊架，可使式（6-101）中之P_1^0等于吊力，而令式（6-99）中之$K_{1,1}^{r}$及$K_{1,23}^{r}$均等于零。

式（6-101）中，$H_1=K_{1,2}^{1}$代表节点①的后一节点②为内点时之单元L_2的刚度矩阵，而$N_1=K_{1,17}^{1}$则代表节点①的前一节点⑰为分支点时的单元L_1的刚度矩阵。

根据以上的规律，可以列出图6-29所示管系的变形协调方程式如下：式中共①……⑱个内点位移为未知量，共18个方程，可解。当解得各内点的位移值后，即可代入式(6-98)，求得作用于各单元端点的力。

由于本法以弧单元、直单元为基本计算单位，欲求的节点位移数甚多，管系的变形协调方程之价数甚高，在计算式（6-103）时需采取适当数学处理以节省计算机存储单元。无疑，高阶方程是本法的缺点。

有限单元法的机算工况可参见等值刚度法，本节从略。

第五节 追赶位移法

追赶位移法是利用杆件结构内力和变形的传递关系，将许多管道元件联系在一起，形成以相邻管道分岔点为端头的大分支单元的位移法。由于它是位移法，故适用于树枝形管道或环形管道的计算，由于它组成更大的单元，所算的是为数有限的管道分岔点的位移，故变形协调方程组的阶数不会很高。

应用此法已编有计算程序，适用于国产SDJ-1型计算机上[42]。

一、若干定义

分支管系——若干个分支组成的计算范围内的管道系统；

结点——管系中的管道分岔点；

分支——相邻管道结点之间或端部固定支架（包括有端点附加位移的）与邻近管道结点之间的管道；

跨度——相邻支吊架间或支吊架与相邻结（端）点间的管道；

元件——组成管系分支的直管段或弧管段。

采用的基准座标系为右旋直角座标系（X_1、X_2、X_3），X_2轴垂直向上，座标系原点可取在空间的任一点。下述计算公式仅用基准座标系，只有在计算管道元件的柔度矩阵时才用元件座标系。

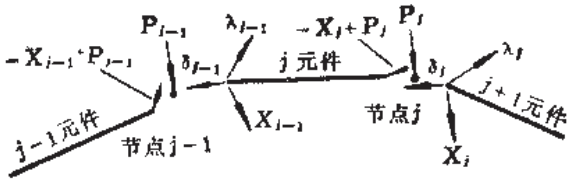


图 6-30 j元件前后节点（$j-1$，j）处的力和位移

二、管道元件和分支的力和位移的传递关系式

（一）元件的力和位移的传递关系式

根据位移迭加原理，可以写出分支中第j个元件的始端截面位移λ_{j-1}与第$j+1$个元件的始端截面位移λ_j的关系式（图6-30）：

$$\lambda_j = B^T_{j-1,j}\lambda_{j-1} + \delta_j + V_j \qquad (6\text{-}104)$$

式中 $B^T_{j-1,j}\lambda_{j-1}$——j元件始端截面的位移λ_{j-1}传递到$j+1$元件始端截面的位移值；

δ_j——$j+1$元件始端截面相对j元件末端截面的集中位移，如冷紧位移等；

V_j——元件j的均布相对位移，它包括j管段的热膨胀位移、均布荷载$q_{s,j}$和作用在j元件末端的内力$-X_j$及集中外力荷载P_j等引起的j截面相对$j-1$截面的位移；

$B^T_{j-1,j}$——由$j-1$点平移到j点的位移平移矩阵：

$$B^T_{j-1,j} = \begin{bmatrix} I & -\Gamma_{j-1,j} \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

其中 I——3×3单位矩阵；

$$\Gamma_{j-1,j} = \begin{bmatrix} 0 & [(x_3)_{j-1}-(x_3)_j] & -[(x_2)_{j-1}-(x_2)_j] \\ -[(x_3)_{j-1}-(x_3)_j] & 0 & [(x_1)_{j-1}-(x_1)_j] \\ [(x_2)_{j-1}-(x_2)_j] & -[(x_1)_{j-1}-(x_1)_j] & 0 \end{bmatrix}$$

（ ）内数值为相应角注点的座标值。

根据静力平衡关系，同样可以写出分支中第j个元件始端截面的作用力X_{j-1}与第$j+1$个元件始端截面的作用力X_j间的关系式（图6-30）：

$$X_j = B_{j,j-1}X_{j-1} + P_j + W_j \qquad (6\text{-}105)$$

式中 $B_{j,j-1}X_{j-1}$——j元件始端截面内力X_{j-1}传递到$j+1$元件始端截面之值；

P_j——作用在j元件末端的集中外力荷载；

W_j——作用在j元件上的均布荷载$q_{s,j}$传递到j点之值：

$$W_j = \int_j B_{j,s}q_{s,j}ds$$

$B_{j,j-1}$——由$j-1$点平移到j点的力的平移矩阵：

$$B_{j,j-1} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ -\Gamma_{j-1,j} & I \end{bmatrix}$$

$B_{j,s}$——由均布荷载浮动点S平移到j点的力的平移矩阵。

式（6-104）、（6-105）中的所有力和位移均为6×1矩阵，其中前三项为力或线位移沿X_1、X_2、X_3座标轴方向的分量，后三项为力矩或角位移沿X_1、X_2、X_3座标轴方向的分量。

设F_j为j元件在其末端j节点端头处的集中力柔度矩阵，并将内力X_j和集中荷载P_j等所产生的位移由V_j中分出，在公式（6-104）的基础上，可得表达λ_j的关系式：

$$\lambda_j = B^T_{j-1,j}\lambda_{j-1} + F_j(P_j - X_j) + \Delta_j \qquad (6\text{-}106)$$

其中Δ_j为j元件承受热伸长、均布荷载所产生在j截面处的位移值和管道在j节点处的集中（冷紧）位移的总和。

若在j节点处还有支吊架，其刚度矩阵为K_j，则在式（6-105）、（6-106）的基础上可得：

$$X_j=B_{j,j-1}X_{j-1}+P_j+W_j-K_j\lambda_j \tag{6-107}$$

$$\lambda_j=B^T_{j-1,j}\lambda_{j-1}+F_j(P_j-X_j)-F_jK_j\lambda_j+\Delta_j \tag{6-108}$$

将式（6-107）代入式（6-108），则可得：

$$\lambda_j=B^T_{j-1,j}\lambda_{j-1}-F_jB_{j,j-1}X_{j-1}-F_jW_j+\Delta_j \tag{6-109}$$

式（6-107）、（6-109）是反映分支中某元件始端截面的位移和作用力与前一元件始端截面的位移和作用力的关系式。

（二）分支的力和位移的传递关系式

先研究管道分支的位移的传递关系，即按分支始端断面的给定位移λ_0、分支中各元件的集中位移δ_k和均布相对位移V_k来求分支各中间断面的位移(图6-31)。

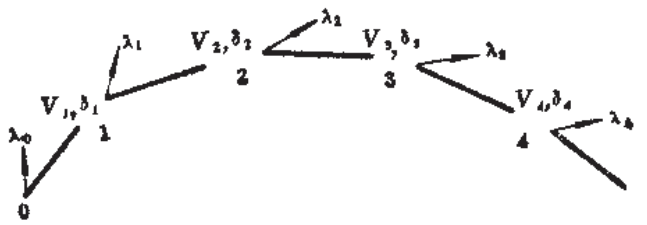


图 6-31 分支的位移传递

由式（6-104）可知，元件2的始端断面的位移λ_1可通过λ_0、V_1、δ_1来表达；然后再应用公式（6-104）求单元3的始端断面的λ_2，并可通过λ_0、V_1、V_2、δ_1、δ_2来表达；以后各中间断面的位移亦可依次求算。这样，可得出分支中任一元件始端断面的位移λ_i的通用表达式为：

$$\lambda_i=\prod_{j=i}^{1}B^T_{j-1,j}\lambda_0+\sum_{k=1}^{i-1}\prod_{j=i}^{k+1}B^T_{j-1,j}(\delta_k+V_k)+\delta_i+V_i\quad(\Pi\text{为连乘符号}) \tag{6-110}$$

显然，λ_i也可表达成较为简单的式子：

$$\lambda_i=B^T_{0,i}\lambda_0+\sum_{k=1}^{i}B^T_{k,i}(\delta_k+V_k) \tag{6-111}$$

类似地，可以根据力的传递关系，按分支始端断面的作用力X_0、作用在分支中各元件的集中外力P_k和均布荷载W_k表达出分支中任一元件i始端断面处的作用力：

$$X_i=\prod_{j=i}^{1}B_{j,j-1}X_0+\sum_{k=1}^{i-1}\prod_{j=i}^{k+1}B_{j,j-1}(P_k+W_k)+P_i+W_i \tag{6-112}$$

或

$$X_i=B_{i,0}X_0+\sum_{k=1}^{i}B_{i,k}(P_k+W_k) \tag{6-113}$$

与得到式（6-106）的方法一样，分支中任一元件始端断面的位移λ_i亦可用下式表达：

$$\lambda_i=B^T_{0,i}\lambda_0+\sum_{k=1}^{i}B^T_{k,i}[F_k(P_k-X_k)+\Delta_k] \tag{6-114}$$

用式（6-113）、（6-114）就可以求算分支中任一元件始端断面的作用力X_i及位移λ_i。

将式（6-113）代入式（6-114）中的X_k，得：

$$\lambda_i = B^T_{0,i}\lambda_0 + \sum_{k=1}^{i} B^T_{k,i}\left\{F_k[P_k - B_{k,0}X_0 - \sum_{j=1}^{k} B_{k,j}(P_j + W_j) + \Delta_k]\right\}$$

此式可改写成

$$\lambda_i = a_{0,i}\lambda_0 + b_{0,i}X_0 + \sum_{j=1}^{i} b_{j,i}P_j + c_{0,i} \qquad (6\text{-}115)$$

同样可将式（6-113）改写成：

$$X_i = \bar{b}_{0,i}X_0 + \sum_{j=1}^{i} \bar{b}_{j,i}P_j + \bar{c}_{0,i} \qquad (6\text{-}116)$$

上两式中

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{b}_{j,i} = B_{i,j} \qquad \bar{b}_{0,i} = B_{i,0} \qquad \bar{c}_{0,i} = \sum_{k=1}^{i} B_{i,k}W_k \\
&a_{0,i} = B^T_{0,i} \qquad b_{j,i} = -\sum_{k=j+1}^{i} B^T_{k,i}F_kB_{k,j} \\
&b_{0,i} = -\sum_{k=1}^{i} B^T_{k,i}F_kB_{k,0} \\
&c_{0,i} = \sum_{k=1}^{i} B^T_{k,i}(-F_k\bar{c}_{0,k} + \Delta_k) \\
&\bar{c}_{0,k} = \sum_{j=1}^{k} B_{k,j}W_j
\end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}117)$$

其中$b_{i,i}$和$\bar{b}_{i,i}$相应为 6 × 6 零矩阵和 6 × 6 单位矩阵。

这样，我们又得到一种表达分支中任一元件始端断面的位移和作用力的表达式。

三、追赶位移法

现讨论如图6-32所示由几个跨度组成的分支。

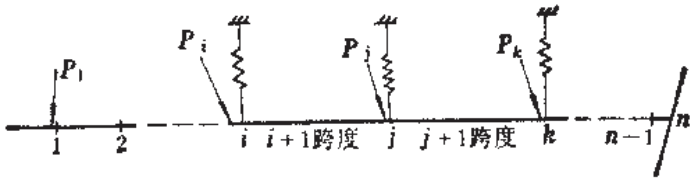


图 6-32　由几个跨度组成的分支

先将式（6-115）、（6-116）、（6-117）改写成表达分支中任一点 i 到另一点Q的位移和作用力的传递关系式：

$$\left.\begin{aligned}
&\lambda_Q = a_{i,Q}\lambda_i + b_{i,Q}X_i + c^0_{i,Q} \\
&X_Q = \bar{b}_{i,Q}X_i + \bar{c}^0_{i,Q}
\end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}118)$$

式中　$a_{i,Q} = B^T_{i,Q}$

$\bar{b}_{i,Q} = B_{Q,i}$

$$b_{i,Q} = -\sum_{v=i+1}^{Q} B^T_{v,Q}F_vB_{v,i}$$

$$\bar{c}^0_{i,Q} = \sum_{v=i+1}^{Q} B_{Q,v}(W_v + P_v)$$

$$c^0_{i,Q}=\sum_{v=i+1}^{Q} B^T_{v,Q}\left[-F_v\sum_{k=i+1}^{v} B_{v,k}(W_k+P_k)+\Delta_v+F_vP_v\right]$$

应用式（6-118），可以写出一跨（$i\to j$）两端的位移和作用力的关系式，并考虑此跨末端装有刚性为K_j的支吊架：

$$\left.\begin{aligned}\lambda_j&=a_{i,j}\lambda_i+b_{i,j}X_i+c^0_{i,j}\\ X_j&=\bar{b}_{i,j}X_i+\bar{c}^0_{i,j}-K_j\lambda_j\end{aligned}\right\}\qquad(6\text{-}119)$$

由（6-119）的第一式可以写出连续的两跨（$i\to j$）、（$j\to k$）的始端作用力：

$$\left.\begin{aligned}X_i&=b^{-1}_{i,j}(\lambda_j-a_{i,j}\lambda_i-c^0_{i,j})\\ X_j&=b^{-1}_{j,k}(\lambda_k-a_{j,k}\lambda_j-c^0_{j,k})\end{aligned}\right\}\qquad(6\text{-}120)$$

因此，由式（6-119）和（6-120）的第二式得：

$$b^{-1}_{j,k}(\lambda_k-a_{j,k}\lambda_j-c^0_{j,k})=\bar{b}_{i,j}b^{-1}_{i,j}(\lambda_j-a_{i,j}\lambda_i-c^0_{i,j})+\bar{c}^0_{i,j}-K_j\lambda_j$$

$$\bar{b}_{i,j}b^{-1}_{i,j}a_{i,j}\lambda_i-(\bar{b}_{i,j}b^{-1}_{i,j}+b^{-1}_{j,k}a_{j,k}-K_j)\lambda_j+b^{-1}_{j,k}\lambda_k$$

$$=b^{-1}_{j,k}c^0_{j,k}-\bar{b}_{i,j}b^{-1}_{i,j}c^0_{i,j}+\bar{c}^0_{i,j}$$

由此可以写出连续三跨的始端断面位移的关系式：

$$b_j\lambda_i+c_j\lambda_j+d_j\lambda_k=a_j\qquad(6\text{-}121)$$

式中 $b_j=\bar{b}_{i,j}b^{-1}_{i,j}a_{i,j}$

$$c_j=-b^{-1}_{j,k}a_{j,k}-\bar{b}_{i,j}b^{-1}_{i,j}+K_j$$

$$d_j=b^{-1}_{j,k}$$

$$a_j=b^{-1}_{j,k}c^0_{j,k}-\bar{b}_{i,j}b^{-1}_{i,j}c^0_{i,j}+\bar{c}^0_{i,j}$$

将公式（6-121）推广应用到分支的各跨，则得出下列联立方程组：

$$\begin{aligned}c_1\lambda_1&=-b_1\lambda_0-d_1\lambda_2+a_1\\ c_2\lambda_2&=-b_2\lambda_1-d_2\lambda_3+a_2\\ c_3\lambda_3&=-b_3\lambda_2-d_3\lambda_4+a_3\\ &\cdots\cdots\\ &\cdots\cdots\end{aligned}$$

利用第一个方程式将第二式中的λ_1消除，得$\lambda_2=L_2\lambda_3+N_2\lambda_0+M_2$，再用此式消除第三式中的$\lambda_2$，则得$\lambda_3=L_3\lambda_4+N_3\lambda_0+M_3$，依此类推，则得通式：

$$\lambda_i=L_i\lambda_{i+1}+N_i\lambda_0+M_i\qquad(6\text{-}122)$$

式中 $L_i=-(c_i+b_iL_{i-1})^{-1}d_i$

$$N_i=-(c_i+b_iL_{i-1})^{-1}b_iN_{i-1}$$

$$M_i=(c_i+b_iL_{i-1})^{-1}(-b_iM_{i-1}+a_i)$$

而L_0为6×6零矩阵，N_0为6×6单位矩阵，M_0为6×1零矩阵。

进行逆向运算，则可得：

$$\lambda_{n-1}=L_{n-1}\lambda_n+N_{n-1}\lambda_0+M_{n-1}$$

$$\begin{aligned}\lambda_{n-2}&=L_{n-2}\lambda_{n-1}+N_{n-2}\lambda_0+M_{n-2}\\ &=L_{n-2}(L_{n-1}\lambda_n+N_{n-1}\lambda_0+M_{n-1})+N_{n-2}\lambda_0+M_{n-2}\end{aligned}$$

$$=L_{n-2}L_{n-1}\lambda_n+(N_{n-2}+L_{n-2}N_{n-1})\lambda_0+M_{n-2}+L_{n-2}M_{n-1}$$

$$\lambda_{n-3}=\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots$$

总之

$$\lambda_i=L_{i,n}\lambda_n+N_{i,n}\lambda_0+M_{i,n} \qquad (6\text{-}123)$$

式中 $L_{i,n}=L_iL_{i+1}L_{i+2}\cdots\cdots L_{n-1}$

$N_{i,n}=N_i+L_iN_{i+1}+L_iL_{i+1}N_{i+2}+\cdots\cdots+L_iL_{i+1}L_{i+2}\cdots\cdots L_{n-2}N_{n-1}$

$M_{i,n}=M_i+L_iM_{i+1}+L_iL_{i+1}M_{i+2}+\cdots\cdots+L_iL_{i+1}L_{i+2}\cdots\cdots L_{n-2}M_{n-1}$

由式（6-123）得到以分支始、末端的位移 λ_0、λ_n 表达的任一中间跨度始端断面的位移。

下面再利用式（6-122）及（6-123）求取用分支两端的位移λ_0、λ_n表达分支两端的作用力X_0、X_n的算式：

由公式（6-119）得分支终端断面的作用力（分支终端处无支吊架）：

$$X_n=\bar{b}_{n-1,n}X_{n-1}+\bar{c}^0_{n-1,n}$$

由公式（6-120）得分支最末跨始端断面 $n-1$ 的作用力：

$$X_{n-1}=b^{-1}_{n-1,n}(\lambda_n-a_{n-1,n}\lambda_{n-1}-c^0_{n-1,n})$$

由公式（6-122）得分支最末跨始端断面 $n-1$ 的位移

$$\lambda_{n-1}=L_{n-1}\lambda_n+N_{n-1}\lambda_0+M_{n-1}$$

则分支作用于 n 结点的推力

$$\begin{aligned}R_{n0}=X_n&=\bar{b}_{n-1,n}b^{-1}_{n-1,n}(\lambda_n-a_{n-1,n}\lambda_{n-1}-c^0_{n-1,n})+\bar{c}^0_{n-1,n}\\&=\bar{b}_{n-1,n}b^{-1}_{n-1,n}[\lambda_n-a_{n-1,n}(L_{n-1}\lambda_n+N_{n-1}\lambda_0+M_{n-1})-c^0_{n-1,n}]+\bar{c}^0_{n-1,n}\\&=\bar{b}_{n-1,n}b^{-1}_{n-1,n}\lambda_n-\bar{b}_{n-1,n}b^{-1}_{n-1,n}a_{n-1,n}L_{n-1}\lambda_n\\&\quad-\bar{b}_{n-1,n}b^{-1}_{n-1,n}a_{n-1,n}N_{n-1}\lambda_0-\bar{b}_{n-1,n}b^{-1}_{n-1,n}a_{n-1,n}M_{n-1}\\&\quad-\bar{b}_{n-1,n}b^{-1}_{n-1,n}c^0_{n-1,n}+\bar{c}^0_{n-1,n}\\&=D_{nn}\lambda_n+D_{n0}\lambda_0+A_{n0}\end{aligned} \qquad (6\text{-}124)$$

式中

$$\left.\begin{aligned}D_{nn}&=\bar{b}_{n-1,n}b^{-1}_{n-1,n}(1-a_{n-1,n}L_{n-1})\\D_{n0}&=-\bar{b}_{n-1,n}b^{-1}_{n-1,n}a_{n-1,n}N_{n-1}\\A_{n0}&=-\bar{b}_{n-1,n}b^{-1}_{n-1,n}(a_{n-1,n}M_{n-1}+c^0_{n-1,n})+\bar{c}^0_{n-1,n}\end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}125)$$

应用式（6-120）及（6-123）可以写出分支作用于结点 0 的推力：

$$\begin{aligned}R_{0n}=-X_0&=-b^{-1}_{0,1}(\lambda_1-a_{0,1}\lambda_0-c^0_{0,1})\\&=-b^{-1}_{0,1}(L_{1,n}\lambda_n+N_{1,n}\lambda_0+M_{1,n}-a_{0,1}\lambda_0-c^0_{0,1})\\&=D_{00}\lambda_0+D_{0n}\lambda_n+A_{0n}\end{aligned} \qquad (6\text{-}126)$$

式中

$$\left.\begin{aligned}D_{00}&=b^{-1}_{0,1}(a_{0,1}-N_{1,n})\\D_{0n}&=-b^{-1}_{0,1}L_{1,n}\\A_{0n}&=b^{-1}_{0,1}(c^0_{0,1}-M_{1,n})\end{aligned}\right\} \qquad (6\text{-}127)$$

R_{0n}和R_{n0}为分支作用在始端结点及终端结点的推力值。

当分支无中间支点亦即为单跨分支时，公式（6-125）中的$n-1=0$，此时，L_{n-1}为6×6零矩阵；N_{n-1}为6×6单位矩阵；M_{n-1}为6×1零矩阵。而公式（6-127）中$n=1$，此时，$N_{1,n}$为6×6零矩阵，$L_{1,n}$为6×6单位矩阵；$M_{1,n}$为6×1零矩阵。

在求得作用在分支始、末端结点上的推力的算式后，就可由每个结点周围各分支对结点的推力的静力平衡来列出求解整个管系结点位移的联立方程组。

如图6-33所示的管系共有8个分支、4个结点、4个端点，箭头所指为各分支始端（小数）指向末端（大数）的方向，并且末梢分支的固定点一端的编号大于结点编号。列出各分支作用在始、末端结点的推力式：

1—5分支：
$$R^{1,5}_{0n}=D^{1,5}_{00}\lambda_1+D^{1,5}_{0n}\lambda_5+A^{1,5}_{0n}$$
$$R^{1,5}_{n0}=D^{1,5}_{nn}\lambda_5+D^{1,5}_{n0}\lambda_1+A^{1,5}_{n0}$$

1—3分支：
$$R^{1,3}_{0n}=D^{1,3}_{00}\lambda_1+D^{1,3}_{0n}\lambda_3+A^{1,3}_{0n}$$
$$R^{1,3}_{n0}=D^{1,3}_{nn}\lambda_3+D^{1,3}_{n0}\lambda_1+A^{1,3}_{n0}$$

1—2分支：
$$R^{1,2}_{0n}=D^{1,2}_{00}\lambda_1+D^{1,2}_{0n}\lambda_2+A^{1,2}_{0n}$$
$$R^{1,2}_{n0}=D^{1,2}_{nn}\lambda_2+D^{1,2}_{n0}\lambda_1+A^{1,2}_{n0}$$

2—3分支：
$$R^{2,3}_{0n}=D^{2,3}_{00}\lambda_2+D^{2,3}_{0n}\lambda_3+A^{2,3}_{0n}$$
$$R^{2,3}_{n0}=D^{2,3}_{nn}\lambda_3+D^{2,3}_{n0}\lambda_2+A^{2,3}_{n0}$$

2—4分支：……

……

……：……

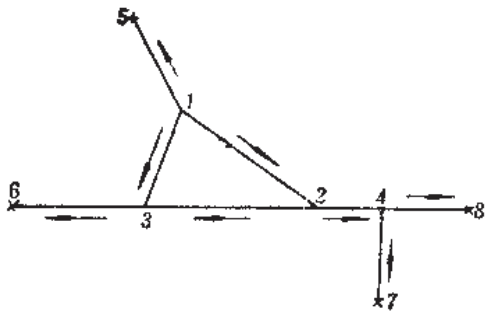


图 6-33 计算管系

依各结点的静力平衡写出联立方程组如下：

结点1：结点2：结点3：结点4：
$$\begin{bmatrix} D^{1,5}_{00}+D^{1,2}_{00}+D^{1,3}_{00} & D^{1,2}_{0n} & D^{1,3}_{0n} & 0 \\ D^{1,2}_{n0} & D^{1,2}_{nn}+D^{2,3}_{00}+D^{2,4}_{00} & D^{2,1}_{0n} & D^{2,4}_{0n} \\ D^{1,3}_{n0} & D^{2,3}_{n0} & D^{1,3}_{nn}+D^{2,3}_{nn}+D^{3,6}_{00} & 0 \\ 0 & D^{2,4}_{n0} & 0 & D^{2,4}_{nn}+D^{4,7}_{00}+D^{4,8}_{00} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} A^{1,5}_{0n}+A^{1,2}_{0n}+A^{1,3}_{0n}+D^{1,5}_{0n}\lambda_5 \\ A^{1,2}_{n0}+A^{2,3}_{0n}+A^{2,4}_{0n} \\ A^{1,3}_{n0}+A^{2,3}_{n0}+A^{3,6}_{0n}+D^{3,6}_{0n}\lambda_6 \\ A^{2,4}_{n0}+A^{4,7}_{0n}+A^{4,8}_{0n}+D^{4,7}_{0n}\lambda_7+D^{4,8}_{0n}\lambda_8 \end{bmatrix} \tag{6-128}$$

由此可以写出以下通式：

$$\begin{bmatrix} D^{\Sigma}_{11} & D_{12} & D_{13}\cdots\cdots D_{1N} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ D_{I1} & D_{I2}\cdots\cdots D^{\Sigma}_{II}\cdots D_{IN} & \cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ D_{N1} & D_{N2}\cdots\cdots\cdots D^{\Sigma}_{NN} & \cdots\cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \cdots\cdots \\ \lambda_I \\ \cdots\cdots \\ \lambda_N \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} A^{\Sigma}_1 \\ \cdots\cdots \\ A^{\Sigma}_I \\ \cdots\cdots \\ A^{\Sigma}_N \end{bmatrix} \tag{6-129}$$

式中 D^{Σ}_{cc}为联接于c接点的各分支的$D^{a,b}_{00}$或$D^{a,b}_{nn}$之和，当分支以a点为始端者取$D^{a,b}_{00}$，当分支以a点为末端者取$D^{a,b}_{nn}$；D_{ab}为联接于a结点各分支（末梢分支除外）的$D^{a,b}_{0n}$或$D^{a,b}_{n0}$，当分支以a点为始端者取$D^{a,b}_{0n}$，当分支以a点为末端者取$D^{a,b}_{n0}$；A^{Σ}_a为联接于a结

$\bar{A}^*_{0,i}$——由均布荷载W、集中外力P和位移荷载引起的并已考虑由这些因素产生的支吊架反力在i断面处的作用力积累：

$$\bar{A}^*_{0,i}=\bar{c}_{0,i}-\sum_{j=1}^{i}\bar{b}_{j,i}K_jA^*_{0,j}+\sum_{j=1}^{i}\bar{b}_{j,i}P_j。$$

上列各式中：$D^*_{0,1}=a_{0,1}=B^T_{0,1}$，$E^*_{0,1}=b_{0,1}=-F_1B_{1,0}$，

$$A^*_{0,1}=c_{0,1}=-F_1W_1+\Delta_1。$$



图 6-34　始端断面参数为λ_0、X_0的管道分支

若以分支的终端断面为n，始端断面为0，则由公式（6-130）的第一式可以得到作用于分支始端的作用力：

$$\begin{aligned}X_0&=E^{*\,-1}_{0,n}(\lambda_n-D^*_{0,n}\lambda_0-A^*_{0,n})\\&=-D_{0n}\lambda_n-D_{00}\lambda_0-A_{0n}\end{aligned}\qquad(6\text{-}131)$$

式中　$D_{0n}=-E^{*\,-1}_{0,n}$；$D_{00}=-D_{0n}D^*_{0,n}$；$A_{0n}=-D_{0n}A^*_{0,n}$

由此得分支始端作用于节点0的推力为：

$$R_{0n}=-X_0=D_{00}\lambda_0+D_{0n}\lambda_n+A_{0n}\qquad(6\text{-}132)$$

由（6-130）的第二式及（6-131）式得分支末端作用于节点n的推力为：

$$\begin{aligned}R_{n0}=X_n&=\bar{D}^*_{0,n}\lambda_0+\bar{E}^*_{0,n}X_0+\bar{A}^*_{0,n}\\&=\bar{D}^*_{0,n}\lambda_0-\bar{E}^*_{0,n}(D_{0n}\lambda_n+D_{00}\lambda_0+A_{0n})+\bar{A}^*_{0,n}\\&=(\bar{D}^*_{0,n}-\bar{E}^*_{0,n}D_{00})\lambda_0-\bar{E}^*_{0,n}D_{0n}\lambda_n-(\bar{E}^*_{0,n}A_{0n}-\bar{A}^*_{0,n})\\&=D_{n0}\lambda_0+D_{nn}\lambda_n+A_{n0}\end{aligned}\qquad(6\text{-}133)$$

式中　$D_{n0}=\bar{D}^*_{0,n}-\bar{E}^*_{0,n}D_{00}$；$D_{nn}=-\bar{E}^*_{0,n}D_{0n}$；

$A_{n0}=\bar{A}^*_{0n}-\bar{E}^*_{0,n}A_{0n}$。

按式（6-132）及（6-133）可以求得分支对始端结点及末端结点的推力值，以后的计算就可以像追赶位移法一样列出求解整个管系的结点位移的联立方程组，并计算结点位移进而计算各分支的任一断面的作用力和位移。

第七章　管道应力验算

火力发电厂和其它工业企业的热力管道设计，一般仅考虑内压、持续外载和热膨胀荷载的作用，应力验算通常采用一些简化的实用方法，而不需进行严格的应力分析。设计中多半是按建立在实验基础上的一些半经验的规范规则进行验算，这种方法通常称为经验规则验算法。

一些管道（例如核电厂的管道），由于运行安全可靠性要求高，需要考虑各种不同类型荷载的作用，进行比较严格的应力分析和验算，以防止发生各种破坏事故。对于非蠕变温度下工作的管道，采用非蠕变温度管道应力分析验算法；对于高温蠕变温度下工作的管道，由于蠕变-疲劳的重叠作用和非弹性应变的积累，需要采用高温蠕变管道应力分析验算法。

第一节　管道应力经验规则验算法

一、一次应力验算

按照应力分类，管道承受内压和持续外载（包括自重和支吊架反力等）产生的应力，属于一次应力。一次应力是非自限性的，超过某一限度，将使管道整体变形直至破坏。因此，必须为不发生材料屈服而留有适当的裕度，以防止过度的塑性变形而导致管道失效或破坏。一次应力验算采用极限分析，一般进行下列两项验算：

（1）管道在工作状态下，由内压产生的折算应力验算。

承受内压的管道，在管壁上将产生三个相互垂直的正应力，即内压周向应力、内压轴向应力和内压径向应力，而无剪应力（$\tau=0$），所以这三个正应力也就是它们的主应力，属于三向应力状态。在这三个主应力中，内压周向应力最大，内压径向应力最小，按照最大剪应力理论和以管壁平均应力为基础，计算组合应力的当量强度（即内压折算应力），它等于最大主应力与最小主应力之差：

$$\sigma_{zs}=\sigma_{zxp}-\sigma_{jxp} \tag{7-1}$$

式中 σ_{zs}——内压折算应力；

σ_{zxp}——平均内压周向应力；

σ_{jxp}——平均内压径向应力。

承受内压力的管道强度，起决定作用的是平均内压周向应力，它属于一次薄膜应力。按照极限分析，内压折算应力超过钢材的屈服极限或持久强度，就会使管道直径增大，管壁变薄直至破坏。为留有一定裕度，对内压折算应力的限定，应不超过钢材在计算温度下的基本许用应力，即

$$\sigma_{zs}\leqslant[\sigma]^t_j \tag{7-2}$$

$$\left(\frac{P_{js}D_n^2}{400(D_n+S)S}+\sigma_{zhw}+\sigma_w\right)-\left(\frac{-P_{js}}{200}\right)\leqslant[\sigma]_j^t$$

将上式加以整理可得：

$$\frac{P_{js}(D_w-S)}{400S}+\frac{P_{js}S}{400(D_w-S)}+\sigma_{zhw}+\sigma_w\leqslant[\sigma]_j^t$$

对于一般热力管道，上式中的第二项$\frac{P_{js}S}{400(D_w-S)}$仅为第一项$\frac{P_{js}(D_w-S)}{400S}$的2%以下，可以略去不计。这样便得到管道在工作状态下由内压和持续外载产生的应力验算条件为：

$$\frac{P_{js}(D_w-S)}{400S}+\sigma_{zhw}+\sigma_w\leqslant[\sigma]_j^t \qquad (7\ 9)$$

在一般情况下，$\frac{P_{js}(D_w-S)}{400S}$约为内压周向应力或钢材在计算温度下的基本许用应力的一半。因此，按照式（7-9）的验算条件，设计中应注意控制一定的支吊架间距。

式（7-9）中的持续外载轴向应力和当量应力，可按下列公式计算：

$$\sigma_{zhw}=\frac{P_{zhw}}{100A} \qquad (7\ 10)$$

$$\sigma_w=\frac{mM_w}{W\varphi} \qquad (7\text{-}11)$$

上两式中

P_{zhw}——持续外载轴向力（公斤力）；

M_w——持续外载当量力矩（公斤力·米）；

A——管壁断面积（厘米^2）；

W——管壁断面抗弯矩（厘米^3）；

m——应力加强系数；

φ——环向焊缝系数。

对于按照《电力建设施工及验收技术规范（火力发电厂焊接篇）》检验合格的环向焊缝，焊缝系数可按下列数据取用：

对于碳素钢和低合金钢　$\varphi=0.9$；

对于高铬钢　　$\varphi=0.7$。

当应力验算点在各类弯管上或热压三通、焊制三通的支管与主管交叉点时，取$\varphi=1$；当验算点在直管上时，由于较难准确预计焊缝的位置，一般将环向焊缝系数计算在内。

二、二次应力验算

1.热胀当量应力计算

管道由于热胀冷缩等变形受约束而产生的应力(即热胀当量应力或称热胀应力范围)，属于二次应力。它的特征是有自限性的，二次应力产生的破坏，是在反复交变应力作用下引起的疲劳破坏。对于二次应力的限定，是采用许用应力范围和控制一定的交变循环次数。

管道是受内压、持续外载作用下的一次应力和由热胀、冷缩及其它位移受约束而产生

的二次应力联合作用的，处于复杂应力状态。当验算点在管子外壁时，属于二向应力状态，它的主应力可由该处各方向的应力合成，即：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1&=\frac{\sigma_{zh}+\sigma_{zx}}{2}+\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zh}-\sigma_{zx}}{2}\right)^2+\tau^2}\\ \sigma_2&=\frac{\sigma_{zh}+\sigma_{zx}}{2}-\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zh}-\sigma_{zx}}{2}\right)+\tau^2}\\ \sigma_3&=0\end{aligned}\right\}\qquad(7\text{-}12)$$

或可写成：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1&=0.5[\sigma_{zh}+\sigma_{zx}+\sqrt{(\sigma_{zh}-\sigma_{zx})^2+4\tau^2}]\\ \sigma_2&=0.5[\sigma_{zh}+\sigma_{zx}-\sqrt{(\sigma_{zh}-\sigma_{zx})^2+4\tau^2}]\\ \sigma_3&=0\end{aligned}\right\}\qquad(7\text{-}13)$$

式中 σ_{zh}——合成轴向应力；

$$\sigma_{zh}=\sigma_{zhp}+\sigma_{zhw}+\sigma_{wqw}+\sigma_{wq}\qquad(7\text{-}14)$$

σ_{zhp}——内压轴向应力；

σ_{zhw}——持续外载轴向应力；

σ_{wqw}——持续外载弯曲应力；

σ_{wq}——热胀弯曲应力；

σ_{zx}——内压周向应力；

τ——持续外载和热胀的剪应力。

若按照变形能强度理论，组合应力的当量强度为：

$$\sigma_{hc}=\sqrt{\sigma_{zh}^2+\sigma_{zx}^2-\sigma_{zh}\sigma_{zx}+3\tau^2}\qquad(7\text{-}15)$$

若按照最大剪应力强度理论，组合应力的当量强度取$\sigma_1-\sigma_2$与$\sigma_1-\sigma_3$之较大值。只有当$\tau>\sqrt{\sigma_{zh}\sigma_{zx}}$时，$\sigma_2$为负值时才取：

$$\begin{aligned}\sigma_{hc}&=\sigma_1-\sigma_2\\&=\sqrt{(\sigma_{zh}-\sigma_{zx})^2+4\tau_2}\end{aligned}\qquad(7\text{-}16)$$

除此以外，一般管道设计均取：

$$\begin{aligned}\sigma_{hc}&=\sigma_1-\sigma_3\\&=0.5[\sigma_{zh}+\sigma_{zx}+\sqrt{(\sigma_{zh}-\sigma_{zx})^2+4\tau^2}]\end{aligned}\qquad(7\text{-}17)$$

当仅验算热胀弯曲应力和剪应力时，按照最大剪应力强度理论，组合应力的当量强度为：

$$\sigma_t=\sqrt{\sigma_{wq}^2+4\tau^2}\qquad(7\text{-}18)$$

如果计入应力加强系数和环向焊缝系数，即得实际应用的热胀当量应力计算式：

$$\sigma_t=\frac{m\sqrt{\sigma_{wq}^2+4\tau^2}}{\varphi}\qquad(7\text{-}19)$$

式中 σ_t——热胀当量应力（公斤力/毫米^2）；

m——应力加强系数；

热态：（1）材料强度条件$\leqslant\sigma_s^t$或σ_D^t；

（2）疲劳强度条件$\leqslant 0.5f\sigma_b^t$。

其中 σ_s——钢材在20℃的屈服极限；

σ_s^t——钢材在计算温度下的屈服极限；

σ_D^t——钢材在计算温度下10万小时持久强度的平均值；

σ_b——钢材在20℃的抗拉强度；

σ_b^t——钢材在计算温度下的抗拉强度；

f——交变次数的应力降低系数：

对于交变次数$N\leqslant 2500$次，$f=1.0$；

对于交变次数$N=7000$次，$f=0.8$。

对于一般热力管道所采用的钢材，在冷态时，因为$0.5\sigma_b<\sigma_s$，往往以疲劳强度作为控制条件；而在热态时，因为σ_s^t或$\sigma_D^t<0.5\sigma_b^t$，往往以材料的高温强度作为控制条件。因此，一次应力加二次应力在冷态和热态的最大应力范围可以采用：$0.5\sigma_b+\sigma_s^t$（或σ_D^t）。

由于钢材在20℃时的基本许用应力$[\sigma]_j=\frac{\sigma_b}{3}$，钢材在计算温度下的基本许用应力$[\sigma]_j^t=\frac{\sigma_s^t}{1.5}$或$\frac{\sigma_b^t}{1.5}$（取二者的较小值）。所以，最大应力范围可以写成为：$1.5([\sigma]_j+[\sigma]_j^t)$。

考虑一定的安全裕度，取最大应力范围的80%，则许用应力范围应限定为：

$$1.2([\sigma]_j+[\sigma]_j^t)$$

管系由于内压、自重和其它持续外载所产生的一次应力不得大于管材在计算温度下的基本许用应力$[\sigma]_j^t$，因此，仅计算热胀二次应力的许用应力范围为：

$$1.2[\sigma]_j+0.2[\sigma]_j^t$$

由试验得出，应力范围与交变次数N的0.2次方成反比[12]。

如果交变次数N超过2500次，则一次应力加二次应力的许用应力范围为：

$$1.2f([\sigma]_j+[\sigma]_j^t)$$

相应的热胀二次应力的许用应力范围为：

$$f(1.2[\sigma]_j+0.2[\sigma]_j^t)$$

其中 f——交变次数对许用应力范围的修正系数。

$$f=\frac{4.78}{N^{0.2}}$$

在外国的火力发电厂设计中，由于采用的基本许用应力（或安全系数）及交变次数的不同，而有不同的许用应力范围。例如在美国[2]，考虑运行20年中每天起停一次，将约有7000次，因此，疲劳强度与抗拉强度的关系为$\sigma_e=0.4\sigma_b$。在确定应力范围时，冷态部分取用$0.4\sigma_b$；而热态部分取用材料的强度σ_s^t或σ_D^t。因此，应力范围限定在$0.4\sigma_b+(\sigma_s^t$或$\sigma_D^t)$。而基本许用应力采用：$[\sigma]_j=\frac{\sigma_b}{4}$；$[\sigma]_j^t=\frac{\sigma_s^t}{1.6}$或$\frac{\sigma_D^t}{1.6}$。故最大应力范围为：$1.6\times[\sigma]_j+1.6[\sigma]_j^t$。则一次应力加二次应力的许用应力范围取用$0.78\times(1.6[\sigma]_j+1.6\times[\sigma]_j^t)$，即：$1.25([\sigma]_j+[\sigma]_j^t)$。其中热胀二次应力的许用应力范围为：$1.25[\sigma]_j+0.25$

$\times[\sigma]\}$。当使用期间的起停交变次数估计将大于7000次时，许用应力范围还应乘上$\frac{5.9}{N^{0.2}}$的修正系数。

三、应力加强系数

管道在内压、持续外载和热胀、冷缩等荷载作用下，在弯管、三通等薄壁管件上将产生局部的应力集中。因此，在进行应力计算时，要计入应力加强系数，以考虑其应力增大的影响。理论和试验证明，在这些管件上的应力状态是比较复杂的，而且与它们的柔性相关联，因此，要用理论公式来准确计算应力加强系数将十分困难。所以，在工程上都是采用试验研究得出的经验公式来计算。

许多研究者在研究柔性系数的同时，研究了与之相关联的应力加强系数。弯管的应力加强系数是指弯管在弯矩作用下的最大弯曲应力和直管受同样弯矩产生的最大弯曲应力的比值。

根据卡曼(Von Karman)理论[46]得出的弯管横截面外层纤维纵向应力加强系数为：

当$\lambda<1.472$时：

$$m=\frac{2}{3K}\sqrt{\frac{5+6\lambda^2}{12}} \tag{7-21}$$

当$\lambda\geqslant1.472$时：

$$m=\frac{12\lambda^2-2}{12\lambda^2+1} \tag{7-22}$$

同时，弯管横截面周向应力加强系数为：

$$m=\frac{18\lambda}{1+12\lambda^2} \tag{7-23}$$

上列公式中

m——弯管应力加强系数；

K——弯管减刚系数，等于弯管柔性系数的倒数；

λ——弯管尺寸系数。

式(7-23)的周向应力加强系数完全不能得到满意的结果，特别是在λ值较小时，误差会更大。

然而，管道的热胀、冷缩实质上是一个弯曲疲劳问题。因此，目前广泛使用的是疲劳应力加强系数。它是根据弯管在承受弯矩荷载交变作用下的疲劳试验归纳出的计算应力加强系数的经验公式。因此，弯管应力加强系数，又可以用在相同弯矩交变作用下的直管疲劳强度与弯管疲劳强度的比值来表示，以说明弯管比直管应力增强的程度。

弯管的应力加强系数和柔性系数一样，都是随弯管尺寸系数而变，即与$\frac{R}{r_p}$和$\frac{S}{r_p}$有关。自从卡曼发现弯管比直管柔和以来，国外在弯管柔性和应力增强方面进行了大量的试验研究。这些研究结果表明，同柔性系数相似，当$\lambda>0.3$时，各种理论和试验研究得到的应力加强系数是相近的，最大应力的位置也同样一致，只有当$\lambda<0.3$时，才得到明显不一致的结果。

Beskin's[12]在卡曼理论基础上，研究了弯管的柔性系数和应力加强系数，并且为试验所证实，当λ＜0.3时也能得到比较正确的结果。他研究得到柔性系数和应力加强系数列于表7-1。

表 7-1　　Beskin's柔性系数与应力加强系数

尺寸系数 $\lambda=\frac{SR}{r_p^2}$	柔性系数 $k=\frac{1.65}{\lambda}$	周向应力加强系数		纵向应力加强系数	
		平面弯曲 γ_i	非平面弯曲 γ_0	平面弯曲 β_i	非平面弯曲 β_0
0.033	50	18.091	14.727	8.12	10.22
0.046	35.4	14.347	11.739	6.43	8.10
0.066	25.0	11.273	9.273	5.09	6.46
0.092	17.7	8.967	7.435	4.08	5.19
0.132	12.50	7.000	5.795	3.26	4.17
0.185	8.85	5.562	4.675	2.54	3.28
0.264	6.17	4.318	3.682	1.99	2.60
0.330	4.91	3.682	3.182	1.68	2.23
0.462	3.36	2.851	2.558	1.277	1.76
0.660	2.34	2.109	1.973	1.010	1.439
0.924	1.720	1.558	1.500	0.881	1.238
1.320	1.375	1.114	1.091	0.889	1.123
1.848	1.190	0.804	0.794	0.937	1.063
2.640	1.096	0.565	0.562	0.968	1.032
3.300	1.048	0.453	0.151	0.979	1.021
∞	1	0	0	1	1

表 7-1 说明，不同尺寸特性的弯管，在弯矩作用下周向弯曲应力加强系数（γ）比纵向应力加强系数（β）高得多，尤其是对于平面弯曲，使我们可以预见到，弯管多由纵向裂缝引起破坏，并且不论尺寸如何，裂缝位置都在弯管中心线两侧面。对于非平面弯曲，最大周向应力的位置依尺寸系数而变：当λ＝0.03，最大周向应力位置在弯管侧面至内弧（凹面）15°处；当λ＝0.25时，约在侧面至内弧30°处；当λ＝0.5时，约在侧面至内弧40°处，对于更大的λ，它接近于45°（即弯管侧面与内弧之间）。这些情况已被美国许多弯管疲劳试验的结果所证实[12]。在一般情况下，不论是破坏型式还是位置，都能够较好地相符。

对于不同尺寸的弯管，疲劳试验得到的应力加强系数列于表7-2。

从表 7-2 中的数据来看，可以概略地说，从试验得到的弯管应力加强系数（m），大约相当于Beskin's理论预测值的一半。这是因为决定柔性系数和应力加强系数时，理论与试验采用的基础不同，理论只考虑了形状对具有理想表面情况的均匀管道，而试验中对热压弯头的固定（夹持）本身就有一个应力升高的系数。

除了这个基础不同而引起的差别之外，试验结果与Beskin's理论相当符合，从试验推导的应力加强系数（m）可以用下列公式表示：

平面弯曲的应力加强系数：

表 7-2　　疲劳试验得到的弯管应力加强系数

平均测量尺寸				计算数据		试验应力加强系数	
外径 D_w (英寸)	壁厚 S (英寸)	弯曲半径 R (英寸)	弧 α (度)	管子平均半径 r_p (英寸)	尺寸系数 $\lambda=\frac{SR}{r_p^2}$	平面弯曲 m_i	非平面弯曲 m_o
4.389	0.072	4	90	2.158	0.062	4.49	3.32
4.530	0.241	4	90	2.144	0.210	2.17	1.82
4.443	0.101	6	90	2.171	0.129	4.38	3.27
4.534	0.245	6	180	2.144	0.320	2.02	2.07
4.548	0.246	6	135	2.151	0.319	2.10	1.95
4.511	0.240	6	90	2.135	0.316	1.90	1.52
4.548	0.252	6	75	2.148	0.328	1.70	1.43
4.537	0.253	6	60	2.142	0.331	1.53	1.32
4.541	0.249	6	45	2.146	0.324	1.36	1.29
4.552	0.255	6	30	2.148	0.332	1.28	1.39
4.536	0.251	6	15	2.142	0.328	1.46	1.63
4.542	0.244	20	243	2.149	1.057	0.87	0.94
2.375	0.154	12	135	1.110	1.500	1.21	

$$m_i=\frac{0.90}{\lambda^{\frac{2}{3}}} \tag{7-24}$$

非平面弯曲的应力加强系数：

$$m_o=\frac{0.75}{\lambda^{\frac{2}{3}}} \tag{7-25}$$

在工程计算中，除了力求反映实际情况以外，还力求简化。马可尔（*Markl*）[12]对焊制弯管、焊制三通、热压三通等管件也进行了大量的疲劳试验，由试验得到的应力加强系数与式（7－24）、（7－25）计算的数据大体相近。归纳起来，各种管件的应力加强系数是：对于热压弯管和弯制弯管，平面弯曲的大于非平面弯曲的；对于焊制弯管和热压三通，则是平面弯曲的小于非平面弯曲的；对于加强焊制三通，则是平面弯曲的与非平面弯曲的大体相等。对于工程计算，这两个公式具有足够的准确性。为了简化起见，并取偏于保守的估计，不论是平面弯曲还是非平面弯曲，其应力加强系数均取为：

$$m=\frac{0.9}{\lambda^{\frac{2}{3}}} \tag{7-26}$$

且

$$m\nless 1.0$$

这就是一般规范[2][40]中采用的应力加强系数计算公式，对弯制弯管、热压弯管、焊制弯管、焊制三通、热压三通等承受平面弯曲或非平面弯曲荷载都适用。

尽管这些管件的应力加强系数采用相同的公式，但是，同样规格（指直径、壁厚、弯曲半径相同）的光滑弯管与焊制弯管的应力加强系数并不相同，各种型式焊制三通、热压三通的应力加强系数也不同，这是取决于尺寸系数的差异。光滑弯管的尺寸系数按式（5-32）计算，焊制弯管的尺寸系数按式(5-38)计算，三通的尺寸系数计算将在后面谈到。

理论和试验都证明，焊制弯管（斜接缝弯管）总是比同样半径的弯制弯管（或热压弯

管）有较高的局部应力，即较大的应力加强系数。它取决于组成焊制弯管的斜接缝的斜角和斜段距，以及管径、壁厚等。焊制弯管与热压弯管应力加强系数的比较列于表7-3[12]。

从表7-3可以看出，焊制弯管扇形节愈多，应力加强系数将显著降低。当90°弯管用5个扇形节时，其应力加强系数与相同弯曲半径的热压弯管相当。在工程中，对于90°弯管，大多采用两个及以上扇形节组成。

表 7-3　　焊制弯管与热压弯管应力加强系数比较表

弯管型式	斜角缝 $n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=6$	热压弯管
					
计算的应力加强系数	3.90	2.73	2.20	1.95	1.95
相对寿命，热压弯管为 100%	3%	19%	55%	100%	100%

注　（1）管子尺寸为外径 4.5 英寸，壁厚 0.237 英寸，弯曲半径 6 英寸（即$1.5D_g$），相应的外径与内径的比值 $\beta=1.12$；

（2）疲劳寿命是指管道承受应力交变次数，它与设计应力的 5 次方成反比。

现将部分规格管子的弯制弯管、热压弯管、焊制弯管的柔性系数和应力加强系数的计算数据分别列于表（7-4）、（7-5）和（7-6）。

从表7-4中可以看出，弯制弯管的弯曲半径一般为管子外径的4～5倍，因此，对于外径与内径之比（β值）大于1.1的管子，弯制弯管的应力加强系数m将小于1.0，计算时均取$m=1.0$。

从表7-5可以看出，由于热压弯管管径较大，管壁较薄，弯管半径较小，其柔性系数很大，相应的应力加强系数也较大，这对管系应力计算结果影响较大，在管道布置和支吊架设计中应给予足够的重视。

三通的尺寸系数，表明其结构的柔性特征，取决于三通的结构型式和尺寸，一般也是根据疲劳试验的结果推导的。

对于热压三通，考虑到它的过渡区与热压弯管的结构相似，根据疲劳试验数据归纳的尺寸系数[12]为下列关系式：

$$\lambda=\left(\frac{S_1}{S}\right)^{2.5}\cdot\frac{S}{r_p}\left(1+\frac{r_1}{r_p}\right) \qquad (7\text{-}27)$$

式中　λ——尺寸系数；

S——三通连接管子壁厚（厘米）；

r_p——三通连接管子平均半径（厘米）；

S_1——热压三通过渡区的平均壁厚（厘米）；

r_1——热压三通过渡区的平均半径（厘米）。

对于未加强焊制三通，考虑到其结构与直交90°焊制弯管的结构（即斜接缝角度为45°）相似的特征，根据疲劳试验数据归纳的尺寸系数[12]为下列关系式：

表 7-4　　弯制弯管的应力加强系数

管子外径 D_w（毫米）	管子壁厚 S（毫米）	弯管半径 R（毫米）	尺寸系数 $\lambda=\frac{SR}{r_p^2}$	柔性系数 $k=\frac{1.65}{\lambda}$	应力加强系数 $m=\frac{0.9}{\lambda^{2/3}}$
133	4	600	0.577	2.860	1.30
	10	600	1.586	1.040	1
159	4.5	650	0.484	3.409	1.46
	7	650	0.788	2.094	1.05
219	9	1000	0.816	2.022	1.03
	16	1300	2.019	1	1
245	18	1000	1.397	1.181	1
	18	1360	1.816	1	1
273	7	1370	0.542	3.044	1.35
	11	1370	0.878	1.879	1
	20	1370	1.712	1	1
325	8	1370	0.436	3.784	1.57
	13	1370	0.732	2.254	1.11
	24	1370	1.452	1.136	1
355.6	35	1500	2.043	1	1
377	5	1500	0.217	7.604	2.49
	10	1500	0.445	3.708	1.54
	15	1500	0.687	2.402	1.16
426	5	1965	0.222	7.432	2.45
	11	1965	0.502	3.287	1.42
	17	1965	0.799	2.065	1.05
457.2	12.5	2400	0.607	2.718	1.26
	14.2	2400	0.695	2.374	1.15
	17.5	2400	0.869	1.899	1
465	19	2400	0.917	1.799	1
508	8	2400	0.307	5.370	1.98
	12.5	2400	0.489	3.374	1.45
	14.2	2400	0.559	2.952	1.33

$$\lambda=\frac{S}{r_p} \tag{7-28}$$

对于加强焊制三通，根据对主管管壁加厚、支管加厚、披肩加强、鞍形肩加强、螺式加强等类型的加强焊制三通进行的疲劳试验，由于加强元件增加了加强部分的附加因素，要准确地计算其尺寸系数将较为复杂，一般可用下列公式计算尺寸系数[12]：

$$\lambda=\left(\frac{S_y}{S}\right)^{2.5}\cdot\frac{S}{r_p} \tag{7-29}$$

式中　S_y——管件有效厚度（厘米）。

对于主管和支管用厚壁管加强的焊制三通，取等于厚壁管厚度（S_1），即$S_y=S_1$。

表 7-5　　热压弯管的应力加强系数

管子外径 D_w（毫米）	管子壁厚 S（毫米）	弯曲半径 R（毫米）	尺寸系数 $\lambda=\frac{SR}{r_p^2}$	柔性系数 $k=\frac{1.65}{\lambda}$	应力加强系数 $m=\frac{0.9}{\lambda^{2/3}}$
219	6	300	0.159	10.4	3.07
273	5	300	0.084	19.6	4.69
325	5	350	0.068	24.3	5.40
377	5	400	0.058	28.4	6.00
426	5	450	0.051	32.4	6.54

注　ϕ219×6热压弯管可用于P_g40，其余可用于P_g16。

表 7-6　　焊制弯管的应力加强系数

公称压力 P_g（公斤力/厘米²）	管子规格 $D_w\times S$（毫米）	弯管半径 R（毫米）	尺寸系数 $\lambda=\frac{SR}{r_p^2}$	柔性系数 $k=\frac{1.52}{\lambda^{5/6}}$	应力加强系数 $m=\frac{0.9}{\lambda^{2/3}}$
40	273×7	300	0.119	8.96	3.72
	325×8	350	0.111	9.49	3.90
	377×10	400	0.119	8.96	3.72
	426×11	450	0.115	9.22	3.81
	465×13	500	0.127	8.49	3.56
16	426×5	450	0.051	18.15	6.54
	478×6	500	0.054	17.31	6.30
	529×6	550	0.048	19.09	6.81
	630×7	650	0.047	19.43	6.91
	720×8	750	0.047	19.43	6.91
10	820×7	850	0.036	24.26	8.25
	920×7	950	0.032	26.76	8.93
	1020×8	1050	0.033	26.09	8.75
	1220×8	1250	0.027	30.83	10

对于披肩或鞍形加强的焊制三通，取连接管子壁厚（S）与加强肩厚度（S_2）一半之和，即$S_y=S+\frac{1}{2}S_2$。

对于单筋加强或蝶式加强的焊制三通，由于缺乏完整的疲劳试验资料，一般可取相当的加强元件厚度用类似披肩加强三通的尺寸系数计算公式来计算[40]，即

$$\lambda=3.25\frac{S}{r_p} \qquad (7\text{-}30)$$

此时，加强元件尺寸应符合下列要求：蝶式加强焊制三通，加强板筋厚度不小于三通主管壁厚，高度不小于三通主管壁厚的2.5倍。单筋加强焊制三通的加强筋直径不小于三通主管壁厚的1.5倍。

对于管径较大，壁厚较薄的管子制成的焊制三通，虽然也采用某种加强措施，但其应力加强系数仍然较大，为了进一步降低其应力加强系数，可采用既加厚管壁又用单筋或蝶

式加强的焊制三通，可按两种加强效果同时考虑，即采用下式计算尺寸系数[40]：

$$\lambda=\left(\frac{S_1+0.6S}{S}\right)^{2.5}\cdot\frac{S}{r_p} \qquad (7\text{-}31)$$

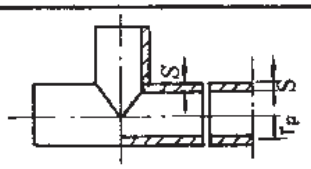
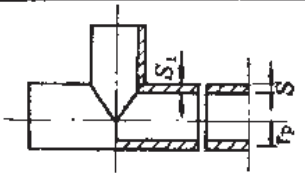
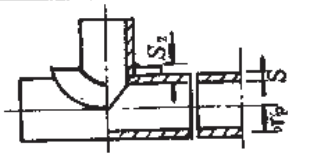
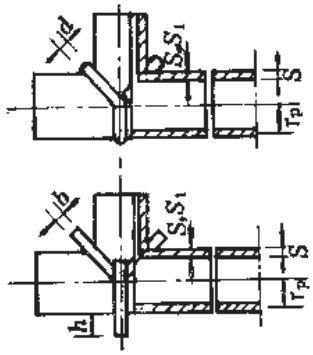
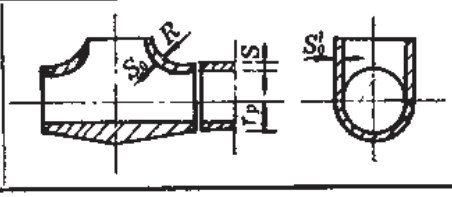
式中 S_1——厚壁管壁厚（厘米）；

S——三通连接管子壁厚（厘米）；

r_p——三通连接管子平均半径（厘米）。

为了方便计算，将以上各类三通尺寸系数计算公式汇总列于表7-7。

表 7-7　　三通尺寸系数计算公式汇总表

三通型式	简图	尺寸系数
未加强焊制三通		$\lambda=\frac{S}{r_p}$
厚壁管加强焊制三通		$\lambda=\left(\frac{S_1}{S}\right)^{2.5}\cdot\frac{S}{r_p}$
拔肩加强焊制三通		$\lambda=\left(\frac{S+\frac{1}{2}S_2}{S}\right)^{2.5}\cdot\frac{S}{r_p}$
单筋或蝶式加强焊制三通 普通三通：（a）单筋 $d\geqslant1.5S$ （b）蝶式 $b\geqslant S$ $h\geqslant2.5S$ 厚壁三通：（a）单筋 $d\geqslant1.5S$ （b）蝶式 $b\geqslant S_1$ $h\geqslant2.5S_1$		普通三通： $\lambda=3.25\frac{S}{r_p}$ 厚壁三通： $\lambda=\left(\frac{S_1+0.6S}{S}\right)^{2.5}\cdot\frac{S}{r_p}$
热压三通 $S_1=\frac{S_0+S_0'}{2}$ $r_1=R+S_0$		$\lambda=\left(\frac{S_1}{S}\right)^{2.5}\cdot\frac{S}{r_p}\left(1+\frac{r_1}{r_p}\right)$

对于不等径的热压三通或焊制三通，由于缺乏专门的试验研究，一般仍按以上所列等径三通的方法计算尺寸系数和应力加强系数。

按式（7-26）计算的弯管应力加强系数，没有考虑内压的影响，一般偏于保守。弯管在内压作用下，将会减少其椭圆度。因此，相应的柔性系数和应力加强系数有所降低。如

如图 7-1 所示的不等径三通，对于与三通主管连接的两个分支，作用在三通交叉点（O点）处的当量力矩，分别用M_{z1}、M_{y1}、M_{z1}或M_{z2}、M_{y2}、M_{z2}按照式（7-33）、（7-34）计算，而管子断面抗弯矩按下式计算：

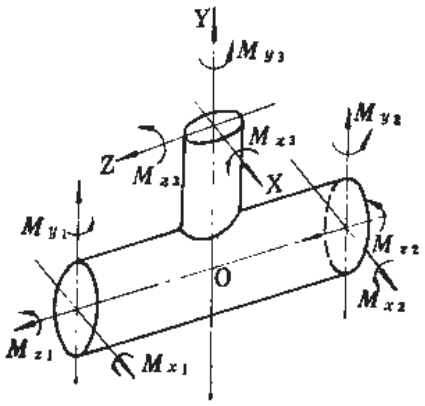


图 7-1　不等径三通

$$W=\frac{\pi}{32D_w}(D_w^4-D_n^4) \qquad (7\text{-}35)$$

式中管子外径和内径取用三通主管连接管子的尺寸。

对于与三通支管连接的计算分支作用于三通交叉点的当量力矩（如图 7-1 的M_{z3}、M_{y3}、M_{z3}）按式（7-33）、（7-34）计算，但管子断面抗弯矩需采用三通支管的有效断面抗弯矩，以考虑三通交叉点处局部应力增强的影响。三通支管的有效断面抗弯矩按下式计算：

$$W_{y0}=\pi r_{pz}^2 S_{y0} \qquad (7\text{-}36)$$

式中　W_{y0}——三通支管有效断面抗弯矩（厘米^3）；

r_{pz}——三通支管的连接管子平均半径（厘米）；

S_{y0}——三通支管有效壁厚，取S或mS_z中之较小值（厘米）；

S——三通主管的连接管子壁厚（厘米）；

S_z——三通支管的连接管子壁厚（厘米）；

m——应力加强系数。

采用有效断面抗弯矩，是从安全着想，选用三通交叉点处较弱的断面抗弯矩来计算，即用mW_z与$\frac{S}{S_z}W_z$中的较小值。其中W_z为三通支管连接管子尺寸按式（7-35）计算的三通支管连接管子断面抗弯矩。换句话说，如果将式（7-36）代入式（7-11）或（7-20）计算当量应力的公式中，可以看出，当三通支管与主管的直径比较大时，即接近于使用与等径三通相同的计算公式。当应力加强系数不大，且支管与主管的直径比很小（即相当于大母管上插小支管）时，则接近于直接用支管连接分支的力矩和支管的断面抗弯矩计算应力，而不必考虑应力加强系数的影响。

五、管道的开孔接管和三通的设计问题

管道的开孔接管和三通在承受内压下会引起局部应力集中，一般在孔边最甚。但是，如果在开孔边沿进行补强或局部加厚管壁，即应力集中系数（指局部应力与管道薄膜应力之比值）就会降低下来。对于这一类局部应力，在经验规则法应力验算中，没有单独进行验算，主要依靠在其结构上采取加强措施来控制。

目前各国设计标准和规范中，对开孔补强有多种设计准则：

1.等面积补强法

这个方法是世界各国很早以来就一直沿用的方法，它要求在开孔的邻近区域补强或加

厚的材料截面积不小于未补强的管壁被开孔而挖去的面积。ASME锅炉和压力容器规范第III篇[3]还规定应将整体补强或加厚材料的2/3置于所规定的较短距离内，即补强或加厚的材料必须置于有效的长度范围内。

采用这种补强方法，长期实践证明是比较安全可靠的，但偏于保守。由于它对塑性失效没有均一的安全系数，对于不同的接管，会得到不同的应力集中系数。因此，在某些情况下应力集中系数可能过大，甚至达到4～5，而且从疲劳强度来分析，此种补强方法，也可能不合理。

2.极限分析补强法

这个方法认为应力集中区的最大应力可能达到屈服极限的 1.5 倍，亦即允许开孔附近在最大应力作用下，沿着整个壁厚方向发生屈服。但由于它是局部的，而其它部分仍然处于弹性状态，对于局部屈服区域将起着一定的限制作用，使那里的应力和应变不会继续增长，因此不会导致整体失效。如果一次薄膜应力强度控制在基本许用应力$[\sigma]_t^t$之下，而基本许用应力以屈服极限或持久强度除以 1.5 的安全系数。那么，极限分析应力集中区的最大应力强度便可控制在$1.5\times1.5[\sigma]_t^t$，即$2.25[\sigma]_t^t$。

采用这种补强方法，可以使开孔和各种不同接管或三通，在补强后，都具有2.25的应力集中系数，可以根据极限分析的下限定理，用图解法进行设计计算。

3.安定分析补强法

这个方法允许补强后在开孔附近出现塑性变形，但必须保证在第一次加载出现塑性变形之后，以后各次重复加载不再出现新的塑性变形。因此，安定分析允许补强后有较高的应力集中系数。

根据安定分析准则，只要最大应力强度不超过两倍的屈服极限，就可满足安定性的要求。因为屈服极限为 1.5 倍的基本许用应力，应力集中区的最大应力集中系数可以允许达到3.0。

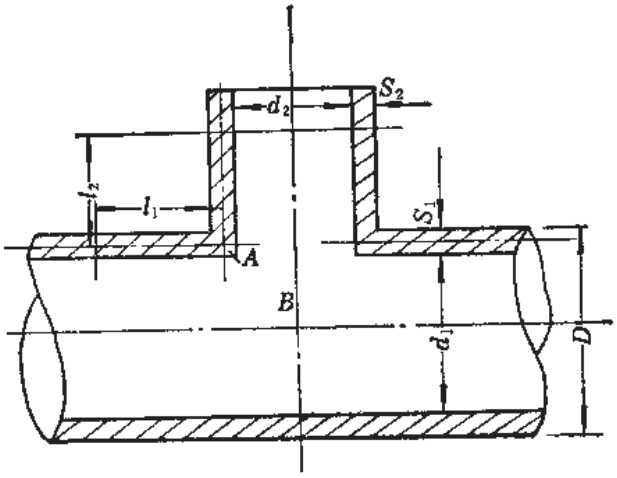


图 7-2　压力面积法补强图

采用这种补强方法，可以使开孔和各种不同接管或三通，在补强后都具有 3.0 的应力集中系数。

4.压力面积法（图7-2）

这个方法适用于管道三通和阀门的壳体设计。将支管之弹性衰减长度$l_2=\sqrt{(d_2+S_2)S_2}$和主管之弹性衰减长度$l_1=\sqrt{(d_1+S_1)S_1}$作为有效长度，在有效长度内之压力乘以承压面积，等于截面面积乘以平均应力。

三通应力衰减区力的平衡条件：

$$P_{js}B=A\sigma_p$$

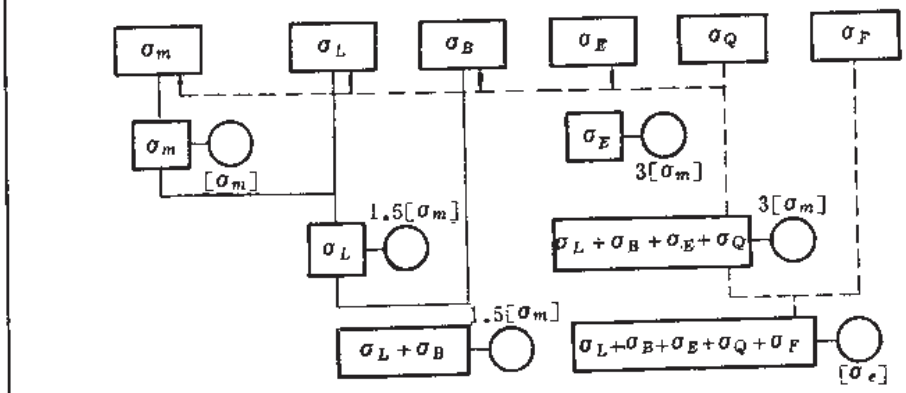
应力类别	一次			二次		峰值
	一般薄膜	局部薄膜	弯曲	膨胀	薄膜加弯曲	
说明	沿实心体截面上平均的一次应力，不包括不连续效应和应力集中的效应，由压力和机械荷载引起	沿任意实心截面上平均的应力，考虑不连续效应，但不考虑应力集中，由压力和机械荷载引起（包括地震的惯性效应）	与实心体截面重心的距离成正比的一次应力分量，不考虑不连续效应和应力集中，由压力和机械荷载引起（包括地震的惯性效应）	由自由端位移受约束和由地震引起基础固定点的运动所产生的应力，考虑了不连续效应，但不考虑局部应力集中	为满足结构连续性的自动平衡应力，发生在结构不连续处，可以由机械荷载或由膨胀差引起，不包括局部应力集中	（1）由于应力集中（缺口）附加到一次或二次应力上的增量 （2）某些热应力，它可以引起疲劳，但不会引起变形
符号	σ_m	σ_L	σ_B	σ_E	σ_Q	σ_F
分应力的组合及许用应力						

图 7-3　应力分类和应力限定

○—许用值；　□—计算值；　——设计荷载；　----操作荷载

注　（1）当二次应力是由自由端受约束的点上温度变化引起时，$[\sigma_m]$值应取最高金属温度和最低金属温度时的平均值。当二次应力的部分或全部由机械荷载引起时，则$[\sigma_m]$值不应超过最高金属温度下的数值。

（2）σ_Q类应力是总应力中由温度梯度，结构不连续等所引起的部分，并且不包括也可能在同一点上存在的一次应力。但是应该指出，详细的应力分析常常会直接给出一次应力和二次应力组合，因而采用时，计算值表示$\sigma_m+\sigma_B+\sigma_Q$的总和，而不是单独的$\sigma_Q$值。同样，$\sigma_F$类应力是由应力集中引起的，是超出和加在公称应力上的由缺口而产生的附加应力。例如，若某点上的名义应力强度为σ_m，并有一个应力集中系数K的缺口，那末$\sigma_m\leqslant[\sigma_m]$、$\sigma_B=0$、$\sigma_Q=0$、$\sigma_F=\sigma_m(K-1)$，而峰值应力强度等于$\sigma_m+\sigma_m(K-1)=K\sigma_m$。但是，$\sigma_L$是由机械荷载(包括不连续效应)，所引起的总薄膜应力，而不是应力增量。因此，σ_L总是包括了σ_m。

（3）$[\sigma_e]$是整个应力波动范围的许用应力强度，$[\sigma_e]=2\sigma_a$，σ_a可由疲劳强度曲线查得。

（4）符号σ_m、σ_L、σ_B、σ_E、σ_Q、σ_F不是单个量，而是代表六个分应力，即三个正应力和三个剪应力。

式中　σ_m——一次一般薄膜应力（公斤力/毫米^2）；

对于直管：

$$\sigma_m=\frac{P_{js}[D_w-(S-C)]}{200(S-C)} \tag{7-39}$$

对于部件：

$$\sigma_m=\frac{P_{js}[D_w-(S-C)]}{200(S-C)\varphi} \tag{7-40}$$

上三式中　P_{js}——计算压力（公斤力/厘米^2）；

D_w——管子外径（毫米）；

S——管子壁厚（毫米）；

φ——削弱系数；

$[\sigma_m]$——许用应力强度，取$\sigma_b/3$或$\sigma_s/1.5$的较小值（公斤力/毫米^2）；

σ_b——钢材的抗拉强度最小值（公斤力/毫米^2）；

σ_s——钢材的屈服极限最小值（公斤力/毫米^2）。

2.内压加自重加地震条件下的应力验算

$$B_1\frac{P_{fs}D_w}{200S}+B_2\frac{M_i}{W}\leqslant 1.5[\sigma_m] \qquad (7\text{-}41)$$

或写成

$$\sigma_L+\sigma_B\leqslant 1.5[\sigma_m] \qquad (7\text{-}42)$$

式中 σ_L——一次局部薄膜应力（公斤力/毫米^2）；

σ_B——一次弯曲应力（公斤力/毫米^2）；

B_1、B_2——一次应力指数，见表7-9；

M_i——由于自重、地震（仅考虑半幅值，且不包括地震引起的端点位移）和其它持续机械荷载产生的合成力矩（应考虑力矩方向，按最不利情况组合计算）（公斤力·米）；

W——管子断面抗弯矩（厘米^3）。

（二）正常操作条件下的应力验算

1.弹性交变疲劳保护

（1）一次应力加二次应力范围验算

$$\sigma_n=C_1\frac{P_{fs}D_w}{200S}+C_2\frac{M_i}{W}+\frac{E\alpha|\Delta T_1|}{200(1-\nu)}+\frac{C_3E_{ab}|\alpha_aT_a-\alpha_bT_b|}{100}\leqslant 3[\sigma_m] \qquad (7\text{-}43)$$

式中 C_1、C_2、C_3——二次应力指数，见表7-9；

M_i——由于热胀、端点位移、地震和其它机械荷载产生的合成力矩（公斤力·米，考虑力矩方向按最不利情况组合，可以不考虑自重，因自重无交变特性）；

$|\Delta T_1|$——内、外壁温差绝对值，按当量线性分布（℃）；

$T_a(T_b)$——材料不连续或总体结构不连续在T_a距离超过$\sqrt{d_aS_a}$（或在T_b距离超过$\sqrt{d_bS_b}$）时外壁之平均温度（℃）；

$d_a(d_b)$——材料不连续或总体结构不连续在a（或b）侧的内径（毫米）；

$S_a(S_b)$——在$\sqrt{d_aS_a}$（或$\sqrt{d_bS_b}$）之平均壁厚（毫米）；

$\alpha_a(\alpha_b)$——材料不连续或总体结构不连续在a（或b）侧室温下的热膨胀系数（厘米/厘米·℃）；

E_{ab}——材料不连续或总体结构不连续a、b两侧的平均弹性模数（公斤力/厘米^2）；

$E\alpha$——室温下的弹性模数乘上室温下的热膨胀系数（公斤力/厘米²·℃）；

ν——泊松比，取$\nu=0.3$。

（2）峰值应力范围验算

$$\sigma_p=K_1C_1\frac{P_{fs}D_w}{200S}+K_2C_2\frac{M_i}{W}+\frac{1}{200(1-\nu)}K_3E\alpha|\Delta T_1|$$
$$+\frac{K_3C_3E_{ab}|\alpha_aT_a-\alpha_bT_b|}{100}+\frac{1}{1-\nu}\cdot\frac{E\alpha|\Delta T_2|}{100} \qquad (7\text{-}44)$$

式中 K_1、K_2、K_3——局部应力指数，见表7-9；

$|\Delta T_2|$——内、外壁温差的绝对值，非线性分布部分（℃）。

计算峰值应力范围σ_p后，取σ_p的一半作为应力幅值$\sigma_a\left(即\sigma_a=\frac{\sigma_p}{2}\right)$，在设计疲劳曲线图（图7-4）[31]上查得相应的循环次数（交变疲劳次数）。如所考虑的操作循环是产生重要峰值应力的唯一根源，则查得的循环次数即为许用的交变循环次数。如果由于荷载或温度有大的波动造成两种或多种型式的应力循环而产生显著应力时，则应根据每个应力循环的叠加效果计算累积疲劳损伤。累积疲劳损伤的叠加使用系数，按下列公式计算：

$$U=\frac{n_1}{N_1}+\frac{n_2}{N_2}+\cdots\cdots+\frac{n_i}{N_i} \qquad (7\text{-}45)$$

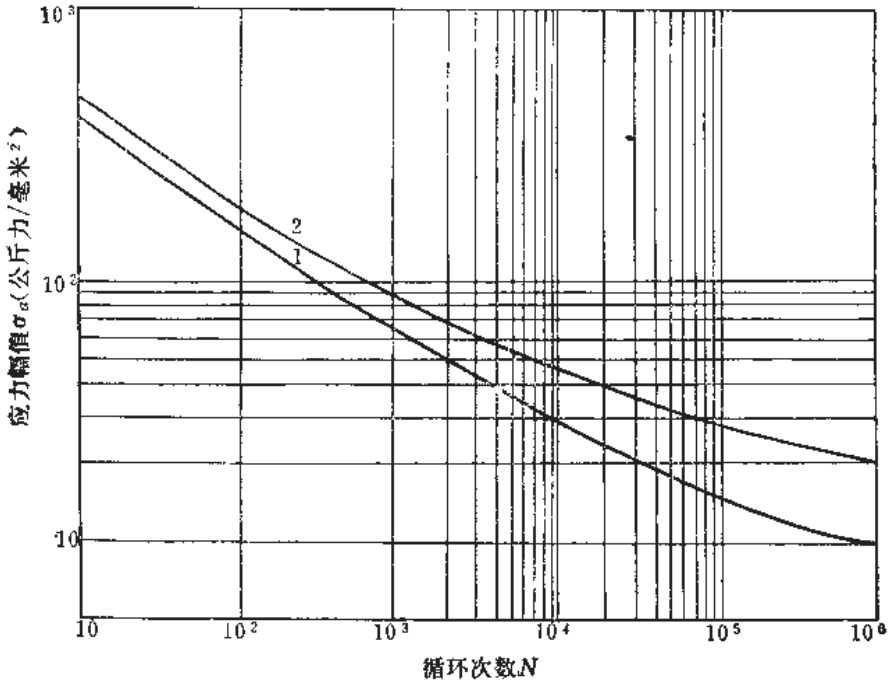


图 7-4 设计疲劳强度曲线（ASME规范——核容器制造规则）

曲线1—碳钢和低合金钢；曲线2—18-8不锈钢

式中 U——叠加使用系数；

n_1、n_2、……n_i——第1、2、……i种应力循环下的交变次数；

N_1、N_2、……N_i——第1、2、……i种应力循环下的许用交变次数（由每种应力循

环的应力幅值σ_{a1}、σ_{a2}、……σ_{ai}在设计疲劳曲线上查得)。

叠加使用系数U不超过1.0，即满足验算要求。

（3）$|\Delta T_1|$和$|\Delta T_2|$的计算

管子内外壁温差的温度分布场示于图7-5。图中符号为：

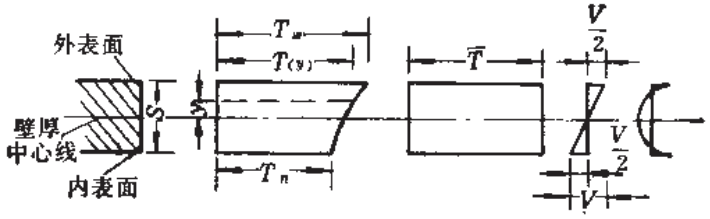


图 7-5 管壁温度场的图解分析

S——管子或管件壁厚（毫米）；

y——自管壁中心线向外为正的壁上某点的径向位置$\left(-\frac{S}{2}\leqslant y\leqslant\frac{S}{2}\right)$（毫米）；

$T_j(y)$、$T_k(y)$——分别为对于荷载组j和荷载组K的温度，此温度系径向位置的函数（℃）；

$T(y)=T_k(y)-T_j(y)$——自状态j至状态K的温度分布差值（℃）；

$T_w=T\left(\frac{S}{2}\right)$——外表面上的$T(y)$值（℃）；

$T_n=T\left(-\frac{S}{2}\right)$——内表面上的$T(y)$值（℃）。

因此，温度分布差值$T(y)$可以认为由三部分组成：

1）常数值部分：

$$\overline{T}=\left(\frac{1}{S}\right)\int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}}T(y)dy$$

此值是整个厚度上的平均值，$\overline{T}$可用于确定自由热膨胀。并且对在连续（管）段的两边a和b所确定的$\overline{T}$值（对于同样成对的荷载组）可代替式（7-43）、（7-44）中的T_a和T_b。

2）平均值为零的线性部分，其变量由下式给定：

$$V=\frac{12}{S}\int_{-\frac{S}{2}}^{\frac{S}{2}}yT(y)dy$$

3）平均值为零和对于厚度中面的第一力矩也为零的非线性部分。

由图7-5可知，式（7-43）、（7-44）所用的ΔT_1值为线性部分的变量V：

$$\Delta T_1=V$$

而式（7-44）中所用的ΔT_2非线性部分为：

$$\Delta T_2 = Max\left(\left|T_w - \bar{T}\right| - \frac{1}{2}\left|\Delta T_1\right|,\ \left|T_n - \bar{T}\right| - \frac{1}{2}\left|\Delta T_1\right|,\ 0 \right)$$

2.塑性交变疲劳保护（应用简单弹-塑性不连续分析）

当一次应力加二次应力范围不能满足式（7-43）条件的要求时，可以按下列方法再进行塑性交变疲劳保护的验算。

（1）公称热胀应力的验算

$$\sigma_E = C_2 \frac{M_j^*}{W} \leqslant 3[\sigma_m] \qquad (7\text{-}46)$$

式中 σ_E——热胀应力的公称值（公斤力/毫米^2）；

M_j^*——热胀和端点位移引起的力矩（公斤力·米）。

（2）一次、二次薄膜应力加弯曲应力（不包括温差热弯曲应力和热胀应力）的验算

$$C_1 \frac{P_{is} D_w}{200S} + C_2 \frac{M_i}{W} + \frac{C_3' E_{ab} \left|\alpha_a T_a - \alpha_b T_b\right|}{100} \leqslant 3[\sigma_m] \qquad (7\text{-}47)$$

式中 M_i——由于自重、地震（仅考虑半幅值，且不包括地震引起端点位移）和其它持续机械荷载产生的合成力矩(公斤力·米，应考虑力矩方向按最不利组合)；

C_3'——见表7-9。

（3）交变应力验算

如果一次应力加二次应力能满足（7-46）、（7-47）的要求，则交变应力幅值σ_a，可按下式计算：

$$\sigma_a = k_e \frac{\sigma_p}{2} \qquad (7\text{-}48)$$

式中 σ_a——交变应力幅值（公斤力/毫米^2）；

σ_p——峰值应力范围，按式（7-44）计算（公斤力/毫米^2）；

k_e——系数，按下列方法确定：

当$\sigma_n \leqslant 3[\sigma_m]$：$k_e = 1.0$；

当$3[\sigma_m] < \sigma_n < 3m[\sigma_m]$：

$$k_e = 1.0 + \frac{(1-n)}{n(m-1)}\left(\frac{\sigma_n}{3[\sigma_m]} - 1\right)$$

当$\sigma_n \geqslant 3m[\sigma_m]$：$k_e = 1/n$

其中 σ_n——一次加二次应力强度，按（7-43）计算（公斤力/毫米^2）；

m、n——材料参数，见表7-8。

计算交变应力幅值σ_a值后，按弹性交变疲劳保护的方法，验算许用交变循环次数或累积疲劳损伤。

（三）其它条件下的应力验算

除了设计条件和正常运行（操作）条件下的应力验算以外，在运行（操作）条件下还有扰动情况、紧急情况和事故情况的应力验算。此外，还要进行试验条件下的应力验算。

扰动情况是指预计经常会发生的任何偏离正常的情况，它包括由于某项操作错误或控制失调的暂时状态，由于部件的故障而要求其与系统隔离的暂时状态，以及由于失去荷载或动力所造成的暂时状态或其它不造成强迫停止运行的异常事故等，但不包括任何机械损坏

表 7-8　　材 料 参 数 m 和 n

钢　　种	m	n
低合金钢	2.0	0.2
马氏体合金钢	2.0	0.2
碳钢	3.0	0.2
奥氏体合金钢	1.7	0.3
镍-铬-铁	1.7	0.3

的修复和强迫停止运行事故。

紧急情况是指为了运行情况的校正或修复系统的损坏需要停止运行的那些偏离正常的情况，但不会发生任何系统或设备损坏而导致结构完整性的严重破坏。

事故情况是指后果会使核能系统的整体性运行能力可能破坏到危及公共健康和安全的严重程度。

在扰动情况或紧急情况下各类应力分析程序和应力验算方法与正常运行（操作）情况相同，但应考虑扰动或紧急情况下的荷载，并满足相应的应力限度。对于事故情况，应根据设计说明书中指定的事故情况，按照专门规范（例如ASME第III篇[3]的附录F估计事故条件的规程）进行应力分析，满足相应的应力限度。

对于试验条件（包括水压、气压和泄漏试验）的应力验算，在一些规范[3]中也规定了验算的方法，要求满足该种试验条件下的应力限度。

三、应力指数

应力指数是指承受荷载的弹性应力集中理论计算值（或实测值）与公称应力值的比值。

应力指数分B、C、K三类，其中B为一次应力指数；C为二次应力指数；K为局部应力指数。B、C、K的注脚1、2、3分别表示内压荷载、力矩荷载、温度梯度荷载。

对于机械荷载的应力指数：

$$B、C、K或\ i=\frac{\sigma}{\sigma_0}$$

式中　σ——由于荷载产生的弹性应力（公斤力/毫米^2）；

σ_0——由于荷载产生的名义应力（公斤力/毫米^2）。

对于温度梯度荷载的应力指数：

$$C、K=\frac{100\sigma_{max}}{E\alpha\Delta T}$$

式中　σ_{max}——由于温度梯度ΔT在一部件中引起的最大应力强度（公斤力/毫米^2）；

E——弹性模数（公斤力/厘米^2）；

α——线膨胀系数（厘米/厘米·℃）；

ΔT——温度梯度（℃）。

常用的应力指数列于表7-9[3]。

表 7-9　　常用应力指数表（使用范围$D_w/S \leqslant 100$）

部件或位置	内压荷载			力矩荷载			温度梯度荷载		
	B_1	C_1	K_1	B_2	C_2	K_2	C_3	C_3'	K
直管，远离焊口或其它不连续部位	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	…	1.0
环向对接焊（直管与直管或直管与部件的对接焊）									
a.齐平焊	0.5	1.0	1.1	1.0	1.0	1.1	1.0	0.5	1.1
b.一般焊 $S>4.8$毫米	0.5	1.1	1.2	1.0	1.0	1.8	1.0	0.5	1.7
c.一般焊 $S\leqslant 4.8$毫米	0.5	1.1	1.2	1.0	1.4	2.5	1.0	0.5	1.7
环向插接填充焊	0.75	2.0	3.0	1.5	2.1	2.0	1.8	1.0	3.0
直管纵向焊									
a.齐平焊	0.5	1.0	1.1	1.0	1.0	1.1	1.0	—	1.1
b.一般焊 $S>4.8$毫米	0.5	1.1	1.2	1.0	1.2	1.3	1.0	—	1.2
c.一般焊 $S\leqslant 4.8$毫米	0.5	1.4	2.5	1.0	1.2	1.3	1.0	—	1.2
外径缩小斜过渡段连接焊									
a.齐平焊	0.5	注(3)	1.2	1.0	注(3)	1.1	注(3)	1.0	1.1
b.一般焊	0.5	注(3)	1.2	1.0	注(3)	1.8	注(3)	1.0	1.7
加强管接头	1.0	2.0	1.7	注(4,5)	注(4,5)	注(4,5)	1.8	1.0	1.7
弯管或焊接弯头	1.0	注1	1.0	注(2)	注(2)	1.0	1.0	0.5	1.0
三通	1.0	1.5	4.0	注(4,6)	注(4,6)	1.0	1.0	0.5	1.0
大小头	1.0	1.5	2.0	1.0	1.3	1.0	1.0	0.5	1.0

注　（1）$C_1=\dfrac{2R-r_p}{2(R-r_p)}$，式中　R——弯曲半径(厘米)；

r_p——管子平均半径(厘米)。

（2）$C_2=\dfrac{1.95}{\lambda^{2/3}}$，　但不小于1.5；$B_2=0.75C_2$。

式中　$\lambda=\dfrac{SR}{r_p^2}$，其中　λ——弯管尺寸系数；

S——管子壁厚(厘米)；

R——弯管半径(厘米)；

r_p——管子平均半径(厘米)。

（3）指数适用于在过渡小端具有环向对接焊缝的锥形过渡连接：

$$C_1=1.3+0.003\left(\frac{D_w}{S}\right)+1.5\left(\frac{\delta}{S}\right)$$，但不大于2.0

$$C_2=1.4+0.004\left(\frac{D_w}{S}\right)+3.0\left(\frac{\delta}{S}\right)$$，但不大于2.1

$$C_3=1.2+0.008\left(\frac{D_w}{S}\right)$$

式中　D_w——管子外径(厘米)；

S——管子壁厚(厘米)；

δ——最大许可误差(厘米)，对齐平焊，δ为0。

（4）力矩M_i应按柔性分析计算确定，是所加荷载引起的合成力矩。当验算点在直管或弯管上时，M_i为沿座标轴三个方向力矩的合力矩，即$M_i=\sqrt{M_x^2+M_y^2+M_z^2}$。当验算点在三通或加强管接头上时，需要分别计算支管和主管作用于三通交叉点的合力矩，并计算相应的应力指数。

支管上的合力矩(M_b)：

$$M_b=\sqrt{M_{x_b}^2+M_{y_b}^2+M_{z_b}^2}$$

主管上的合力矩(M_r)：

$$M_r=\sqrt{M_{x_r}^2+M_{y_r}^2+M_{z_r}^2}$$

式中　M_{xr}、M_{yr}、M_{zr}由下述方法确定：

如果M_{i1}及M_{i2}有相同的代数符号，则$M_{ir}=0$；

如果M_{i1}及M_{i2}有不同的代数符号，则M_{ir}是M_{i1}或M_{i2}中的较小者，其中$i=x$、y、z。

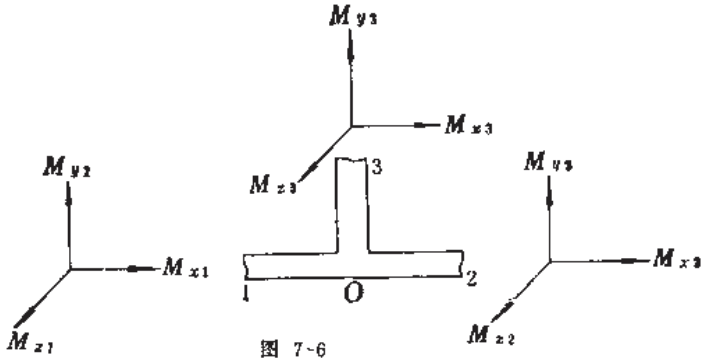


图 7-6

对于三通，式(7-41)、(7-43)、(7-44)、(7-46)中的M_i项应由下列各相应项代替：

式(7-41)：$E_{2b}\frac{M_b}{W_b}+B_{2r}\frac{M_r}{W_r}$

式(7-43)和(7-46)：$C_{2b}\frac{M_b}{W_b}+C_{2r}\frac{M_r}{W_r}$

式(7-44)：$C_{2b}K_{2b}\frac{M_b}{W_b}+C_{2r}K_{2r}\frac{M_r}{W_r}$

式中 W_b——支管断面抗弯矩(厘米^3)：$W_b=\pi r_{bp}^2S_b$

W_r——主管断面抗弯矩(厘米^3)：$W_r=\pi r_{rp}^2S_r$

其中 r_{bp}——支管平均半径(厘米)；

S_b——支管壁厚(厘米)；

r_{rp}——主管平均半径(厘米)；

S_r——主管壁厚(厘米)。

(5) $B_{2b}=0.75C_{2b}$，但不小于1.0。

$B_{2r}=0.75C_{2r}$，但不小于1.0；

$C_{2b}=3\left(\frac{r_{rp}}{S_r}\right)^{2/3}\left(\frac{r_{bp}}{r_{rp}}\right)^{1/2}\left(\frac{S_b}{S_r}\right)\left(\frac{r_{bp}}{r_{bw}}\right)$，但不小于1.5，($r_{bw}$——支管最大外径)；

$K_{2b}=1.0$；

$C_{2r}=0.8\left(\frac{r_{rp}}{S_r}\right)^{2/3}\left(\frac{r_{bp}}{r_{rp}}\right)$，但不小于1.0；

$K_{2r}=2.0$；

$C_{2r}K_{2r}$乘积的最小值应是3.0。

(6) $B_{2b}=B_{2r}=0.75C_{2b}$；

$C_{2b}=C_{2r}=0.67\left(\frac{r_{rp}}{S_r}\right)^{2/3}$，但不小于2.0。

式中 r_{rp}——主管平均半径(厘米)；

S_r——主管壁厚(厘米)。

$K_{2b}=K_{2r}=1.0$。

第三节 高温蠕变管道应力分析验算法

高温气冷堆和高速增殖堆核电厂，管道工作温度高达538℃及以上。在高温蠕变条件下，钢材的蠕变相当显著，而且由于蠕变与疲劳的重迭作用，以及非弹性应变的累积增长，需要进行更加严格的管道应力分析和验算。近年来，随着理论和实验研究的进展，高温蠕变领域的管道应力分析法日趋成熟，逐步被引用到设计中来。

在非蠕变温度下，管道上的应变分布大致相当于平均应变为零的冷热态应变分布，亦即应变范围基本不变，一般不产生非弹性应变的积累情况，其应变分布如图7-7a所示。在高温蠕变情况下，蠕变应变会引起材料晶粒的转移，使晶粒之间产生空位，而导致沿晶

2.一次局部薄膜应力加一次弯曲应力验算

$$\sigma_L+\sigma_B\leqslant 1.5[\sigma]_j^t \qquad (7\text{-}50)$$

上两式中 σ_m——一次一般薄膜应力（公斤力/毫米^2）：

$$\sigma_m=\frac{P_{js}[D_w-(S-C)]}{200(S-C)\varphi} \qquad (7\text{-}51)$$

σ_L——一次局部薄膜应力（公斤力/毫米^2）：

$$\sigma_L=\frac{B_1P_{js}D_w}{200S} \qquad (7\text{-}52)$$

σ_B——一次弯曲应力（公斤力/毫米^2）：

$$\sigma_B=\sigma_w+B_2\frac{M_j^*}{W} \qquad (7\text{-}53)$$

$[\sigma]_j^t$——基本许用应力，采用10^5小时持久强度平均值除以1.5和1000小时蠕变变形0.01%的蠕变应力之较小值（公斤力/毫米^2）；

P_{js}——计算压力（公斤力/厘米^2）；

D_w——管子外径（毫米）；

S——管子壁厚（毫米）；

C——管子壁厚附加值（毫米）；

σ_w——自重应力（公斤力/毫米^2）：

$$\sigma_w=B_2\frac{M_w}{W} \qquad (7\text{-}54)$$

M_w——持续外载当量力矩（公斤力·米）；

W——管子断面抗弯矩（厘米^3）；

M_j^*——热胀应力属于一次应力部分的力矩，按计算温度下弹性模数进行计算（公斤力·米）；

B_1——内压一次应力指数；

B_2——力矩荷载一次应力指数。

（二）运行状态的应力验算

运行状态的设计准则比较复杂，应该计算不同时间和不同温度下的实际荷载，而许用应力强度除了采用非蠕变温度下与时间无关的许用应力强度$[\sigma_m]$之外，还需采用与时间有关的许用应力强度$[\sigma_t]$，取用$[\sigma_m]$与$[\sigma_t]$之较小值，用符号$[\sigma_{mt}]$表示。

与时间有关的许用应力强度$[\sigma_t]$，取用以下三者的较小值：

（1）在τ时间产生1%蠕变应变的最小应力；

（2）在τ时间开始进入蠕变第III阶段最小应力的80%；

（3）在τ时间产生蠕变断裂最小应力的2/3。

在特定时间或温度下许用应力强度的最小值$[\sigma_{mt}]$，根据材料的强度指标确定。图7-

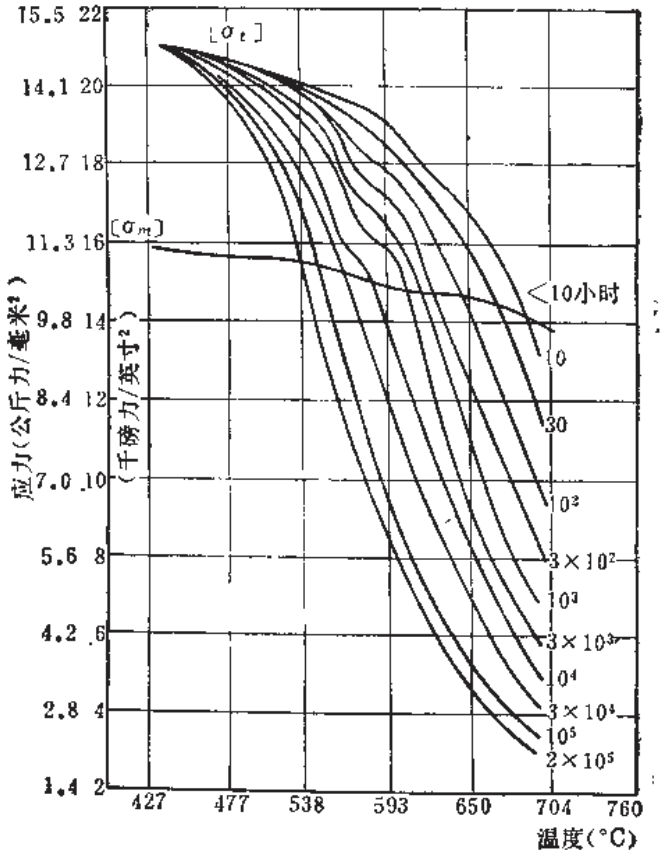


图 7-8 SS316不锈钢的$[\sigma_{mt}]$曲线

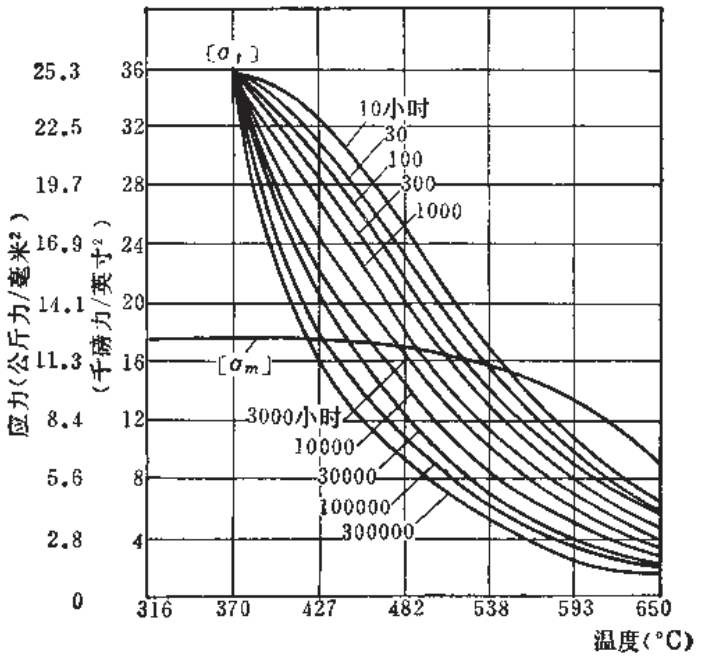


图 7-9 $2\frac{1}{4}$Cr-1Mo钢$[\sigma_{mt}]$曲线

8、7-9分别为SS316钢和$2\frac{1}{4}$Cr-1Mo钢的$[\sigma_m]$和$[\sigma_t]$之关系曲线。

1.一次一般薄膜应力验算

$$\sigma_m \leqslant [\sigma_{mt}] \tag{7-55}$$

2.一次局部薄膜应力加一次弯曲应力验算

（1）对于持续荷载：

$$\sigma_L + \sigma_B \leqslant K_t[\sigma_t] \tag{7-56}$$

（2）对于持续荷载加临时荷载：

$$\sigma_L + \sigma_B \leqslant 1.5[\sigma_m] \tag{7-57}$$

或

$$\begin{cases} \sigma_L + \dfrac{\sigma_B}{1+K_s} \leqslant [\sigma_t] \\ \dfrac{1}{1.5}(\sigma_L + \sigma_B) \leqslant [\sigma_m] \end{cases} \tag{7-58}$$

式中

$$K_t = 1 + K_s\left(1 - \frac{\sigma_L}{[\sigma_t]}\right) \tag{7-59}$$

$$K_s = \alpha(K-1) \tag{7-60}$$

K——断面形状系数，按照极限分析，对于矩形梁$K=1.5$，对于薄壁管$K=1.27$；

K_t——弯曲应力修正系数；

α——系数，一般取用0.5；

σ_L——一次局部薄膜应力，按式（7-52）计算（公斤力/毫米^2）；

σ_B——一次弯曲应力，对于持续荷载按式（7-53）计算，对于持续荷载加临时荷载，按下式计算（公斤力/毫米^2）；

$$\sigma_B = \sigma_w + B_2\frac{M_j^*}{W} + \sigma_E \tag{7-61}$$

σ_w——自重应力，按式（7-54）计算（公斤力/毫米^2）；

M_j^*——热胀应力属于一次应力部分的力矩，按计算温度下的弹性模数进行计算（公斤力·米）；

σ_E——运行基地震惯性力产生的应力，按计算温度下的弹性模数计算（公斤力/毫米^2）。

管道和部件在高温蠕变下承受弯曲荷载，由于蠕变的影响，将使应力与应变在整个断面重新分布，从面使实际最大弯曲应力低于按弹性计算的应力。图7-10表示矩形梁承受弯曲荷载之不同的应力分布。

图中斜线表示弹性应力分布，σ_B表示表面的最大弯曲应力强度，若它不超过材料的屈服极限，其线性应力分布即为实际应力分布；沿管子轴向的垂直线为弹性-理想塑性应力分布，只有当外层纤维最大弯曲应力达到屈服极限的1.5倍，才会导致破坏；图中曲线表示在蠕变温度下非弹性应力分布，它将随着时间面继续变化，虽然瞬态的蠕变能使外层纤维的承载能力耗尽，但应力重新分布，使外层纤维的应力降低至σ_B/K_t，而整个断面的

应力可达到稳定状态。

如果忽略蠕变第Ⅰ阶段的影响，在蠕变的第Ⅱ阶段蠕变应变与应力的n次方成正比，即$\varepsilon_c=A\sigma^n$（n称为蠕变指数）。随着蠕变指数n的变化，应力分布有所不同：当$n=1$，为弹性计算应力分布；当$n=3$，外层纤维的最大应力为$\sigma_B/1.27$。薄壁管承受弯矩的蠕变应力分布如图7-11。

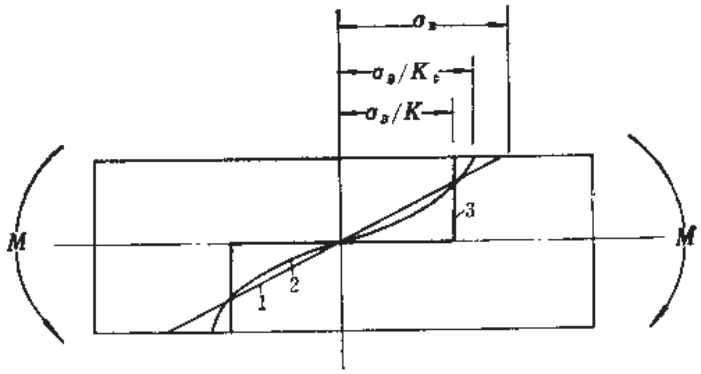


图 7-10　承受弯曲荷载的矩形梁应力分布

1—弹性计算应力分布(弹性分析)；2—实际非弹性应力分布(蠕变分析)；
3—弹性-理想塑性应力分布(弹、塑性分析)

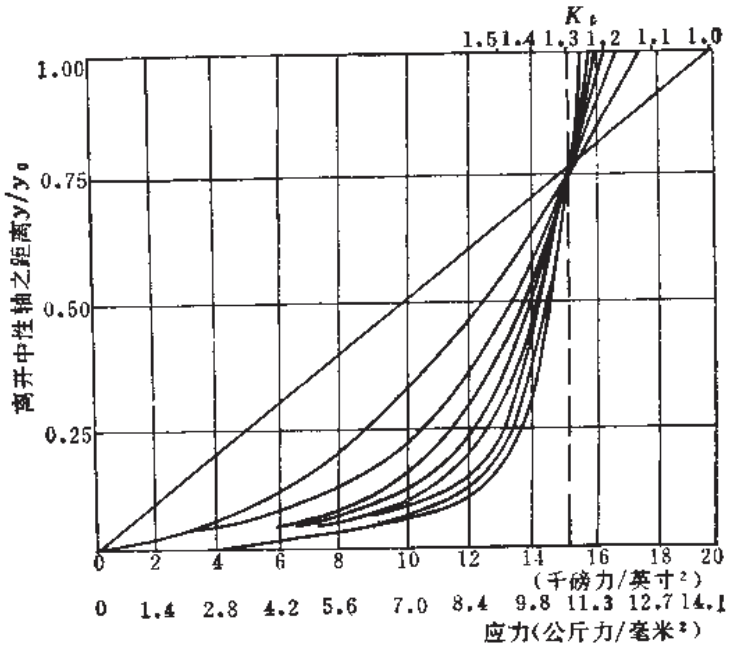


图 7-11　薄壁管在承受弯矩时，按$\varepsilon_c=A\sigma^n$之稳态蠕变应力分布

3.一次一般薄膜应力对材料的累积损伤验算

$$\sum_i\left(\frac{\tau_i}{\tau_{im}}\right)\leqslant B \tag{7-62}$$

式中　τ_i——在高温T_i和荷载应力σ_{mi}作用下的持续运行时间；

τ_{im}——在各个荷载应力强度σ_{mi}下的允许运行时间，见图7-12、7-13；

B——损伤系数，对于弹性分析，$B=1.0$。

4.一次局部薄膜应力加一次弯曲应力对材料的累积损伤验算

$$\sum_i \left(\frac{\tau_i}{\tau_{ib}}\right) \leqslant 1.0 \qquad (7\text{-}63)$$

式中 τ_i——在高温T_i和荷载应力$(\sigma_L+\sigma_B)_i$作用下的持续运行时间；

τ_{ib}——在各个荷载应力$(\sigma_L+\sigma_B)_i$作用下的允许运行时间，见图7-12、7-13。

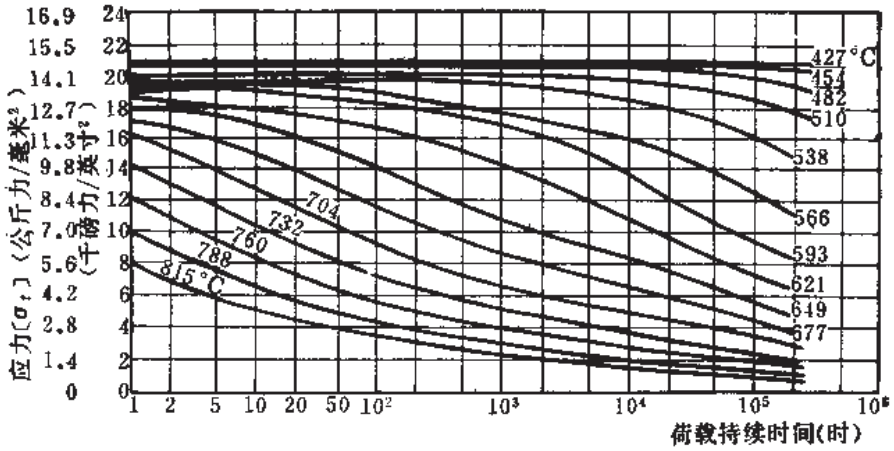


图 7-12 SS316不锈钢荷载持续时间与$[\sigma_t]$之关系曲线

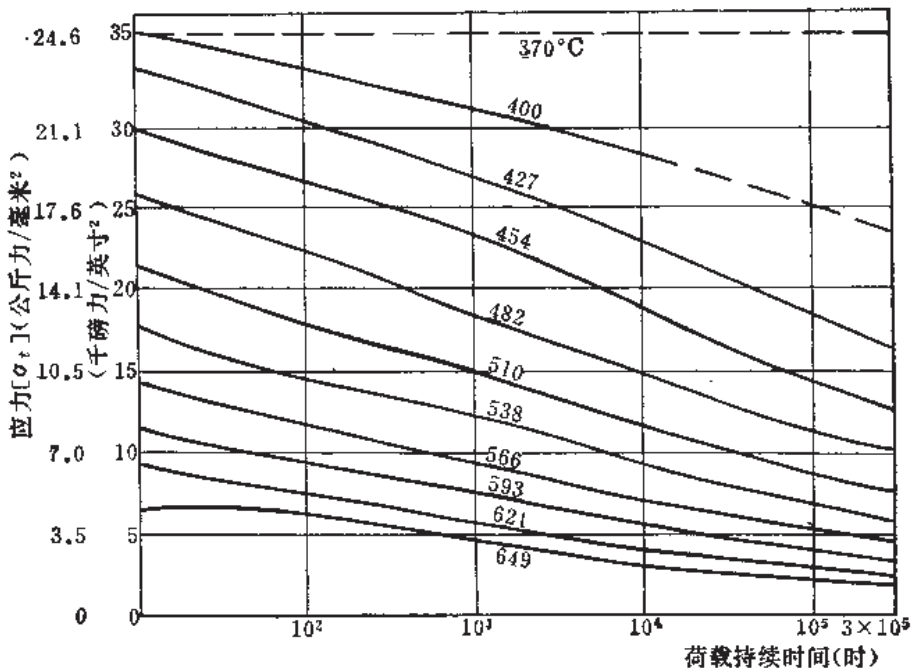


图 7-13 $2\frac{1}{4}$Cr-1Mo 钢荷载持续时间与$[\sigma_t]$的关系曲线

在高温运行状态下的各种一次应力，即使这些应力都能满足持续时间内蠕变强度的限定，但经过一段时间运行之后，总会使材料受到一定的损伤，当这些损伤累积到一定的程度就会造成破坏。为了防止累积损伤所造成的蠕变破坏，可采用各个温度之荷载下的持续

时间与该荷载下的允许时间之比作为损伤程度系数，其叠加总和不得大于1.0。

管道和附件在整个运行期间内并不都是在同一温度或同一荷载下工作的，不可避免会有短时间的超温或短时间的超载（如地震等），为此，采用累积损伤的验算方法，既能防止产生蠕变破坏，也能更有效地利用材料的强度。

二、变形控制型量的验算

一次应力加二次应力范围的验算，对于非蠕变温度的管道设计，可以采用应力的限定。参照Bree应力分区图[14][15]（见图7-14），只要一次应力加二次应力的组合不出现在反复塑性区或递增区，允许初次加载发生塑性应变，但经过几个交变之后，能安定在弹性范围内。

但是，如果应力的组合出现在递增区R_1或R_2，则每次交变就要产生进行性的塑性应变递增。

在R_1区，每次交变产生的塑性应变递增：

$$\Delta\varepsilon^P=\frac{200\sigma_s}{E}[\,y-2\sqrt{y(1-x)}\,] \tag{7-64}$$

在R_2区，每次交变产生的塑性应变递增：

$$\Delta\varepsilon^P=\frac{200\sigma_s}{E}[xy-1] \tag{7-65}$$

在P区，每次交变产生的反复塑性应变：

$$\Delta\varepsilon^P=\frac{100\sigma_s}{E}(y-2) \tag{7-66}$$

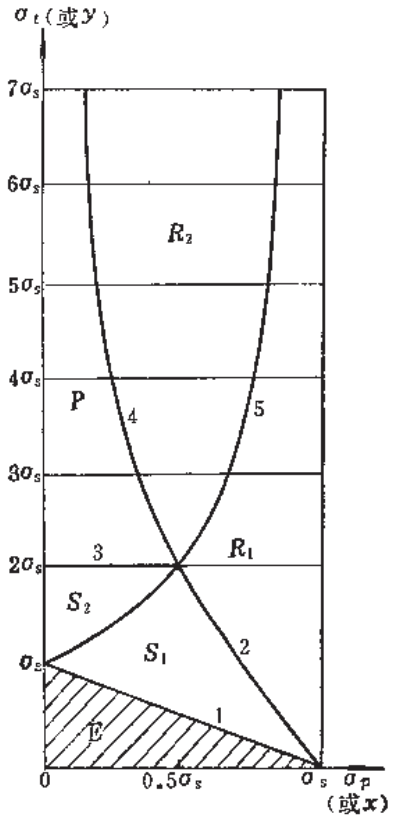


图 7-14 Bree应力分区图

1—$\sigma_P+\sigma_t=\sigma_s$；2—$\sigma_P+\frac{1}{4}\sigma_t=\sigma_s$；3—$\sigma_t=2\sigma_s$；4—$\sigma_P\sigma_t=\sigma_s^2$；5—$\sigma_t(\sigma_s-\sigma_P)=\sigma_s^2$；$\sigma_t$—温度应力；$\sigma_P$—内压应力；$\sigma_s$—屈服极限；$E$—弹性区（无蠕变递增或塑性递增）；P—塑性区；$S_1$、$S_2$—安定区；$R_1$、$R_2$—递增区

式中 σ_s——运行中最高和最低壁温屈服极限平均值（公斤力/毫米^2）；

E——运行中最高和最低壁温弹性模数平均值（公斤力/毫米^2）；

x——一次应力分量，即一次应力除以σ_s；

y——二次应力分量，即二次应力范围除以σ_s。

在蠕变温度下，一次弯曲应力允许采用σ_B/K_t，因此，一次应力分量$x=\dfrac{(\sigma_L+\sigma_B/K_t)}{\sigma_s}$；二次应力分量$y=\sigma_Q/\sigma_s$。只有当一次应力加二次应力的组合比较小，在弹性区$E$范围内时，才不会产生应变积累。而无论在递增区、反复塑性区或安定区，都会产生应变递增。但是，如果能将应变控制在比较小的范围内，亦可认为安全，这样便可扩大设计的使用范围。

$$[\sigma_L+\sigma_B/K_t]_{max}+[\sigma_Q]_{max}\leqslant\sigma_s \qquad (7\text{-}68)$$

式中 σ_s——运行中最高和最低壁温屈服极限的平均值（公斤力/毫米²）；

$[\sigma_L+\sigma_B/K_t]_{max}$——一次应力最大值（公斤力/毫米²）；

σ_L——一次局部薄膜应力（公斤力/毫米²）；

σ_B——一次弯曲应力（公斤力/毫米²）；

K_t——弯曲应力修正系数，见式（7-59）；

σ_Q——二次应力范围（公斤力/毫米²）；

$$\sigma_Q=\sigma_R+\sigma_P+\sigma_T \qquad (7\text{-}69)$$

σ_R——弯曲应力范围（公斤力/毫米²）；

$$\sigma_R=\left[\frac{C_2}{B_2}\sigma_t+\frac{C_2-B_2}{B_2}(\sigma_k+\sigma_d)\right]\frac{E}{E_t} \qquad (7\text{-}70)$$

σ_t——热胀应力范围，按计算温度下的弹性模数计算（公斤力/毫米²）；

σ_d——地震端点位移产生的应力，按计算温度下的弹性模数计算(公斤力/毫米²)；

σ_k——运行基地震惯性力产生的应力，按计算温度下的弹性模数计算（公斤力/毫米²）；

σ_P——内压应力范围（公斤力/毫米²）；

$$\sigma_P=\frac{(C_1-B_1)D_wP_{fs}}{200S} \qquad (7\text{-}71)$$

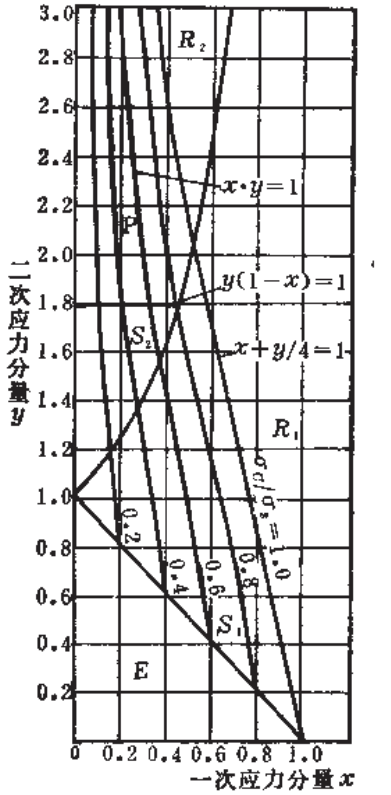


图 7-15 采用弹性分析之应变限定

σ_T——温度应力范围（公斤力/毫米²）；

$$\sigma_T=\frac{E_{(minT)}\alpha|\Delta T_1|_{max}}{200(1-\nu)}+\frac{C_3E_{ab(minT)}|\alpha_aT_a-\alpha_bT_b|}{100} \qquad (7\text{-}72)$$

$E_{(minT)}$——低温弹性模数（公斤力/厘米²）；

α——材料的线膨胀系数（厘米/厘米·℃）；

ν——泊松比。

2.不产生蠕变递增的验算

如果二次应力范围σ_Q，应力一端的平均壁温低于蠕变温度，即低于$[\sigma_{mt}]$曲线图中$[\sigma_m]$之曲线与10万小时$[\sigma_t]$曲线相交点的温度，则式（7-68）也可认为不产生蠕变递增。但如果二次应力范围σ_Q应力一端的平均壁温高于蠕变区，那么一次应力加二次应力范围应小于$1.25[\sigma_t]$，才能避免蠕变递增，即

$$[\sigma_L+\sigma_B/K_t]_{max}+[\sigma_Q]_{max}\leqslant1.25[\sigma_t] \qquad (7\text{-}73)$$

式中 $[\sigma_t]$——取交变的平均壁温在10^4小时的许用应力（公斤力/毫米²）。

符合式（7-68）和（7-73）的条件，无论多少交变次数，都不会超过变形控制型量的限定。

3.递增的计算

如果一次应力的分量x加二次应力的分量y大于1.0，或大于$1.25[\sigma_t]/\sigma_s$，即每次交

变都要产生应变递增。对于一次应力加二次应力的组合，在S_1、S_2和P区所产生的蠕变递增，美国 O′Donnell & J.Porowski 1974 年提出一项简易的计算方法[16]，可以采用弹性分析计算的一次应力和二次应力，以求取一个当量的蠕变应力σ_C，此应力已考虑二次应力对蠕变加速作用的影响，然后利用材料的等时应力-应变关系曲线，以查得可能出现的蠕变递增之定量上限值。当量蠕变应力σ_C按下列方法计算：

（1）当$\sigma_C < \sigma_s$时：

在S_1区　　$\sigma_C = \sigma_s[(y+1) - 2\sqrt{(1-x)y}]$　　（7-74）

在S_2和P区　$\sigma_C = \sigma_s(xy)$　　（7-75）

式中　x——一次应力分量：

$$x = (\sigma_L + \sigma_B/K_t)_{max}/\sigma_s \qquad (7\text{-}76)$$

y——二次应力分量：

$$y = (\sigma_Q)_{max}/\sigma_s \qquad (7\text{-}77)$$

σ_C也可采用图解法求取，见图7-15。

在求得当量蠕变应力σ_C后，可在等时应力-应变曲线（图7-16～7-24）上查得蠕变递增量ε_C%。

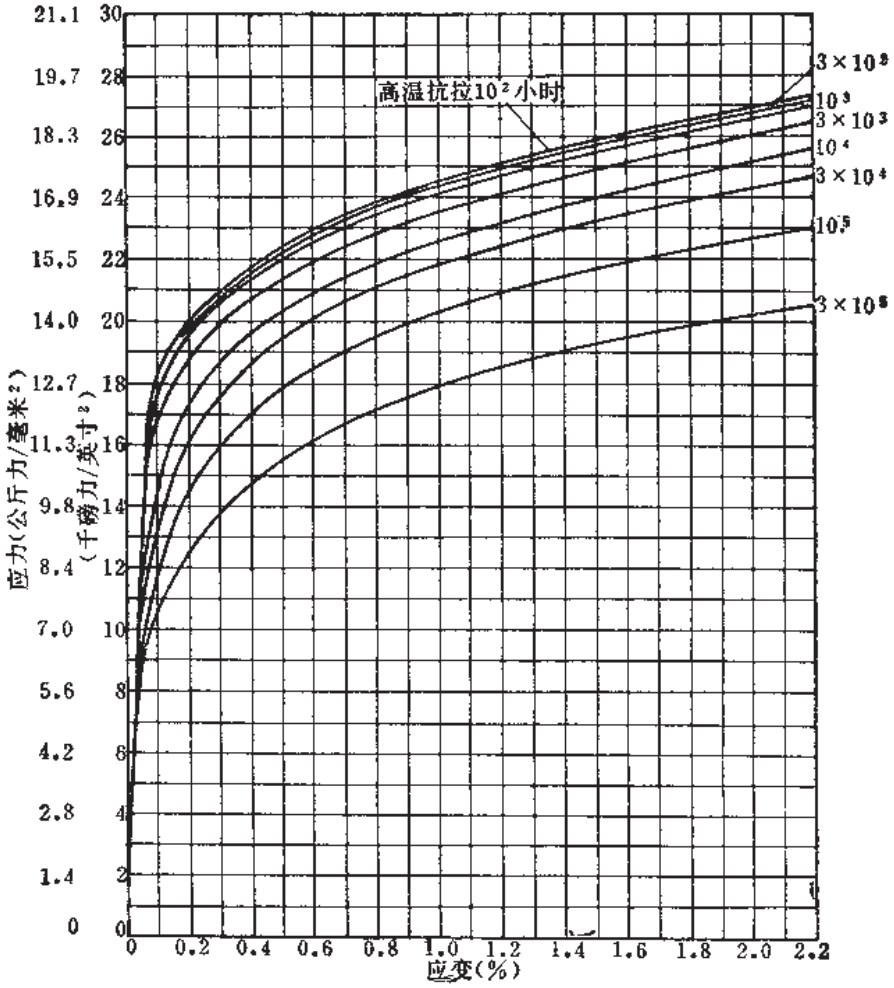


图 7-16　SS316钢平均等时应力-应变曲线（温度538℃）

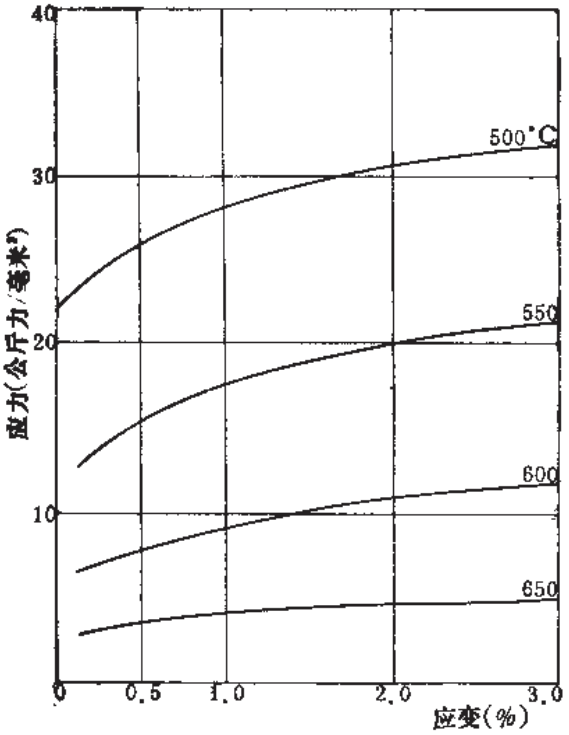


图 7-21 X20CrMoV121钢平均等时
应力-应变曲线（1000小时）

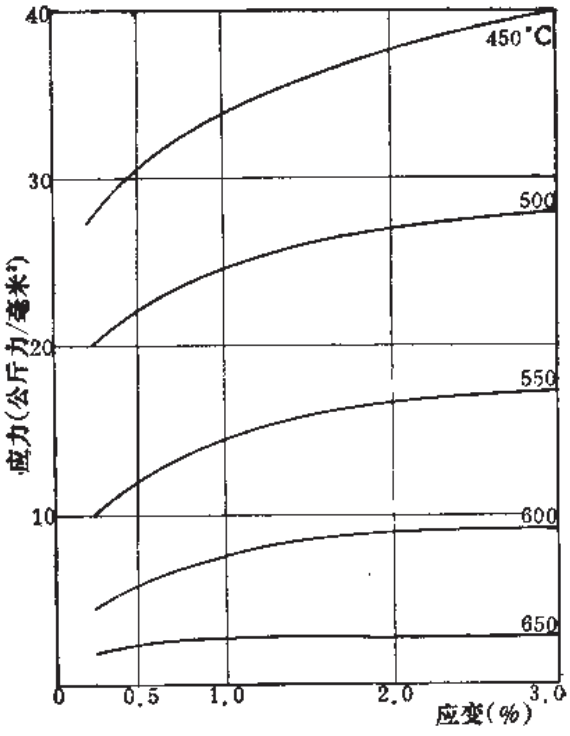


图 7-22 X20CrMoV121钢平均等时
应力-应变曲线（10000小时）

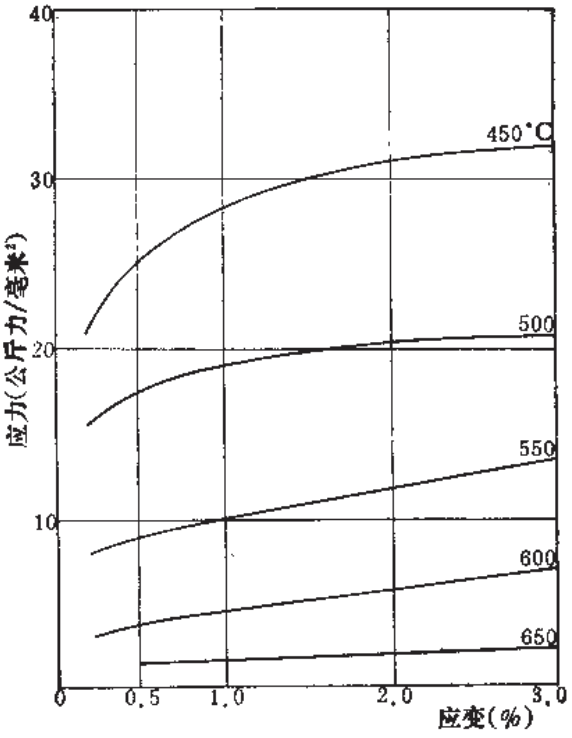


图 7-23 X20CrMoV121钢平均等时
应力-应变曲线（100000小时）

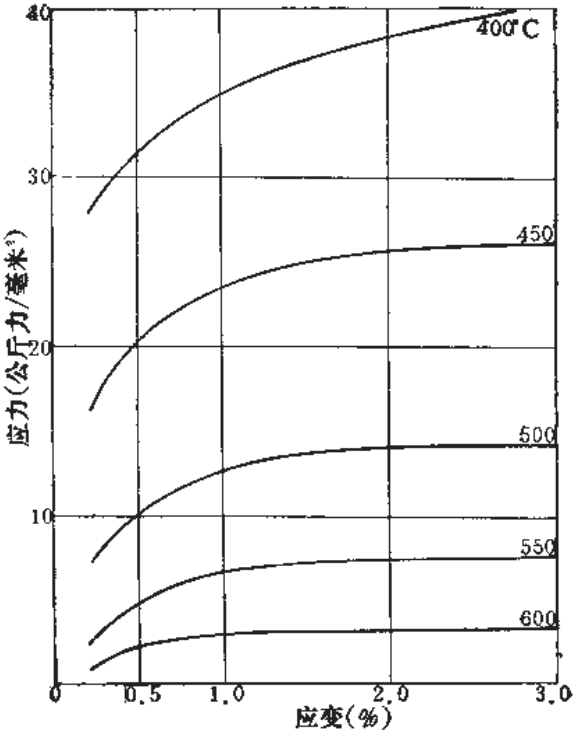


图 7-24 X20CrMoV121钢平均等时
应力-应变曲线（500000小时）

（2）当$\sigma_C>\sigma_s$时：

即一次应力加二次应力的组合在R_1和R_2区，每次交变的递增可按下式计算：

在R_1区，每次交变的应变递增：

$$\Delta\varepsilon^P=\frac{100\sigma_s}{E}(1-x)+\frac{200\sigma_s}{E}[y-2\sqrt{y(1-x)}] \tag{7-78}$$

在R_2区，每次交变的应变递增：

$$\Delta\varepsilon^P=\frac{100\sigma_s}{E}(1-x)+\frac{200\sigma_s}{E}(xy-1) \tag{7-79}$$

总的应变递增量：

$$\varepsilon_P=\Delta\varepsilon^P\times N\times 100\% \tag{7-80}$$

式中 N——交变次数；

E——平均弹性模数（公斤力/厘米^2）；

σ_s——平均屈服极限（公斤力/毫米^2）。

总的应变递增量，对于母材，不得大于1%；对于焊缝，不得大于0.5%。

4.蠕变-疲劳验算

蠕变与疲劳二者同时作用下，就有相互的影响，比单独作用时的使用寿命要降低。目前ASME的蠕变-疲劳验算[4]，还是沿用日本平君1962年提出的线性破坏准则[22]，即蠕变损伤和疲劳损伤分别进行计算，然后进行迭加，计算公式如下：

$$\sum_{k=1}^{q}\left(\frac{\tau}{\tau_d}\right)_k+\sum_{j=1}^{P}\left(\frac{n}{N_d}\right)_j\leqslant D \tag{7-81}$$

式中 D——总的蠕变-疲劳损伤，采用弹性分析时，$D=1.0$；

n——交变荷载为j之施加次数；

N_d——交变荷载为j之设计许用次数，可查材料之弹性疲劳曲线，见图7-25、7-26；

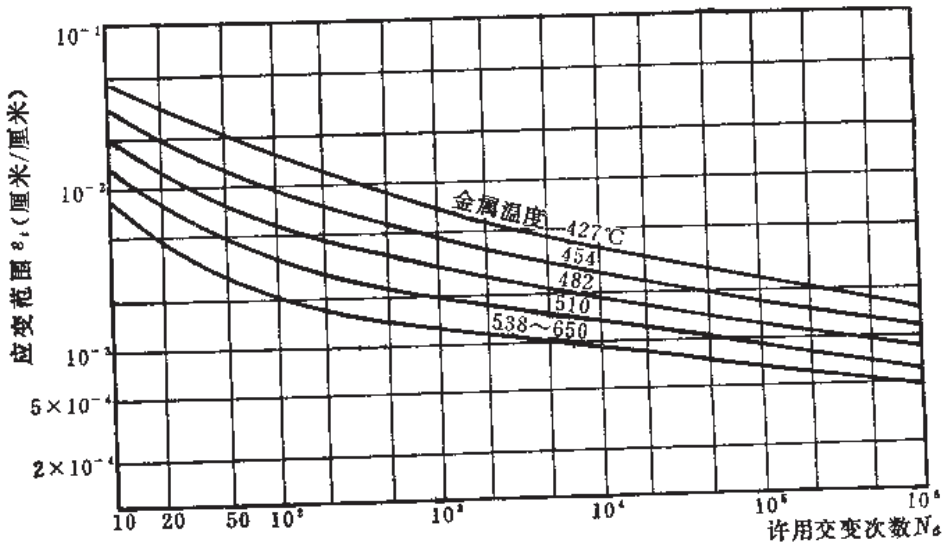


图 7-25 不锈钢SS304和SS316许用交变次数N_d与设计疲劳应变范围ε_t之关系曲线（弹性分析用）

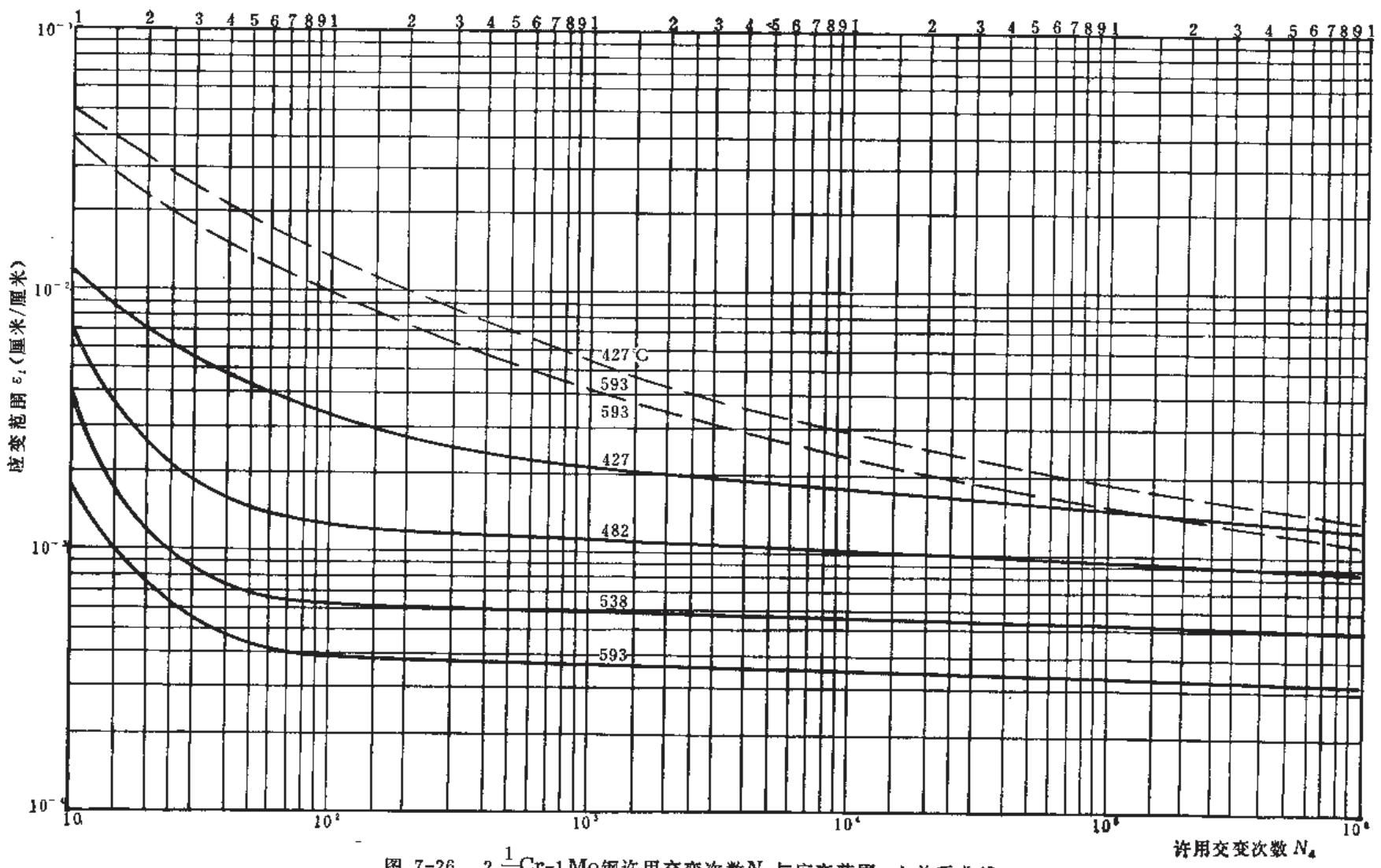


图 7-26　$2\frac{1}{4}$Cr-1Mo钢许用交变次数N_d与应变范围ε_t之关系曲线

----非弹性分析用曲线；——弹性分析用曲线

τ ——荷载 k 的特续时间；

τ_a——荷载 k 时应力强度之许用时间，可用一次应力加二次应力从持久强度最小值与时间的关系曲线图7-27、7-28查得许用的时间。

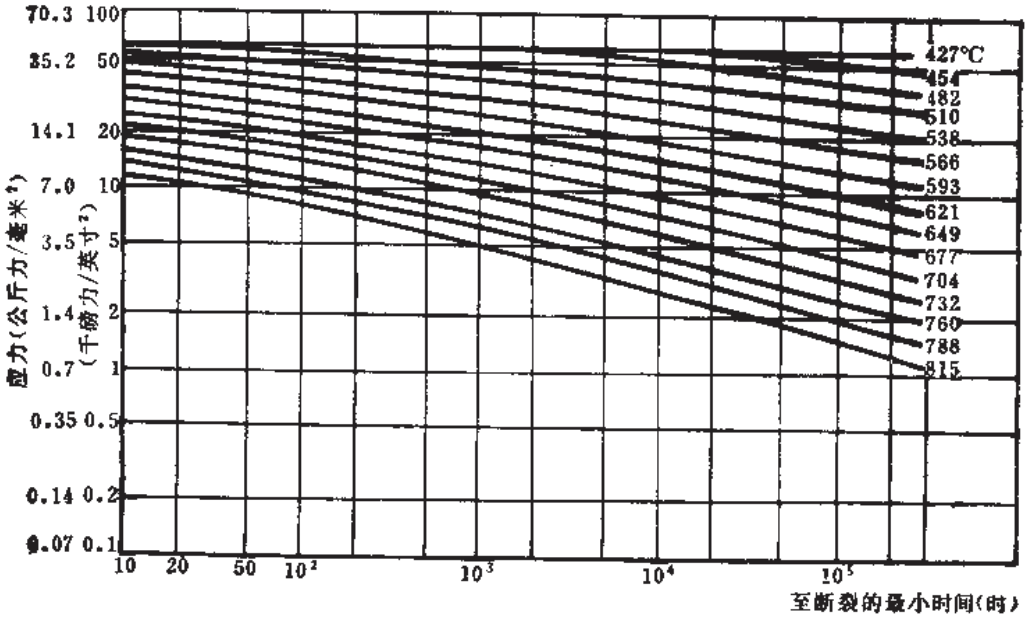


图 7-27 SS316不锈钢持久强度最小值

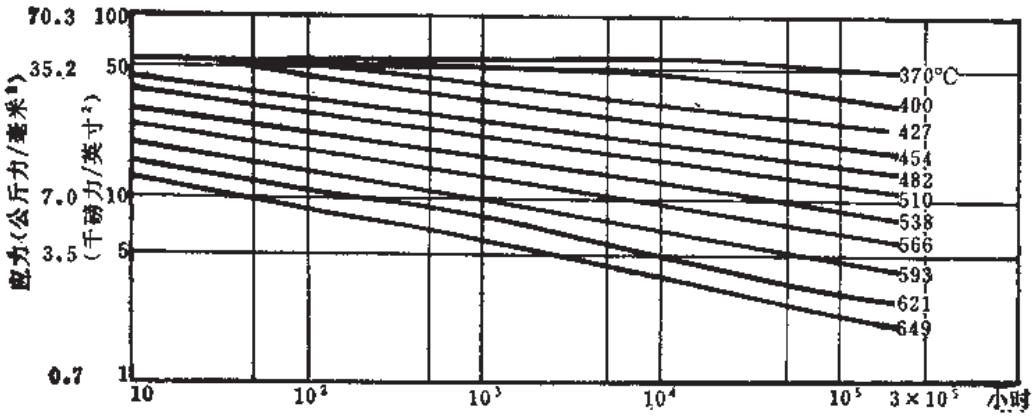


图 7-28 $2\frac{1}{4}$Cr-1Mo钢持久强度最小值

（1）弹性分析的蠕变损伤：

由于弹性计算不能计算松弛动态，所以在验算蠕变损伤时，假定没有应力松弛，所验算的结果偏大。如果每个交变荷载 k 的一次应力加二次应力（$\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q$）小于或等于 σ_i^t时，那么，以验算蠕变损伤的持续应力σ_K可直接取用：

$$\sigma_K=(\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q) \qquad (7\text{-}82)$$

如果$(\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q)>\sigma_i^t$，由于材料屈服和应力重新分布，持续应力 σ_K可取以下二者之较小值：

$$1.25\sigma_s^t$$

或$[\sigma_m+0.5(\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q)]$

其中 σ_s^t——计算温度下的屈服极限（公斤力/毫米²）。

根据持续应力σ_R可在持久强度最小值与时间的关系曲线图7-27、7-28中查得许用的时间τ_d，各个交变荷载之蠕变损伤为$\sum_{k=1}^{q}\left(\frac{\tau}{\tau_d}\right)_k$。

（2）弹性分析的疲劳损伤：

计算最大应变范围以验算疲劳损伤。但是，在高温下产生蠕变应变之后，要正确计算应力集中的应变是相当困难的。

Neuber[18]在切口底部加上平行的剪切应力，如图7-23所示。

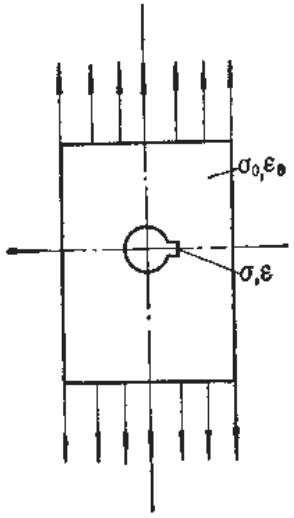


图 7-29 应变和应力集中
σ_0—公称应力；e—公称应变；
σ—局部应力；ε—局部应变

非弹性应力集中系数：

$$K_\sigma=\sigma/\sigma_0 \qquad (7\text{-}83)$$

非弹性应变集中系数：

$$K_\varepsilon=\varepsilon/e \qquad (7\text{-}84)$$

K_σ和K_ε以及理论弹性应变集中系数K_T的关系如下：

$$\left.\begin{aligned} &K_\sigma K_\varepsilon=K_T^2\\ &\text{或}\ \frac{\sigma}{\sigma_0}\cdot\frac{\varepsilon}{e}=K_T^2\\ &\text{或}\ \ \varepsilon=K_T^2 e\cdot\frac{\sigma_0}{\sigma}\end{aligned}\right\} \qquad (7\text{-}85)$$

当公称应力非常小的情况下，可写成：

$$\sigma=K_T\sigma_0\ \text{弹性} \qquad (7\text{-}86)$$

即应变集中：

$$\varepsilon=K_T e\ \text{弹性} \qquad (7\text{-}87)$$

但是，如果公称应力大，并且公称应变大部分为非线性应变，当$\sigma_0\approx\sigma$，即应变集中趋近于$K_T^2 e$。

也就是说，公称应变的非弹性部分集中而引起的增长率为K_T^2，结合Krempl[17]的试验数据，最大应变范围可采用：

$$\varepsilon_t=K_T\varepsilon_e+K_T^2\varepsilon_P+K_F\varepsilon_F \qquad (7\text{-}88)$$

式中 ε_t——在荷载下的最大应变范围。

ε_e——在所考虑区域内的弹性应变，不包括应变集中。ε_e可取用：

$\frac{(\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q)_{max}\times 100}{E_t}$和$\frac{\sigma_s+\sigma_s^t}{E_t}$的较小值；

K_T——理论弹性应变集中系数，简化计算可取用：

$$K_T=\frac{K_1\left(\frac{C_1P_{js}D_w}{200S}\right)+K_2\left(\frac{C_2M_i}{W}\right)+K_3[C_3E_{ab}(\alpha_aT_a-\alpha_bT_b)]}{\frac{C_1P_{js}D_w}{200S}+\frac{C_2M_i}{W}+C_3E_{ab}(\alpha_aT_a-\alpha_bT_b)} \qquad (7\text{-}89)$$

ε_P——在所考虑区域内的非弹性应变，不包括应变集中和峰值应变，ε_P可由总的公称应变ε_H减去弹性应变部分，即

$$\varepsilon_P=\varepsilon_H-\varepsilon_e \tag{7-90}$$

$$\varepsilon_H=\varepsilon_{\text{荷载控制}}+\frac{\sigma_{\text{变形控制}}}{E_t} \tag{7-91}$$

当$(\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q)_{max}>(\sigma_s+\sigma_s^t)$时

$$\varepsilon_P=\varepsilon_C+\left[\frac{(\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q)_{max}}{E_t}-\frac{\sigma_s+\sigma_s^t}{E_t}\right] \tag{7-92}$$

当$(\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q)_{max}<(\sigma_s+\sigma_s^t)$时

$$\varepsilon_P=\varepsilon_C \tag{7-93}$$

ε_C——蠕变应变，取用$\sigma_L+\sigma_B$在等时应力-应变曲线查每次交变时间的应变与零时应变之差；

ε_F——峰值热应变，不包括几何形状引起的局部应变集中；

K_F——峰值热应变之集中系数，考虑几何不连续之影响。

在计算ε_t之后，可由应变范围与许用疲劳次数之关系曲线求取N_d。当ε_t用非弹性分析的方法求解时，用非弹性分析之疲劳曲线（见图7-30）；而ε_t用弹性分析方法求解时，可用弹性分析之疲劳曲线（见图7-25和7-26）。后者已将峰值应力引起的蠕变损伤考虑在内，为此，将疲劳之许用次数减少，并考虑与时间函数有关的蠕变损伤。

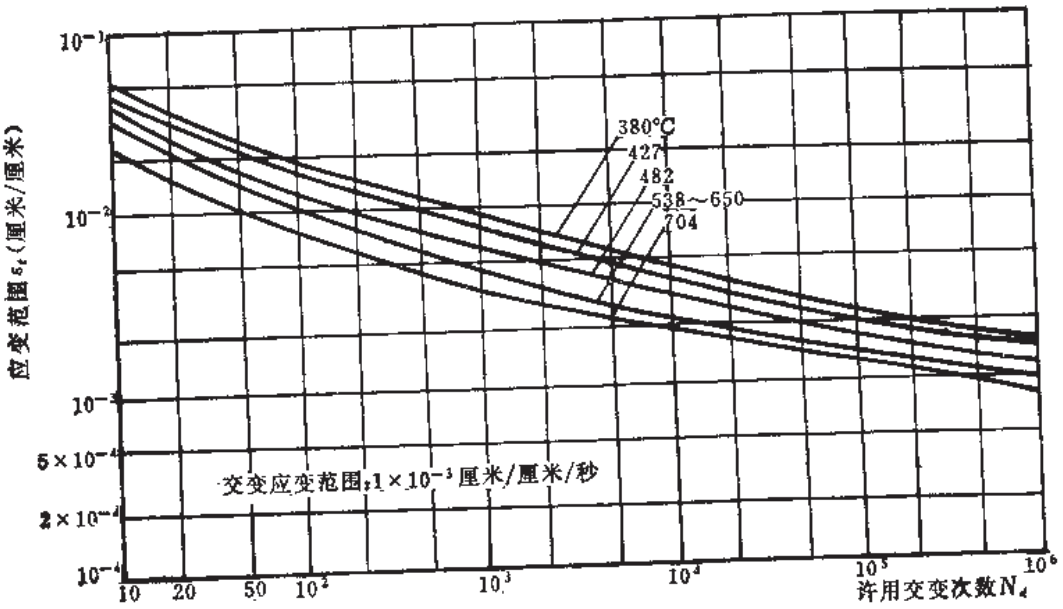


图 7-30　不锈钢SS304和SS316许用交变次数N_d与设计疲劳应变范围ε_t之关系曲线（非弹性分析用）

三、计算示例

（一）原始数据

（1）设计工况和正常运行工况：计算压力30公斤力/厘米^2，计算温度538℃。

（2）运行时间：使用年限30年，年利用小时数7500小时，运行时间总计$30\times7500=$

2.25×10^5小时。

（3）管材性能：SS316不锈钢。弹性模数$E=1.99\times10^6$公斤力/厘米^2，$E_t=1.58\times10^6$公斤力/厘米^2；$\frac{E}{E_t}=1.26$；冷热态平均弹性模数$\frac{E+E_t}{2}=1.79\times10^6$公斤力/厘米^2。

基本许用应力：$[\sigma]_j^t=10.76$公斤力/毫米^2，$1.5[\sigma]_j^t=16.14$公斤力/毫米^2。

与时间无关的许用应力$[\sigma_m]=10.83$公斤力/毫米^2，$1.5[\sigma_m]=16.25$公斤力/毫米^2。

与时间有关的许用应力$[\sigma_t]=9.85$公斤力/毫米^2，$[\sigma_{mt}]=9.85$公斤力/毫米^2。

屈服极限：$\sigma_s=21.10$公斤力/毫米^2，$\sigma_s^t=11.95$公斤力/毫米^2，平均屈服极限$\frac{\sigma_s+\sigma_s^t}{2}=16.53$公斤力/毫米^2。

（4）管子规格：

直管$\phi273\times11$，管子断面抗弯矩$W=570.1$厘米^3；

弯管$R=4.5D_w=1228.5$毫米，

$$r_p=\frac{273+251}{4}=131\text{毫米},$$

$$\lambda=\frac{SR}{r_p^{\frac{2}{3}}}=0.787。$$

应力指数：

$$C_1=\frac{2R-r_p}{2(R-r_p)}=1.06,\qquad C_2=\frac{1.95}{\lambda^{\frac{2}{3}}}=2.29,$$

$$B_2=0.75C_2=1.72,$$

$$B_1=K_1=K_2=K_3=C_3=1.0,$$

$$C_3'=0.5。$$

（二）计算假定

假定在整个运行年限内，将承受1500次冷、热交变，而在1500次交变中有5次将有运行基地震作用力，而其它1495次没有地震作用力。这样每个交变平均周期为$\frac{2.25\times10^5}{1500}=150$小时；而其有地震作用力之总时期为$5\times150=750$小时。

（三）应力计算

从SAP-V程序计算结果，按计算温度下的弹性模数（E_t）计算，在某一弯头处的应力：

（1）热胀应力范围：$\sigma_t=7.26$公斤力/毫米^2；

（2）自重应力 $\sigma_w=0.81$公斤力/毫米^2；

（3）运行基地震惯性力产生的应力，$\sigma_k=7.54$公斤力/毫米^2；

（4）地震端点位移产生的应力，$\sigma_d=0.95$公斤力/毫米^2。

（四）荷载控制型量计算

1.设计条件的验算

（1）一次一般薄膜应力验算：

$$\sigma_m=\frac{B_1P_{js}[D_w-(S-C)]}{200(S-C)\varphi}\leqslant[\sigma]_j^t$$

$$\sigma_m=\frac{1\times30\times[273\times9.6]}{200\times9.6\times1}=4.12\text{公斤力/毫米}^2<10.76\text{公斤力/毫米}^2$$

（2）一次局部薄膜应力加一次弯曲应力验算：

$$\sigma_L+\sigma_B\leqslant1.5[\sigma]_j^t$$

$$\frac{B_1P_{js}D_w}{200S}+\sigma_w+\frac{B_2M_j^*}{W}=\frac{1\times30\times273}{200\times11}+0.81+0$$

$$=3.72+0.81=4.53\text{公斤力/毫米}^2<16.25\text{公斤力/毫米}^2$$

2.运行状态的验算

（1）一次一般薄膜应力验算：

$$\sigma_m\leqslant[\sigma_{mt}]$$

$$4.12\text{公斤力/毫米}^2<9.85\text{公斤力/毫米}^2$$

（2）一次局部薄膜应力加一次弯曲应力验算：

1）对于持续荷载：

$$\sigma_L+\sigma_B\leqslant K_t[\sigma_t]$$

因为 $K_t=1+K_s\left(1+\frac{\sigma_L}{[\sigma_t]}\right)=1+0.25\left(1-\frac{3.72}{9.85}\right)=1.16$

所以 $4.35\text{公斤力/毫米}^2<1.16\times9.85\text{公斤力/毫米}^2$

2）对于持续荷载加地震荷载：

$$\sigma_L+\sigma_B\leqslant1.5[\sigma_m]$$

$$\frac{B_1P_{js}D_w}{200S}+\sigma_w+\frac{B_2M_j^*}{W}+\sigma_k+\sigma_\delta$$

$$=3.72+0.81+0+7.54+0.95=13.02\text{公斤力/毫米}^2<16.25\text{公斤力/毫米}^2$$

3.一次一般薄膜应力对材料的累积损伤验算

$$\sum_i\left(\frac{\tau_i}{\tau_{im}}\right)\leqslant B$$

因为 $\tau_i=2.25\times10^5$时，

$\sigma_m=4.12\text{公斤力/毫米}^2$

由图7-12查得许用时间为5×10^6时，

所以 $\frac{2.25\times10^5}{5\times10^6}=0.05<1.0$。

4.一次局部薄膜应力加一次弯曲应力对材料的累积损伤验算

$$\sum_i\left(\frac{\tau_i}{\tau_{ib}}\right)\leqslant1.0$$

（1）对于持续荷载：

$$(\sigma_L+\sigma_B)/K_t=4.53/1.16=3.91\text{公斤力/毫米}^2$$

由图7-12查得许用时间为7×10^6时。

（2）对于持续荷载加地震荷载：

$$(\sigma_L+\sigma_B)/K_t=13.02/1.16=11.22\text{公斤力/毫米}^2$$

由图7-12查得许用时间为1.5×10^5时，

所以 $$\frac{1495\times150}{7\times10^6}+\frac{750}{1.5\times10^5}=0.032+0.005$$

$$=0.037<1.0$$

（五）变形控制型量计算

1.递增计算

（1）对于持续荷载：

一次应力：

$$\sigma_L+\sigma_B=3.72+0.81=4.53\text{公斤力/毫米}^2$$

二次应力范围：

$$\sigma_Q=\left(\frac{C_2}{B_2}\sigma_f\right)\frac{E}{E_t}+\frac{(C_1-B_1)D_wP_{fs}}{200S}+\frac{E_{(minT)}\alpha|\Delta T_1|_{max}}{200(1-\nu)}$$

$$+\frac{C_3E_{ab(minT)}|\alpha_aT_a-\alpha_bT_b|}{100}=\frac{2.29}{1.72}\times7.26\times\frac{1.99\times10^6}{1.58\times10^6}$$

$$+\frac{(1.06-1)\times273\times30}{200\times11}+0+0=12.17+0.22=12.39\text{公斤力/毫米}^2$$

一次应力分量：

$$x=(\sigma_L+\sigma_B/K_t)/\sigma_s$$

$$=\left(3.72+\frac{0.81}{1.16}\right)\div16.53=0.267$$

二次应力分量：

$$y=\sigma_Q/\sigma_s=12.39\div16.53=0.75$$

因为$x+y>1$，从图7-15查得在S_1区，当量蠕变应力为：

$$\sigma_C=\sigma_S[(y+1)-2\sqrt{(1-x)y}]$$

$$=16.53[(0.75+1)-2\sqrt{(1-0.267)\times0.75}]$$

$$=4.46\text{公斤力/毫米}^2$$

从图7-16等时应力-应变曲线，由224250小时查得$\varepsilon_{c(1)}$为0.04%。

（2）对于持续荷载加地震荷载：

一次应力：

$$\sigma_L+\sigma_B=3.72+0.81+7.54+0.95=13.02\text{公斤力/毫米}^2$$

二次应力范围：

$$\sigma_Q=\left[\frac{C_2}{B_2}\sigma_f+\frac{C_2-B_2}{B_2}(\sigma_k+\sigma_d)\right]\cdot\frac{E}{E_t}+\frac{(C_1-B_1)D_wP_{fs}}{200S}+\frac{E_{(minT)}\alpha|\Delta T_1|_{max}}{200(1-\nu)}$$

$$+\frac{C_3E_{ab(minT)}|\alpha_aT_a-\alpha_bT_b|}{100}=\left[\frac{2.29}{1.72}\times7.26+\frac{2.29-1.72}{1.72}(7.54+0.95)\right]$$

$$\times\frac{1.99\times10^6}{1.58\times10^6}+\frac{(1.06-1)\times273\times30}{200\times11}+0+0=15.72+0.22$$

$$=15.94\text{公斤力/毫米}^2$$

一次应力分量：

$$x=\left(\sigma_L+\frac{\sigma_B}{K_t}\right)\div\sigma_s=\left(3.72+\frac{9.3}{1.16}\right)\div16.53=0.710$$

二次应力分量：

$$y=\sigma_Q\div\sigma_s=15.94\div16.53=0.964$$

因为$x+y>1$，从图7-15查得在S_1区，当量蠕变应力为：

$$\sigma_C=\sigma_s[(y+1)-2\sqrt{(1-x)y}\,]$$
$$=16.53[(0.964+1)-\sqrt{(1-0.71)\times0.964}]$$
$$=14.99\text{公斤力/毫米}^2$$

从图7-16等时应力-应变曲线750小时查得$\varepsilon_{C(2)}=0.3$。

总的应变递增量为：

$$\varepsilon_C=\varepsilon_{C(1)}+\varepsilon_{C(2)}=0.04\%+0.3\%=0.34\%<1\%$$

2.蠕变-疲劳计算

（1）蠕变损伤：

1）对于持续荷载：

$$(\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q)_{max}=4.53+12.39=16.92\text{公斤力/毫米}^2>\sigma_s^t$$

蠕变损伤应力σ_k取用以下二者之较小值：

$$1.25\sigma_s^t=14.94\text{公斤力/毫米}^2$$
$$\sigma_m+0.5(\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q)_{max}=12.58\text{公斤力/毫米}^2$$

根据蠕变损伤之应力$\sigma_k=12.58$公斤力/毫米^2，在图7-27持久强度最小值曲线(538℃)中查得许用时间：$\tau_d=10^6$时，

所以
$$\left(\frac{\tau}{\tau_d}\right)_1=\frac{224250}{10^6}=0.224$$

2）对于持续荷载加地震荷载：

$$(\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q)_{max}=13.02+15.94=28.96\text{公斤力/毫米}^2>\sigma_s^t$$

蠕变损伤应力σ_k取用以下二者之较小值：

$$1.25\sigma_s=14.94\text{公斤力/毫米}^2$$
$$\sigma_m+0.5(\sigma_L+\sigma_B+\sigma_Q)_{max}=18.6\text{公斤力/毫米}^2$$

根据蠕变损伤之应力$\sigma_k=14.94$公斤力/毫米^2，在图7-27持久强度最小值曲线(538℃)中查得许用时间：$\tau_d=5\times10^4$时。

$$\left(\frac{\tau}{\tau_d}\right)_2=\frac{750}{5\times10^4}=0.015$$
$$\Sigma\left(\frac{\tau}{\tau_d}\right)=\left(\frac{\tau}{\tau_d}\right)_1+\left(\frac{\tau}{\tau_d}\right)_2=0.224+0.015=0.239$$

（2）疲劳损伤：

1）对于持续荷载：

弹性应变范围取以下两者之较小值：

$$\varepsilon_{e1}=\frac{(\sigma_3+\sigma_s^t)\times100}{E_t}$$
$$=\frac{(21.1+11.95)\times100}{1.58\times10^6}$$
$$=2.092\times10^{-3}\text{厘米/厘米}$$

第八章　管道对设备的推力和力矩的计算

第一节　管系的应变及对端点的推力和力矩

管道对端点（或设备）的推力和力矩，主要是由于管道热胀或冷缩应变所产生。如果直管两端固定，加热升温，由虎克定律可知，应力与应变的关系为：

$$\sigma = E_t \varepsilon = E_t \cdot \frac{\Delta l}{l} = E_t \alpha_t \Delta t$$

式中　σ——应力（公斤力/厘米^2）；

E_t——钢材在计算温度下的弹性模数（公斤力/厘米^2）；

Δl——管子的热膨胀量（厘米）；

l——管子长度（厘米）；

α_t——钢材在计算温度下的线膨胀系数（厘米/厘米·℃）；

Δt——温升（℃）。

例如温升到100℃时，钢材的弹性模数$E_t = 2.04 \times 10^6$公斤力/厘米^2，线膨胀系数$\alpha_t = 12.2 \times 10^{-6}$厘米/厘米·℃，则应力$\sigma = 2489$公斤力/厘米$^2 = 24.89$公斤力/毫米^2。

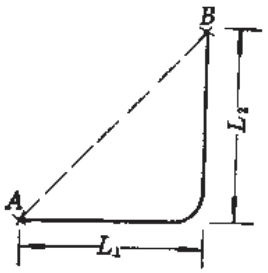


图 8-1　L型管系

如果管子尺寸为$\phi 219 \times 6$，管道对端点的推力则为：

$$N = \frac{\pi}{4}(D_w^2 - D_n^2)\sigma$$

$$\approx 100000\text{公斤力} = 100\text{吨力}$$

式中　N——管道对端点的推力（公斤力）；

D_w——管子外径（厘米）；

D_n——管子内径（厘米）。

这个推力是相当大的。加热温度更高或管子尺寸（直径或壁厚）更大，管道对端点的推力也将更大。为此，必须注意将管系布置得柔软一些，利用管道的弯曲或扭转变形来达到热胀或冷缩的自补偿，以使管系的应力和推力都降低下来。

最简单的方法就是将A、B两点间的直管道改成L型管系，如图8-1。这样，它的应力和推力都要比直管布置低得多。当两臂L_1和L_2愈长，应力和推力也就愈小。图8-2表示两臂长度相等（即$L_1 = L_2$）的L型管系，管子尺寸为$\phi 219 \times 6$和$\phi 159 \times 4.5$，它的展开长度与固定点推力的关系。管径愈大，展开长度愈小，则推力愈大。

现以各臂长相同的L型、Z型和Π型平面管系为例（如图8-3）作比较。它们都加热到同样的温度，采用同样的钢材和管子规格，以L型的应力和推力为1，与其它型比较如下：

	L型	Z型	Π型
应力	1	0.81	0.13
推力	1	0.61	0.04

对于立体管系，除了利用弯曲弯形以外，还可以利用扭转变形来达到自补偿的目的。

一、非蠕变温度下管系对端点的推力和力矩

当管系的热胀应力不超过屈服极限时，在热态和冷态下的应力、推力和力矩，可按下列方法计算：

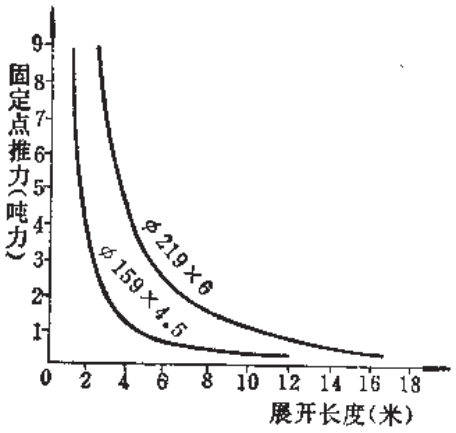


图 8-2　等臂L型管系展开长度与固定点推力的关系

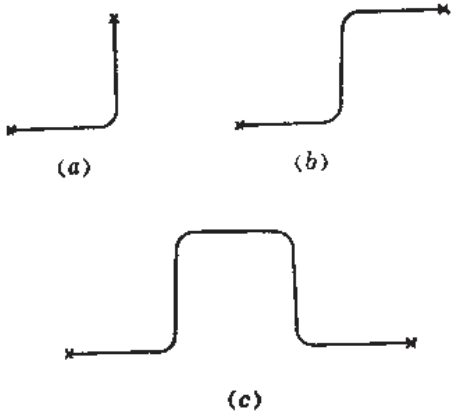


图 8-3　L型、Z型和Π型平面管系的应力与推力的比较
(a)L型；(b)Z型；(c)Π型

1.管系的热胀冷缩应力

（1）　初始冷态：

$$\sigma' = \gamma\sigma_j \qquad (8\text{-}1)$$

（2）　初始热态：

$$\sigma_t' = -(1-\gamma)\frac{E_t}{E}\sigma_j \qquad (8\text{-}2)$$

式中　σ_j——管系最大的热胀当量应力，按全补偿值和钢材在常温下的弹性模数计算，见第七章式（7-20）；

E_t——钢材在计算温度 t 下的弹性模数；

E——钢材在常温下的弹性模数；

γ——冷紧比。当管系按100％全补偿值进行冷紧时，$\gamma=1$；当管系按50％全补偿值进行冷紧时，$\gamma=0.5$；当管系没有冷紧时，$\gamma=0$。

2.管系对端点的推力和力矩

（1）　初始冷态：

$$N' = \gamma N_{j*} \qquad (8\text{-}3)$$

（2）　初始热态：

$$N_t' = -(1-\gamma)\frac{E_t}{E}N_{j*} \qquad (8\text{-}4)$$

式中　N_{j*}——按全补偿值和钢材在常温下的弹性模数计算的管系对端点的推力和力矩。对于立体管系，它代表沿座标轴的三个力和三个力矩（即P_x、P_y、P_z和M_x、

M_y、M_z）。

从式（8-1）至（8-4）可知，当管系没有进行冷紧时，在冷态就既没有应力，也不产生推力，管系的热胀应变均集中在热态，只有在热态才有热胀应力和对端点产生的推力和力矩。但是，如果管系安装时已进行100％全补偿值的有效冷紧，那么，理论上热胀应变均集中在冷态，在热态既不产生热胀应力，也不对端点产生推力和力矩。如果管系安装时仅进行50％全补偿值的有效冷紧，那么，管系的热胀应变将一半在冷态，而另一半在热态。

式（8-3）和(8-4)只适用于管系沿座标轴各方向均采用相同的冷紧比。如果各方向采用不同的冷紧比时，管系对端点的推力和力矩就不能应用N_f和冷紧比的比例方法进行计算，而要用沿座标轴各方向的冷紧值代入第五章或第六章计算作用力和力矩的方程组，求其冷紧力和力矩。

如果热胀应力没有超过钢材的屈服极限时，则冷、热态的应力、推力和力矩自始至终可以认为是保持不变的。如果热胀应力超过屈服极限，则由于自拉效应的影响，冷、热态的推力和力矩将发生变化，计算方法与蠕变温度下的管系相同。

二、蠕变温度下管系对端点的推力和力矩

对于蠕变温度下工作的管系，由于高温蠕变下的应力松弛或热胀应力超过钢材的屈服极限而产生塑性应变，都会使管系在热态的应力以及对端点的推力和力矩降低下来。管系在热态所降低下来的应力、推力和力矩，回到冷态时又会产生反方向的应力、冷弹力和力矩，这种现象称为自拉。它与冷紧的作用相似。于是管系原来在冷状态处于无应力状态，不需外加作用力，在经过热状态的屈服和应力松弛后，逐渐在冷态积累起应力和冷弹力。同理，如果管系在安装时进行100％全补偿值的冷紧，而冷紧力使管系局部产生冷态屈服，那么在热态也会产生热胀应力和推力。因此，自拉的现象既可发生在冷态，也可发生在热态。

一般说来，管系经过次数不多的冷、热态交变和不很长的运行时间，由于屈服、应力松弛和自拉的作用，就会使管系冷、热态应变自行调整到均衡并保持恒定。

1.管系松弛前的热胀与冷缩应力

（1）初始热态：

按式（8-2）计算　$\sigma_t'=-(1-\gamma)\frac{E_t}{E}\sigma_t$

（2）初始冷态：

按式（8-1）计算　$\sigma'=\gamma\sigma_t$

2.管系松弛后的热胀与冷缩应力

（1）最终热态：

$$\sigma_t''=\sigma_r \tag{8-5}$$

（2）最终冷态：

$$\sigma''=\sigma_t-\frac{E}{E_t}\sigma_r \tag{8-6}$$

式中　σ_r——管系热态应力的松弛极限。

3.管系松弛前对端点的推力与力矩

（1）初始热态：

按式（8-4）计算　$N_t' = -(1-\gamma)\frac{E_t}{E}N_{js}$

（2）初始冷态：

按式（8-3）计算　$N' = \gamma N_{js}$

4.管系松弛后对端点的推力与力矩

（1）最终热态：

$$N_t'' = -\frac{\sigma_r}{\sigma_t}N_{js} \qquad (8\text{-}7)$$

（2）最终冷态：

$$N'' = N_{js} - \frac{\sigma_r}{\sigma_t}N_{js}\frac{E}{E_t} = \left(1 - \frac{E}{E_t}\cdot\frac{\sigma_r}{\sigma_t}\right)N_{js} \qquad (8\text{-}8)$$

由以上公式可知，管系在热态的最大热胀当量应力由$-(1-\gamma)\frac{E_t}{E}\sigma_t$松弛至松弛极限$\sigma_r$时，整个管系的应力状态将按$\frac{\sigma_r}{\sigma_t}\cdot\frac{E}{E_t}$的比值重新分布，管系对端点的推力与力矩亦按此比值降低。

以简单的L型管系为例，如图8-4。设A、B为固定端。如果将B点释放，加热升温至计算温度时，B点将移位至B'点。若钢材在冷态的弹性模数$E=2.1\times10^6$公斤力/厘米^2，钢材在热态的弹性模数$E_t=1.7\times10^5$公斤力/厘米^2，全补偿值为$\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}=60$厘米。根据管系的几何尺寸和变形系数，按全补偿值和$E$由第五章可以计算出管系由$B'$点复位至$B$点的复原力。复原力是指端点对管系的作用力，而本章所述的推力和力矩，都是指管道作用于端点的力和力矩，故与复原力的方向相反。

如果已计算出管道对端点B的推力和力矩为：$P_x^B=-1000$公斤力，$P_y^B=-1500$公斤力，$M_z^B=3000$公斤力·米，而管系上最大的热胀当量应力发生在C点，其值为：$\sigma_t^C=24$公斤力/毫米^2，当管系运行一段时间后，管系的冷、热态应变已达到自均衡，此时，C点的热胀应力降低到松弛极限$\sigma_r^C=18$公斤力/毫米^2，那么，可以认为管系从热态停运冷却至全补偿值的3/4，即45毫米，C点将处于无热胀应力状态，继续冷却至剩下的15毫米，C点将产生反方向的应力。

在这个例子中，可以计算管系对B点的推力和力矩如下：

1.松弛前

（1）初始热态：

$$P_{xt}^{B\prime} = -\frac{E_t}{E}P_x^B = 810\text{公斤力}$$

$$P_{yt}^{B\prime} = -\frac{E_t}{E}P_y^B = 1214\text{公斤力}$$

$$M_{zt}^{B\prime} = -\frac{E_t}{E}M_z^B = -2429\text{公斤力·米}$$

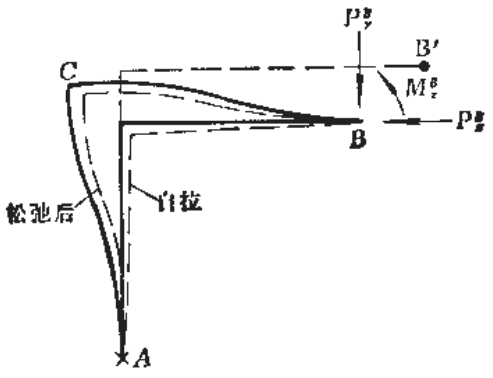


图 8-4　管系的变形位置图

（2）初始冷态：

$$P_x^{B\prime}=0$$

$$P_y^{B\prime}=0$$

$$M_z^{B\prime}=0$$

2.松弛后

（1）最终热态：

$$P_{xt}^{B\prime\prime}=-\frac{\sigma_r}{\sigma_t}P_x^B=750\text{公斤力}$$

$$P_{yt}^{B\prime\prime}=-\frac{\sigma_r}{\sigma_t}P_y^B=1125\text{公斤力}$$

$$M_{zt}^{B\prime\prime}=-\frac{\sigma_r}{\sigma_t}M_z^B=-2250\text{公斤力·米}$$

（2）最终冷态：

$$P_x^{B\prime\prime}=\left(1-\frac{E}{E_t}\cdot\frac{\sigma_r}{\sigma_t}\right)P_x^B=-74\text{公斤力}$$

$$P_y^{B\prime\prime}=\left(1-\frac{E}{E_t}\ \frac{\sigma_r}{\sigma_t}\right)P_y^B=-110\text{公斤力}$$

$$M_z^{B\prime\prime}=\left(1-\frac{E}{E_t}\ \frac{\sigma_r}{\sigma_t}\right)M_z^B=221\text{公斤力·米}$$

以上说明管系在冷态原处于无应力状态，由于应力松弛而在冷态自拉产生对端点的推力和力矩。

三、管系的应变对端点产生的推力、力矩最大值的计算

对于热胀应力的验算，不是取决于一个期间的应力水平，而是取决于应力范围（或应变范围）和交变次数。但是验算管系对端点（或设备）产生的推力和力矩时，无论是在冷态或热态，都应取用管系在整个运行期间可能出现的最大值。因为虽然只是短时间或者一次过负荷，都可能对端点或设备造成危害和不良影响，尤其是给水泵、汽轮机、空压机等对应变很敏感的高速而精密的转动机械更应重视，都应分别计算管系在冷态和热态可能产生的推力、力矩最大值。

对于热态，无论是蠕变温度下的管系还是非蠕变温度下的管系，都可以认为初始状态是热态的最大值。因为初始热态的推力和力矩总是大于松弛后的最终热态的推力和力矩。在有冷紧的情况下，作偏于安全的假定，冷紧有效系数取用2/3。

对于冷态，其最大值既可能出现在初始安装冷紧时，亦可能出现在管系松弛之后自拉产生的冷缩力和力矩，经过二者的比较而取用其较大值。

在蠕变温度下，管系的松弛极限是个未知数，与管系的材料性能、几何形状、初应力的大小和运行工况等都有一定的关系，难于预测一个准确的设计值。在计算冷态自拉产生的冷缩力和力矩时，为偏于安全，常取用钢材在计算温度下的基本许用应力作为松弛极限[2][40]。

这样，管系的应变对端点产生的推力和力矩最大值，无论是在蠕变温度下或非蠕变温

度下，均可以概括采用以下三个计算式：

初始热态

$$N_t' = -\left(1 - \frac{2}{3}\gamma\right)\frac{E_t}{E}N_j \qquad (8\text{-}9)$$

$$\begin{cases} \text{初始冷态按式（8-3）计算 } N' = \gamma N_j \\ \text{松弛后最终冷态 } N'' = \left(1 - \dfrac{[\sigma]_j^t}{\sigma_j} \cdot \dfrac{E}{E_t}\right)N_j \end{cases} \qquad (8\text{-}10)$$

但

$$\frac{[\sigma]_j^t}{\sigma_j} \cdot \frac{E}{E_t} \text{必须} < 1$$

取式（8-3）和（8-10）求得的较大值。

式中 N_t'、N'、N''——均表示管系作用于端点（或设备）的推力和力矩。它有6个分量，即三个方向的力和三个方向的力矩（即P_x、P_y、P_z和M_x、M_y、M_z）。

管系的应变对端点产生的推力和力矩范围，可用图8-5表示。图中实线表示计算取用的最大值；虚线表示冷紧全部有效且没有应力松弛的理论值；假想线表示有应力松弛的理论值。

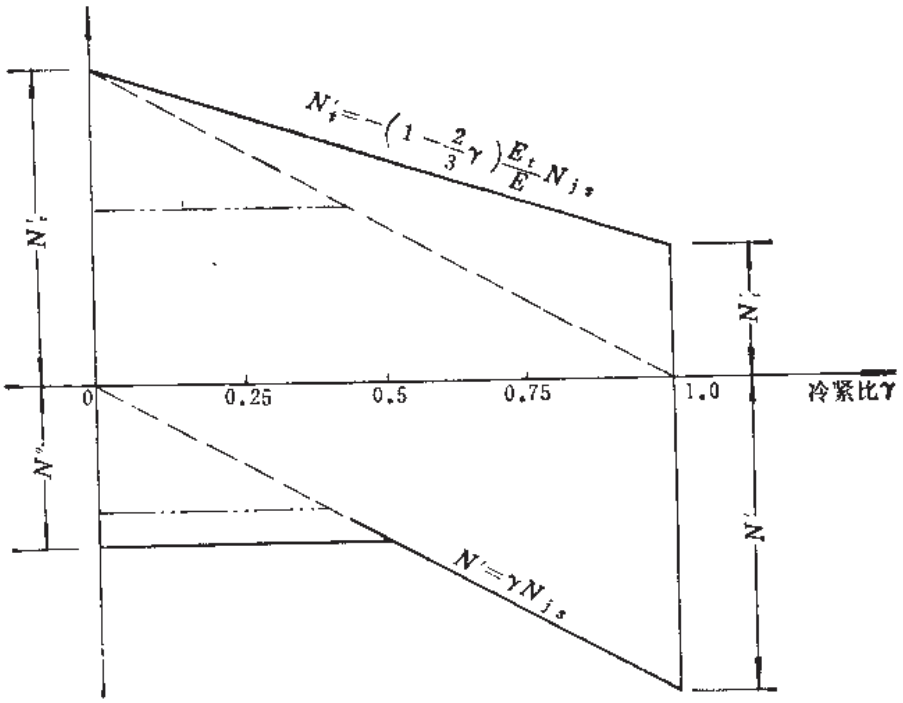


图 8-5 管系应变对端点产生的推力（力矩）范围

管系在有应力松弛的情况下，推力和力矩与时间的关系如图8-6所示。

如果管系沿三个座标轴方向采用不同的冷紧比时，在计算初始热态的推力和力矩N_t'和初始冷态的推力和力矩N'，就不能再应用式（8-9）和式（8-3），而必须以各方向实际的冷补偿值代入作用力计算的线性方程组，并采用E计算出管系冷紧时对端点产生的推力和力矩N'，然后才能应用迭加原理，求取初始热态管系对端点产生的推力和力矩，即

下的屈服极限，而且初始热态对端点的推力和力矩都能满足连接设备的要求，一般也可以不进行冷紧，以减少安装的工作量。

从第五章的补偿值计算公式可以看出，冷紧会使作用力计算方程式中的位移向量发生改变，因此，冷紧还可以作为防止管系的弹性转移和应变集中的一种措施。

要精确进行冷紧是一件不容易的事，不但要求冷紧尺寸准确，而且还得使整个管系在冷紧时达到均匀合理的变形，而不得使少数的弯管（弯头）承受局部的过应变。为此，在冷紧时施加的力和力矩一般都要进行正确的计算。如果是法兰接口，施加力矩比较容易一些，但如果是环向对接焊口，施加力矩则比较困难。

冷紧口的位置选择应注意冷紧后的效果，使热胀的应力和推力都降低。最终闭合口的位置，应选择在便于施工的地方，以及管系弯矩较小处，闭合口就位不得使接口产生额外的扭转或偏移。

对于多分支管道，各分支管道的冷紧值，应根据节点的位移和各分支的柔度而定。冷紧口可以分散在各分支管段内，也可以集中在部分分支管段内。

对于垂直管段上的冷紧口，在管道设计时应按管系柔性计算的结果，分别在图上注明向上、向下和左、右、前、后的冷紧值，以免在施工中造成方向性的错误。对于向下的冷紧值，可以采用放长支吊架拉杆的办法，而对于向上的冷紧值，可以采用收缩支吊架拉杆的办法。为此，支吊架拉杆的长度和丝扣的加工长度，都应考虑冷紧位移的可调幅度。

对于水平管段上的冷紧口，由于局部水平位移比较大，设计、安装时应使支吊架拉杆在冷、热态的偏斜度不超过允许值，以免对管系造成过大的水平分力。

只有进行正确的冷紧，才能得到预期的效果；不正确的冷紧，反而对管系的应力状态有害。在任何情况下都应该是在冷紧之后才能使支吊架弹簧受力。

第二节　管道对汽轮机接口的推力和力矩

汽轮机是一种高速、精密的转动机械，既要仔细考虑汽缸的膨胀和收缩的问题，也要密切注意转动部分和静止部分维持一定的间隙，绝不允许汽缸或轴承箱有可能发生翻转的倾向。为此，必须验算连接汽轮机的蒸汽管道的推力和力矩，以免影响汽轮机的找正，或间隙破坏而增加蒸汽的损失和降低汽轮机的效率。当管道的推力和力矩相当大时，超过了汽缸自重的自稳能力，还会使汽轮机的转动机械移位或卡住，影响机组的安全运行。

与汽轮机连接的蒸汽管道，主要有进汽、抽汽和排汽等管道。蒸汽管道直径越大，管壁越厚，对汽轮机的推力和力矩也越大。尤其是背压机组和再热机组的高、中压缸，由于汽缸的重量有限，连接汽缸的大直径管道又多，更应加以注意。

大、中、小型汽轮机对管道给它的推力和力矩有不同的限定。

一、小型汽轮机管道接口推力和力矩的限定

小型汽轮机进汽、抽汽和排汽管道接口的允许推力和力矩，在美国NEMA规范[84]中有以下的限定：

（1）任一管道作用于汽轮机接口的推力和力矩不得超过以下的规定：

（4）这些允许的推力和力矩只与汽轮机的结构有关，它与连接管道、法兰和法兰螺栓的力和力矩没有关系，后者应不超过各有关规范规定的许用应力。

二、中型汽轮机管道接口推力和力矩的限定

1.非凝汽式汽轮机

（1）所有的连接管道或单独的连接管道的推力和力矩，在汽缸支承处产生的垂直反力不得超过该支承处自重反力的1/2。对于向上、向下的管道反力均适用。

（2）所有连接管道或单独的连接管道的推力和力矩，在汽缸支承处产生的水平和横向反力，不应超过在该支承处自重反力的1/3。

（3）所有连接管道的轴向力或任一根连接管道的轴向力作用于汽轮机，不得超过汽缸总重的1/6。

（4）管道对排汽法兰产生的推力和力矩，与所有其它连接到汽轮机上的管道同样处理。

2.凝汽式汽轮机排汽法兰上的推力和力矩

凝汽器和连接到凝汽器的管道在排汽法兰上的力和力矩，应单独作为一个项目，以区别其它连接到汽轮机上的管道产生的推力和力矩。

（1）最大向下荷载：按排汽面积计算，每平方厘米2.11公斤力加4536公斤力；

（2）最小向下荷载：按排汽面积计算，每平方厘米0.211公斤力或4536公斤力；

（3）向下荷载的偏心距（相对于排汽口中心）：侧向不得大于300毫米；轴向不得大于150毫米；

（4）排汽法兰上的最大水平力：不论是侧向还是轴向，按排汽面积计算每平方厘米0.105公斤力与2268公斤力比较，取两者的较小值；

（5）除向下荷载偏心距所产生的力矩之外，所有作用于排汽口法兰上的最大力矩为：

$$M_x=0.429A+277 \quad \text{公斤力·米}$$

$$M_y=M_z=\frac{1}{2}M_x \qquad \text{公斤力·米}$$

式中 A——排汽面积（厘米^2）。

3.凝汽式汽轮机进汽、抽汽管道接口的力和力矩

（1）所有连接管道或单独连接管道接口（不包括排汽接口）的推力和力矩，不论在前轴承支座上还是在排汽缸支座上的垂直反力，不应超过在该支座处自重反力的1/2，对于向上及向下的管道反力均适用。

（2）所有连接管道或单独连接管道接口（不包括排汽接口）的推力和力矩，在前轴承支座上的水平和横向反力，不应超过在前轴承处自重反力的1/3。

所有连接管道或单独连接管道接口（不包括排汽接口）的推力和力矩，在排汽缸支座的水平和横向反力，不得超过在排汽缸支座处自重反力的1/10。

（3）所有连接管道或单独连接管道接口（不包括排汽接口）的轴向力，不得超过汽缸总重量的1/10。

以上的一般规定可适用于大多数机组。若管系布置或汽轮机结构有特殊情况，应进行特定条件下的分析。

三、力和力矩的综合法

1.座标系

管道的作用力计算可以采用任何座标系，但是在最后与允许推力和力矩进行比较时，必须换算到给定的座标系，如图8-7。

座标系的原点设在汽轮机主轴线上，横座标面通过汽缸前座两支承键，如图8-8所示。

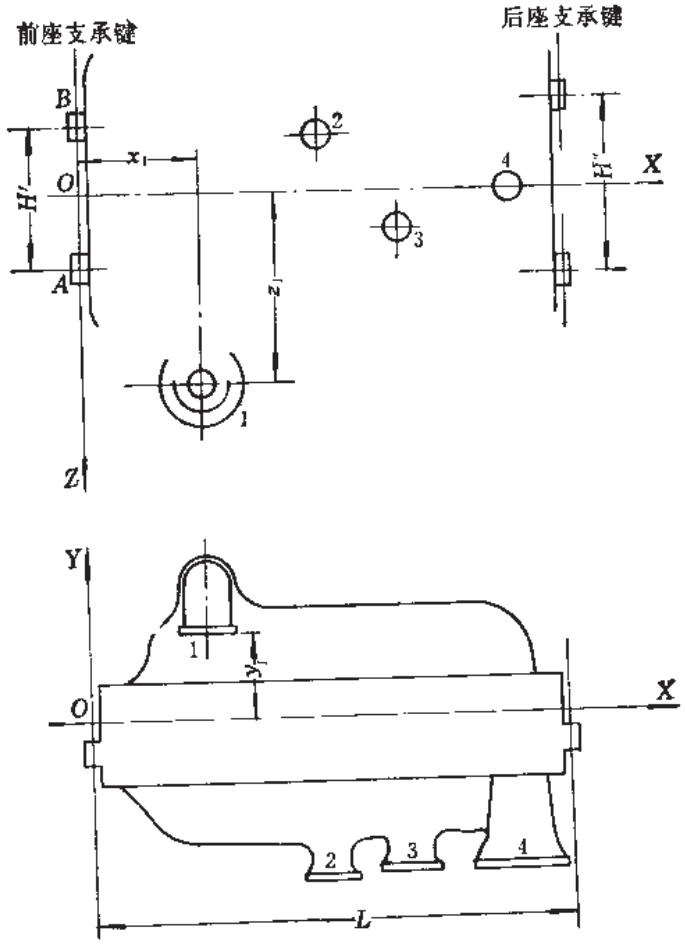


图 8-8 非凝汽式汽轮机

1—进汽口；2、3—抽汽口；4—排汽口

X——轴向轴线（由汽轮机朝发电机看为正方向）；

Y——垂直轴线（向上为正方向）；

Z——横向轴线（正方向如图所示）。

当力P_x、P_y、P_z作用在座标轴正方向为正值。

当力矩M_x、M_y、M_z沿座标轴正方向看，顺时针方向为正值。

2.力和力矩的合成方法

图8-8为具有四个管道接口的非凝汽式汽轮机。

$(p_x)_1$、$(p_y)_1$和$(p_z)_1$表示进汽管点1作用于汽缸的力；

$(m_x)_1$、$(m_y)_1$和$(m_z)_1$表示进汽管点1作用于汽缸的力矩。

由于进汽管在点1的作用，而产生的力的增量ΔP_{x1}、ΔP_{y1}和ΔP_{z1}，以及力矩的增量ΔM_{x1}、ΔM_{y1}和ΔM_{z1}如下：

$$\left.\begin{aligned}
\Delta P_{x1} &= (p_x)_1 \\
\Delta P_{y1} &= (p_y)_1 \\
\Delta P_{z1} &= (p_z)_1 \\
\Delta M_{x1} &= (m_x)_1 - z_1(p_y)_1 + y_1(p_z)_1 \\
\Delta M_{y1} &= (m_y)_1 - x_1(p_z)_1 + z_1(p_x)_1 \\
\Delta M_{z1} &= (m_z)_1 - y_1(p_x)_1 + x_1(p_y)_1
\end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}15)$$

式中 x_1、y_1、z_1——点1在给定座标系的座标值。

对于ΔP_{xi}、ΔP_{yi}、ΔP_{zi}和ΔM_{xi}、ΔM_{yi}、ΔM_{zi}可以依此类推。

假定每个力矩增量ΔM_x分配在汽缸两端支座上，根据接口点到每端支承间的轴向距离成反比进行分配。$\Delta M'_x$表示由前座支承键承担增量ΔM_x的部分；$\Delta M''_x$表示由后座支承键承担增量ΔM_x的部分，即：

$$\left.\begin{aligned}
\Delta M_x' &= -\frac{L-x_1}{L}\Delta M_x \\
\Delta M_x'' &= \frac{x_1}{L}\Delta M_x
\end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}16)$$

式中 L——前轴承座键至后轴承座键的轴向距离（米）。

如图8-8，作用于汽缸上的力和力矩为：

$$\left.\begin{aligned}
P_x &= \Sigma(p_x)_i \\
P_y &= \Sigma(p_y)_i \\
P_z &= \Sigma(p_z)_i \\
M_x' &= \Sigma\left(\frac{L-x_i}{L}\right)[(m_x)_i - z_i(p_y)_i + y_i(p_z)_i] \\
M_x'' &= \Sigma\left(\frac{x_i}{L}\right)[(m_x)_i - z_i(p_y)_i + y_i(p_z)_i] \\
M_y &= \Sigma[(m_y)_i - x_i(p_z)_i + z_i(p_x)_i] \\
M_z &= \Sigma[(m_z)_i - y_i(p_x)_i + x_i(p_y)_i]
\end{aligned}\right\} \qquad (8\text{-}17)$$

$$i = 1、2、3、4$$

3.管系的推力和力矩产生的支座反力计算

（1）非凝汽式汽轮机（图8-8）：

前座键的垂直反力

$$P_A=-\frac{1}{2}P_y+\frac{M_z}{2L}+\frac{M'_x}{H'}$$

$$P_B=-\frac{1}{2}P_y+\frac{M_z}{2L}-\frac{M'_x}{H'}$$

后座键的垂直反力

$$P_C=-\frac{M_z}{2L}-\frac{M''_x}{H''}$$

$$P_D=-\frac{M_z}{2L}+\frac{M''_x}{H''}$$

（8-18）

前座的横向反力 $P'_z=-P_z-\frac{M_y}{L}$

后座的横向反力 $P''_z=\frac{M_y}{L}$

（8-19）

后座的轴向反力 $P''_x=-P_x$ （8-20）

式中 H'——前座两个支承键A、B之间的横向距离（米）；

H''——后座两个支承键C、D之间的横向距离（米）；

L——前座支承键与后座支承键的中心距（米）。

（2）凝汽式汽轮机（图8-9）：

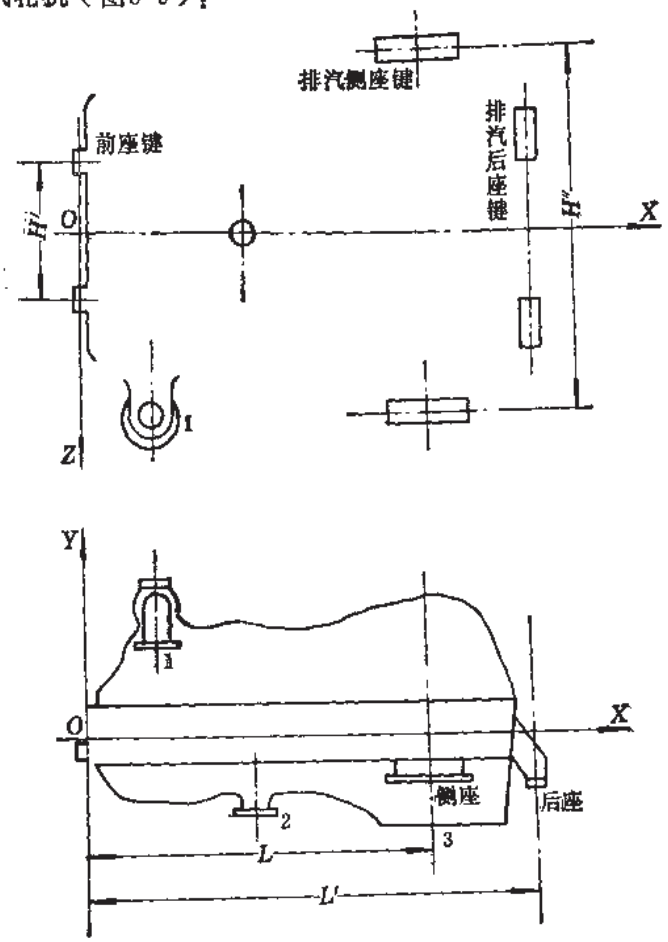


图 8-9 凝汽式汽轮机

1—进汽口；2—抽汽口；3—排汽口

在一个前座键的垂直反力

$$P'_y=\frac{1}{2}P_y+\frac{M_z}{2L}\pm\frac{M'_x}{H'}$$

在一个排汽缸边侧底板上的垂直反力

$$P''_y=-\frac{M_z}{2L}\pm\frac{M''_x}{H''}$$

（8-21）

前座横向反力

$$P'_z=-P_z-\frac{M_y}{Q}$$

排汽后座横向反力

$$P''_z=\frac{M_y}{Q}$$

（8-22）

排汽后座轴向反力

$$P''_z=-P_z$$

（8-23）

式中 H'——前座支承键之间的横向距离（米）；

H''——排汽边侧底板之间的横向距离（米）；

L——从前座支承键至排汽边侧底板中心线的轴向距离（米）；

Q——从前座支承键至排汽后座底板的轴向距离（米）。

四、大型汽轮机接口推力与力矩的限定

大型汽轮机管道接口的推力与力矩，除了排汽室另有限定之外，这些接口随着汽轮机设计的不同而有变化。主蒸汽进汽管道、再热管道、抽汽管道和排汽跨越的连通管道等作用于高、中压缸，一般有以下的限定：

（1）当主汽阀或再热蒸汽关断阀采用活动布置方式时，主汽阀、再热蒸汽关断阀至汽轮机之间的管道，应包括在电广管道柔性分析和计算之内。

（2）设计时应使活动布置的主汽阀和再热蒸汽关断阀由冷态至热态的位移值保证在合理范围之内，以便连接油管道和装设支吊架。

（3）汽轮机本体上各承力部件（接管、压板、螺栓、销子、键、构架等）须验算其应力在许用范围内。

（4）冷态开缸，作用于汽缸的总力矩，不得使下汽缸有任何方向的移动。这是因为当拿掉上汽缸和隔板等时，只有下汽缸的重量能承受连接管道的力和力矩。若力和力矩过大，就有可能使下汽缸位移或从支座上抬起，从而损坏轴封等。

下汽缸从支承上被抬起有两种可能性，一是由于连接管道的力和力矩促使汽缸绕着汽轮机中心线旋转，如图8-7中之M_x，使汽缸两侧产生力臂作用；二是由于连接管道的力和力矩促使汽缸绕着垂直于汽缸中心线的水平轴旋转，如图8-7中之M_z，使汽缸的两端产生力臂作用。

若汽缸设有排汽罩，而且用螺栓连接，支承已有足够的刚性，一般就可不必验算绕汽轮机中心线旋转的力矩M_x。对于非凝汽式汽轮机和串列式汽轮机的高压部分，若缸臂的每端都是架置，必须验算M_x的综合力矩。各种型式汽轮机都必须验算M_z。

绕垂直轴旋转的力矩M_y，一般不会使汽缸产生移动，因为汽缸在这个方向有导键可以固住，但必须验算导键所能承受的弯曲应力。

以图8-8的下汽缸为例，在冷态安装时进行75%全补偿值的冷紧，计算得到下汽缸接

口的力和力矩，如表8-1：

表 8-1　　下汽缸接口的力和力矩

下汽缸的管接口	推力（公斤力）		力矩（公斤力·米）
	P_x	P_y	
抽汽口*2	-1500	420	-1800
抽汽口*3	-1300	500	-2100
抽汽口*4	-1680	850	-4200

当各管接口位置已知的情况下，验算绕后座轴承中心线旋转的总力矩为：

$$\Sigma\Delta M_{zi}=M_{zi}-y_iP_{xi}+x_iP_{yi}\quad(i=2,3,4)$$

$$\Sigma\Delta M_{z2}=-1800-1.2\times1500-2.5\times420=-4650\text{公斤力·米}$$

$$\Sigma\Delta M_{z3}=-2100-1.1\times1300-1.6\times500=-4330\text{公斤力·米}$$

$$\Sigma\Delta M_{z4}=-4200-1.6\times1680-0.8\times850=-7568\text{公斤力·米}$$

$$\Sigma M_{z(GD)}=-16548\text{公斤力·米}$$

设下汽缸重量为7.2吨力，重心距离后轴承中心线为2.15米，则允许力矩为：

$$M_{z(GD)}=7200\times2.15=15480\text{公斤力·米}$$

以上计算说明管接口的力和力矩M_z已超过汽缸自重的自稳能力，将使下汽缸在前座处抬起，因此应采取措施以减少管道冷态对汽缸接口的力和力矩，或加大下汽缸的重量至7.8吨力以上。

设有一台30万千瓦汽轮机的中压缸，管接口座标值如图8-10所示，计算下汽缸由于管接口所产生的翻转力矩。

（一）原始资料

（1）计算冷态各管接口处的推力和力矩：

1）再热蒸汽进汽（$\phi457.2\times25$）：

左　$P_x=401$　公斤力　　右　$P_x=-299$　公斤力

$P_y=-1025$公斤力　　$P_y=514$　公斤力

$P_z=-1033$公斤力　　$P_z=-1624$公斤力

$M_x=3675$　公斤力·米　　$M_x=-1514$公斤力·米

$M_y=36$　公斤力·米　　$M_y=1988$　公斤力·米

$M_z=-1915$公斤力·米　　$M_z=1775$　公斤力·米

2）三级抽汽（$\phi273\times7$）：

左　$P_x=-39.9$公斤力　　右　$P_x=89$　公斤力

$P_y=1623$　公斤力　　$P_y=-3641$公斤力

$P_z=-708$　公斤力　　$P_z=795$　公斤力

$M_x=572$　公斤力·米　　$M_x=-361$　公斤力·米

$M_y=24.9$　公斤力·米　　$M_y=48$　公斤力·米

$M_z=-60.3$公斤力·米　　$M_z=64$　公斤力·米

3）四级抽汽（$\phi 273\times 7$）：

$P_x=-11$ 公斤力

$P_y=-676$公斤力

$P_z=-32$ 公斤力

$M_x=-428$公斤力·米

$M_y=-26$ 公斤力·米

$M_z=7.7$ 公斤力·米

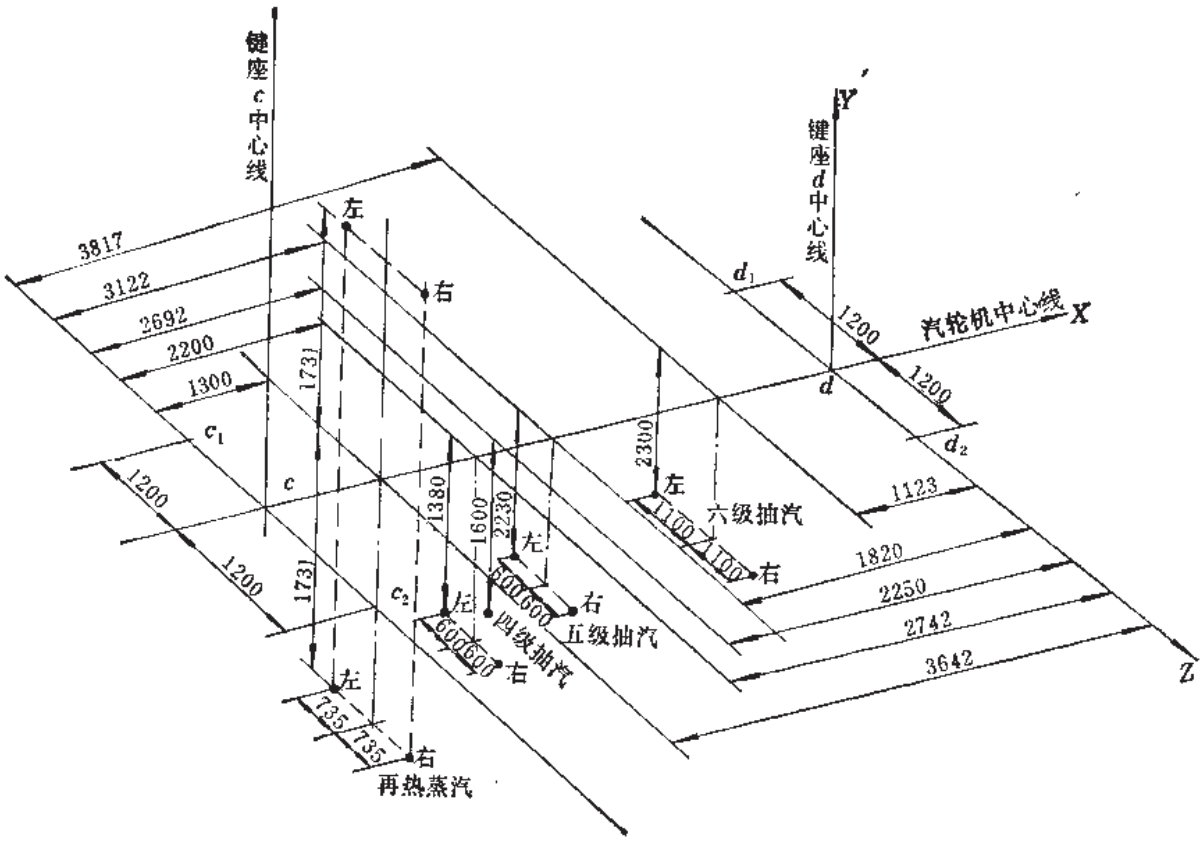


图 8-10 30万千瓦汽轮机中压缸管接口位置

4）五级抽汽（$\phi 527\times 7$）：

左 $P_x=-267$ 公斤力　右 $P_x=-53$ 公斤力

$P_y=-1160$公斤力　$P_y=-1690$公斤力

$P_z=-118$ 公斤力　$P_z=1135$ 公斤力

$M_x=-45$ 公斤力·米　$M_x=-2592$公斤力·米

$M_y=869$ 公斤力·米　$M_y=-144$ 公斤力·米

$M_z=-703$ 公斤力·米　$M_z=-590$ 公斤力·米

5）六级抽汽（$\phi 426\times 5$）：

左 $P_x=1220$ 公斤力　右 $P_x=-516$ 公斤力

$P_y=-1797$公斤力　$P_y=522$ 公斤力

$$\Delta M_{x1(c)}=\left(\frac{4.942-1.30}{4.942}\right)(3675-0.735\times1025+1.731\times1033-1514-0.735\times514+1.731\times1624)=0.73695\times5629.1=4148.4\text{公斤力·米}$$

$$\Delta M_{x2(c)}=\left(\frac{4.942-2.2}{4.942}\right)(572+0.60\times1623+1.38\times708-361+0.6\times3641-1.38\times795)=0.55484\times3249.3=1802.9\text{公斤力·米}$$

$$\Delta M_{x3(c)}=\left(\frac{4.942-2.692}{4.942}\right)(-428+1.6\times32)=0.45528\times(-376.8)=-171.5\text{公斤力·米}$$

$$\Delta M_{x4(c)}=\left(\frac{4.942-3.122}{4.942}\right)(-45-0.6\times1160+2.25\times118-2592+0.6\times1690-2.25\times1135)=0.36827\times(-4607.3)=-1696.7\text{公斤力·米}$$

$$\Delta M_{x5(c)}=\left(\frac{4.942-3.817}{4.942}\right)(-687-1.1\times1797+2.3\times818+757-1.1\times522+2.3\times490)=0.22764\times527.5=120\text{公斤力·米}$$

$$\Sigma\Delta M_{xi(c)}=4148.4+1802.9-171.5-1696.7+120=4203\text{公斤力·米}$$

2.后座支承键承担之$\Sigma\Delta M_{xi(d)}$

$$\Sigma\Delta M_{xi(d)}=\left(\frac{x_i}{L}\right)(m_{xi}-z_iP_{yi}+y_iP_{zi})$$

$$i=1、2、3、4、5$$

$$\Delta M_{x1(d)}=\frac{1.3}{4.942}\times5629.1=1480.7\text{公斤力·米}$$

$$\Delta M_{x2(d)}=\frac{2.2}{4.942}\times3249.3=1446.5\text{公斤力·米}$$

$$\Delta M_{x3(d)}=\frac{2.692}{4.942}\times(-376.8)=-205.3\text{公斤力·米}$$

$$\Delta M_{x4(d)}=\frac{3.122}{4.942}\times(-4607.3)=-2910.5\text{公斤力·米}$$

$$\Delta M_{x5(d)}=\frac{3.817}{4.942}\times527.5=407.4\text{公斤力·米}$$

$$\Sigma\Delta M_{xi(d)}=1480.7+1446.5-205.3-2910.5+407.4=218.8\text{公斤力·米}$$

（五）结论

（1）管道作用于下汽缸的力矩M_x，无论是绕c点或d点都是加强了汽缸的自稳能力。

（2）管道作用于下汽缸的力矩$M_{x(c)}$或$M_{x(d)}$都相当小，分别小于允许值。

过去，汽轮机制造厂也曾经对单根接管的推力作了一定的限定。例如，单根管道冷紧时，限定在任何方向的推力不得大于1800公斤力，即$\sqrt{P_x^2+P_y^2+P_z^2}\leqslant1800$公斤力。

表 8-2　　30 万千瓦汽轮机允许推力和力矩

汽缸	连接管径（毫米）	热态松弛前		冷态	
		最大允许力矩（公斤力·米）$M_x=M_y=M_z$ 假设 $P_x=P_y=P_z=0$	最大允许推力（公斤力）$P_x=P_y=P_z$ 假设 $M_x=M_y=M_z=0$	最大允许力矩（公斤力·米）$M_x=M_y=M_z$ 假设 $P_x=P_y=P_z=0$	最大允许推力（公斤力）$P_x=P_y=P_z$ 假设 $M_x=M_y=M_z=0$
高压缸	进汽室 ϕ175 / ϕ250	2160	2160	4350/7250*	4350/7250*
	排汽 ϕ400	2440	4880	3550	7100
中压缸	进汽室 ϕ350 / ϕ500	3750	3125	7550/12600*	6300/10500*
	*6抽汽 ϕ250	375	950	670	1675
	*5抽汽 ϕ350	1000	2500	1430	3575
	*4抽汽 ϕ400	1400	4650	1880	6400
低压缸	*3抽汽 ϕ400	2550	2550	3200	3200
	*2抽汽 ϕ600	6900	6900	7660	7660
	*1抽汽 ϕ700	9460	9460	10000	10000
中压缸至低压缸	中压缸排汽低压缸进汽口	4100	5150	5400	6750

注　（1）表中所有数值均有±号。

（2）* 为冷紧时之允许值。

（3）中压缸排汽口和低压缸进汽口的反力在X平面和Z平面上，其它力为零。

（4）表中数值表示，当最大允许力矩为M_x、M_y、M_z值时，相应推力P_x、P_y、P_z等于零；当最大允许推力为P_x、P_y、P_z值时，相应力矩M_x、M_y、M_z等于零。这种方法可由图8-11表示。

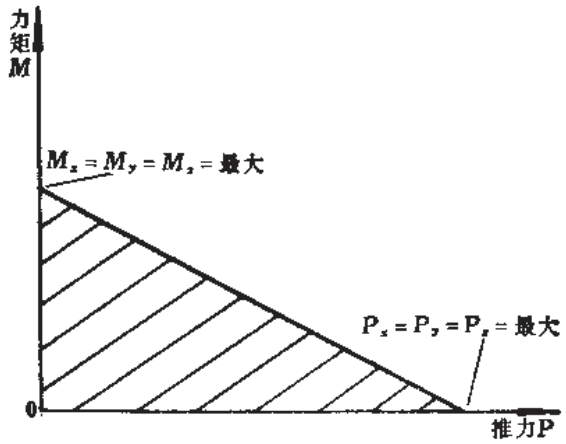


图 8-11　推力和力矩的允许范围

大型汽轮机只要下汽缸在冷紧时，自重能承受连接管道的推力和力矩的要求，在工作状态下由于上下缸已合缸，一般也能符合要求，因为汽缸的重量加大一倍以上。但是，汽轮机在工作状态下，还应迭加汽缸内各级输出功率引起的反转力矩，即汽轮机在热态的允许值还应考虑输出功率反转力矩对各猫爪的支反力。如果汽缸分级，且假定整个汽缸的输出功率的反转力矩的合力矩近似作用于汽缸中点，那么，反转力矩可按下式计算

$$M_f=-974\times\frac{N}{n} \qquad (8\text{-}24)$$

式中　M_f——汽轮机输出功率的反转力矩（公斤力·米）；

N——汽轮机的最大输出功率（千瓦）；

n——汽轮机的转速（转/分）。

关于汽轮机等设备允许推力和力矩限定的计算方法，目前各制造厂尚无统一的标准，而且允许推力和力矩的验算也处在摸索阶段，具体工程设计中应加强同设备制造厂联系，互相协作配合，进行必要的验算，以保证设备的安全运行。

现将某制造厂对30万千瓦汽轮机，根据汽缸结构的不同，提出的连接管道在热胀应力松弛前和冷态的允许推力和力矩列于表8-2。

计算的推力和力矩的允许值，应在图8-11斜线的三角形面积范围内。

第三节　降低管道推力和力矩的措施

近代火力发电厂的大容量机组，锅炉既高又大，由锅炉至汽轮机之间的主蒸汽管道和再热蒸汽管道布置的柔性一般都比较好，热胀应力较小，已不成为设计中的主要矛盾。但是，由于管子直径和壁厚比较大，管道对设备推力和力矩的绝对值也加大，而且由于管系较长，加以机炉为单元制，不再需要加设中间固定支架。为此，管系的零力矩线往往就远离设备接口，造成管系对设备的力矩也较大，难于满足设备对推力和力矩的要求。如果再采用改变管系的布置，增加其柔性，则需要增加管系合金钢的消耗量，增大投资费用，这是不经济的。因此，在工程设计中往往需要采取措施降低管道的推力和力矩。

一般说来，除了采用冷紧的方法减少运行初期管道对设备的推力和力矩以外，合理的选择支吊架型式，也是降低管道在某些方向上的推力和力矩的重要措施。例如，在管系的适当地点加装刚性吊架或限位支吊架，以限定管系在某些方向的位移（线位移或角位移），从而改变整个管系的力和力矩的分布，使管道对设备的推力和力矩降低下来。这显然比改变管道的布置或加装补偿器来减少推力和力矩更为优越。虽然这样设计会使管系的热胀应力有所增加，但只要限定在许用应力范围以内，仍然是经济合理的。

在管系上加装适当的刚性吊架或限位支吊架，还可以增加管系的稳定度，避免管系由于支吊架荷载之误差或转移而造成管系失稳或下垂的现象。

刚性吊架一般都布置在有较长的垂直管道上，它也可以看成是一种限制向下垂直位移的限位吊架。过去，一般只将刚性吊架设置在垂直管道热位移为零的中和点上，使其对管系的位移和应力不产生影响。但是，如果要达到减少管道对设备的推力和力矩的目的，那就必然要利用刚性吊架以约束自然膨胀的垂直位移量，而人为地将垂直管道上的热位移分成最有利的向上和向下的两个部分，使整个管系的应力状况和推力状况都发生变化。如果为保护汽轮机，亦可根据汽轮机进口前水平布置管段的长短，将刚性吊架设置在接近于汽轮机中心线标高的垂直管道上，使汽轮机进口的蒸汽管道简化成近似U形的导管，这样对汽轮机管接口的受力和力矩的情况也可以得到改善。

具有对管系位移起约束作用的刚性吊架的设计和安装，应密切注意冷紧的方法和措施以及冷紧位移的分配，以防止工作状态下产生脱载的危险性。此外，这种刚性吊架必然要在冷、热状态承受较大的荷载变化，以及它与两侧邻近的刚性支吊架之间的所有弹簧支吊

架的荷载转移量。为此，结构设计应具有足够的强度和刚度。

采用这种约束措施，简单方便，并能使垂直管道具有良好的稳定度，在大型机组的垂直管道上一般采用较多。

限位支吊架一般用于限定管系在一个方向的线位移，而对管系上其它两个方向的线位移和三个方向的角位移都不起约束作用，如图8-12。但是，亦可以限定一个方向线位移和另一个方向的角位移，如图8-13。当然，还可以限定两个方向的线位移和一个方向的角位移等等。有的限位支架还可以承担管道的荷重。

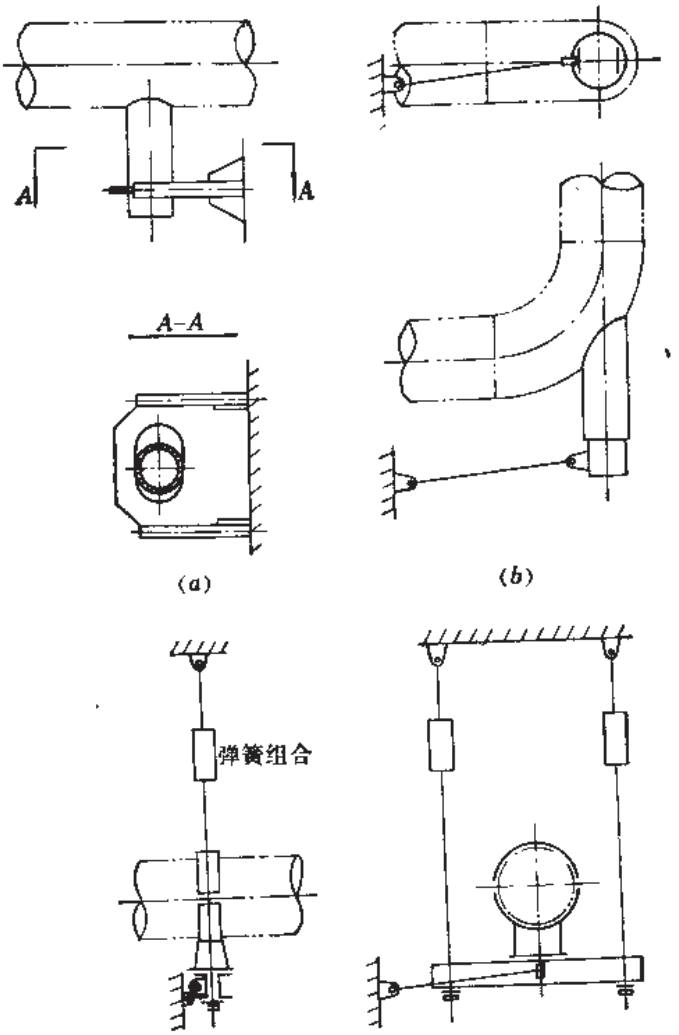


图 8-12　限位支吊架

图8-13的限位支架一般是用于汽轮机进口的主蒸汽管道或再热蒸汽管道上，如图8-14，它主要是限定一个主导方向的线位移，从而减少作用于汽轮机连接部位的推力和力矩，约束的方向和位置必须正确选择，否则，反而会产生不良的效果。选择方法除了经验判别外，一般可以通过多次试算的方法与无限位的情况进行比较，以确定最有利的方案。

图8-12的限位支吊架，使用范围较广，可以应用于锅炉至汽轮机的管系上任何一个部

位，这样就使整个管系分割成若干管段，按不同的方向加以限位，务必使各管段之间所产生力矩的方向相反，以达到力矩之间可以相互抵消一部分的目的，最后亦使管道作用于锅炉联箱和汽轮机的力和力矩达到较小值。

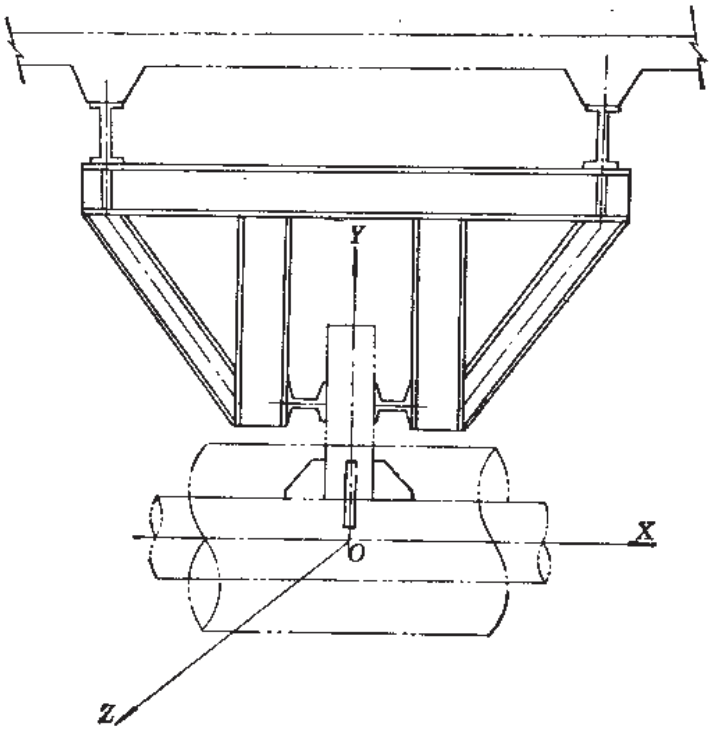


图 8-13　限位支架
$\Delta x = 0$，$\theta_x = 0$

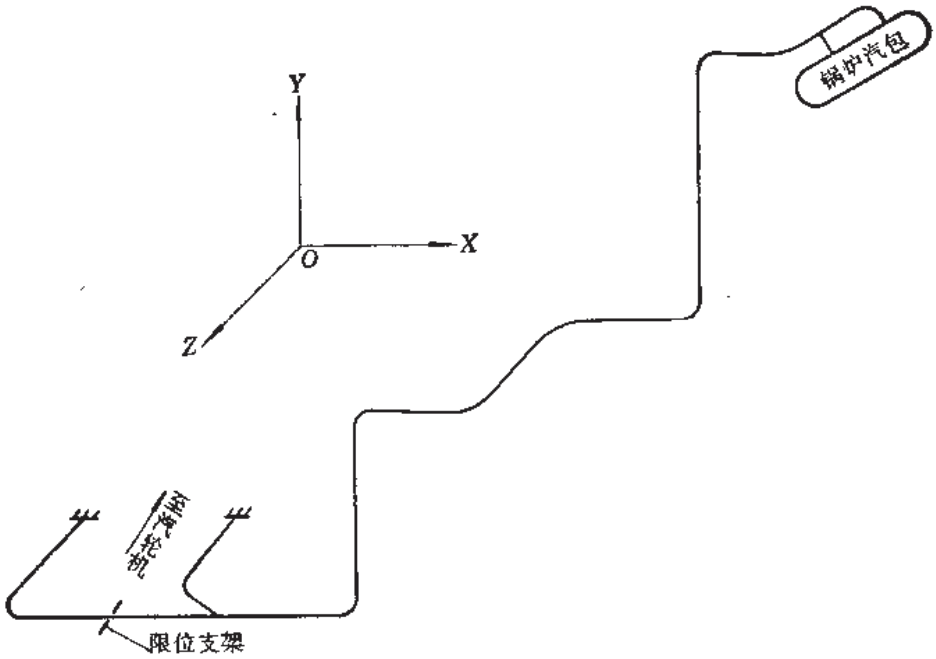


图 8-14　汽轮机进口管道上的限位支架
$\Delta x = 0$，$\theta_x = 0$

附　　录

附录一　钢　材　的　基　本　许　用　应　力

钢　　号	A3 A3g	10	20 20g	16Mn 16Mng	15MnV 15MnVg	14MnMoVg	15CrMo	12MnMoV	12Cr1MoV	12Cr2MoWVB	12Cr3MoVSiTiB
σ_b	38	34	41	48	50	65	45	54	48	55	64
σ_s	23	21	22	29	34	50	23	40	26	35	45

公斤力/毫米^2

计算温度(°C)												
	20	12.67	11.33	13.67	16.00	16.67	20.00	15.00	18.00	16.00	18.33	21.33
	100	12.67	11.33	13.67	15.33	15.33	19.33	15.00		16.00		
	150	12.67	11.33	13.67	15.33	15.33	18.67	15.00		16.00		
	158	12.67	11.33	13.67	15.33	15.33	18.61	15.00		16.00		
	200	12.67	11.33	13.67	15.33	15.33	18.33	15.00		16.00		
	220	12.20	11.33	13.53	15.33	15.33	18.33	15.00		16.00		
	230	11.95	11.16	13.47	15.33	15.33	18.33	15.00		16.00		
	240	11.70	11.00	13.40	15.33	15.33	18.33	15.00		16.00		
	250	11.50	10.70	13.33	15.33	15.33	18.33	15.00		15.95		
	260	11.30	10.30	13.06	15.33	15.33	18.33	15.00		15.84		
	270	11.00	10.30	12.80	15.16	15.33	18.33	14.90		15.73		
	280	10.70	10.10	12.53	15.00	15.33	18.33	14.81		15.62		
	290	10.50	9.85	12.26	14.83	15.33	18.33	14.72		15.51		
	300	10.30	9.60	12.00	14.67	15.33	18.33	14.63		15.40		
	310		9.35	11.73	14.53	15.33	18.33	14.47		15.24		
	320		9.10	11.46	14.40	15.33	18.33	14.32		15.09		
	330		8.85	11.20	14.26	15.33	18.33	14.16		14.93		
	340		8.60	10.93	14.13	15.33	18.33	14.01		14.78		
	350		8.40	10.67	14.00	15.33	18.33	13.86		14.63		

续表

钢号	A3 A3g	10	20 20g	16Mn 16Mng	15MnV 15MnVg	14MnMoVg	15CrMo	12MnMoV	12Cr1MoV	12Cr2MoWVB	12Cr3MoVSiTiB
σ_b	38	34	41	48	50	65	45	54	48	55	64
σ_s	23	21	22	29	34	50	23	40	26	35	45

公斤力/毫米²

计算温度(°C)												
	360		8.20	10.40	13.73	15.06	18.19	13.76		14.48		
	370		8.00	10.13	13.46	14.79	18.06	13.67		14.33		
	380		7.80	9.86	13.20	14.53	17.93	13.58		14.18		
	390		7.55	9.60	12.93	14.26	17.80	13.39		14.04		
	400		7.30	9.33	12.67	14.00	17.67	13.20		13.86		
	410		7.10	8.80		13.53		13.03		13.69		
	420		6.90	8.27		12.47		12.87		13.53		
	430		6.40	7.33		11.47		12.76		13.38		
	440		5.70	6.47		10.53		12.65		13.31		
	450		5.00	5.67		9.60		12.54		13.14		
	460			4.87		8.73		12.43		12.98		
	470			4.20		7.87		12.26		12.81		
	480			3.80		7.00		12.10		12.65		
	490			3.20		6.13		11.40		12.54		
	500			2.60		5.33		9.80	9.20	12.43		
	510					4.53		8.40	8.60	11.55		
	520					3.67		7.20	7.95	10.34		
	530							6.20	7.35	9.13		
	540							5.13	6.80	8.00	9.20	11.60
	550							4.27	6.20	7.40	8.67	10.40
	555								5.95	7.10	8.40	9.86

续表

钢号	A3 A3g	10	20 20g	16Mn 16Mng	15MnV 15MnVg	14MnMoVg	15CrMo	12MnMoV	12Cr1MoV	12Cr2MoWVB	12Cr3MoVSiTiB
σ_b	38	34	41	48	50	65	45	34	48	55	64
σ_s	23	21	22	29	34	50	23	40	26	35	45
					公斤力/毫米^2						
计算温度(℃) 560								5.70	6.80	8.13	9.33
计算温度(℃) 570									6.07	7.67	8.06
计算温度(℃) 580									5.33	7.33	7.00

注 （1）对于碳钢的计算温度，A3、A3g钢不应大于300°C，10、20、20g钢不应大于450°C。

（2）按10万小时持久强度平均值计算基本许用应力的起始温度，10、20、20g钢为420°C；15MnV、15MnVg钢为410°C；15CrMo钢为490°C；12Cr1MoV钢为500°C。

（3）12MnMoV钢计算温度为500°C及以上的基本许用应力值是按10万小时持久强度平均值计算的，12Cr2MoWVB、12Cr3MoVSiTiB钢在计算温度为540°C及以上的基本许用应力值是按10万小时持久强度平均值计算的。但由于试验数据不足，尚未得出上述钢号的持久强度平均值和屈服极限的交点，故它们按计算温度下10万小时持久强度确定的基本许用应力的最低温度并不是按持久强度计算基本许用应力的起始温度。

（4）16Mn、16Mng钢由于试验数据不足，没有列出按计算温度下10万小时持久强度平均值计算的基本许用应力值。

（5）表中15MnV和12MnMoV钢的基本许用应力值仅适用下列情况：15MnV钢为热轧状态；12MnMoV钢为正火＋回火状态。

（6）表中所列基本许用应力值的板厚适用范围：A3g钢，$S\leqslant 22$毫米；10号钢，$S\leqslant 40$毫米；20、20g、16Mn、16Mng、15MnV、15MnVg钢，$S\leqslant 60$毫米；14MnMoVg钢，$S\leqslant 95$毫米；12Cr1MoV钢的基本许用应力值是根据壁厚不大于22毫米主蒸汽管试验取得的。

（7）铸钢件的基本许用应力可取表中相应钢号数值的0.7倍；对于能够确保高质量的铸钢件，可取表中相应钢号的0.8倍。

（8）锻钢件的基本许用应力，当采用型钢锻造时，可取表中相应钢号的数值；当采用钢锭锻造时，可取表中相应数值的0.9倍。

附录二 钢材的物理特性数据

1.钢材的弹性模数

钢号		A3 A3g	10	20 20g、	16Mn 16Mng	15MnV 15MnVg	14MnMoVg	15CrMo	12MnMoV	12Cr1MoV	12Cr2MoWVB	12Cr3MoVSiTiB
							$\times 10^6$公斤力/厘米^2					
计算温度(℃)	20	2.100	2.020	2.020	2.100	2.100	2.150	2.100	2.150	2.120	2.130	2.160
	100	2.040	1.950	1.870	2.050	2.050	2.100	2.029	2.100	2.090	2.080	
	150	2.000	1.900	1.830	1.990	1.990	2.058	1.984	2.058	2.070	2.068	
	158	1.994	1.892	1.824	1.981	1.981	2.051	1.977	2.051	2.067	2.057	
	200	1.960	1.850	1.790	1.930	1.930	2.015	1.939	2.015	2.050	2.040	
	220	1.944	1.830	1.772	1.914	1.914	2.002	1.922	2.002	2.032	2.034	
	230	1.936	1.820	1.763	1.906	1.906	1.996	1.913	1.996	2.023	2.028	
	240	1.928	1.810	1.754	1.898	1.898	1.989	1.904	1.989	2.014	2.016	
	250	1.920	1.800	1.745	1.890	1.890	1.982	1.895	1.983	2.005	2.010	
	260	1.912	1.790	1.736	1.882	1.882	1.975	1.886	1.976	1.996	2.004	
	270	1.904	1.780	1.727	1.874	1.874	1.969	1.877	1.970	1.987	1.998	
	280	1.896	1.770	1.718	1.866	1.866	1.963	1.868	1.963	1.978	1.992	
	290	1.888	1.760	1.709	1.858	1.858	1.956	1.859	1.957	1.969	1.986	
	300	1.880	1.750	1.700	1.850	1.850	1.950	1.850	1.950	1.960	1.980	
	310		1.735	1.691	1.840	1.840	1.940	1.840	1.940	1.949	1.968	
	320		1.720	1.682	1.830	1.830	1.930	1.830	1.930	1.938	1.956	
	330		1.705	1.673	1.820	1.820	1.920	1.820	1.920	1.927	1.944	

续表

钢号		A3 A3g	10	20 20g	16Mn 16Mng	15MnV 15MnVg	14MnMoVg	15CrMo	12MnMoV	12Cr1MoV	12Cr2MoWVB	12Cr3MoVSiTiB
						$\times10^{-4}$厘米/米·°C						
	350		12.90	13.31	12.77	12.77	13.50	13.45	13.50	14.10	13.05	12.17
	360		12.92	13.41	12.86	12.86	13.56	13.50	13.56	14.12	13.08	12.22
	370		12.94	13.52	12.95	12.95	13.62	13.55	13.62	14.14	13.11	12.27
	380		12.96	13.62	13.04	13.04	13.68	13.60	13.68	14.16	13.14	12.32
计	390		12.98	13.73	13.13	13.13	13.74	13.65	13.74	14.18	13.17	12.37
	400		13.00	13.83	13.22	13.22	13.80	13.70	13.80	14.20	13.20	12.42
	410		13.10	13.84	13.27	13.27	13.85	13.73	13.85	14.23	13.23	12.49
	420		13.20	13.85	13.32	13.32	13.90	13.76	13.90	14.26	13.26	12.56
算	430		13.30	13.86	13.37	13.37	13.95	13.79	13.95	14.29	13.29	12.64
	440		13.40	13.87	13.42	13.42	14.00	13.82	14.00	14.32	13.32	12.71
	450		13.50	13.88	13.47	13.47	14.05	13.85	14.05	14.35	13.35	12.78
	460			13.89	13.52	13.52	14.10	13.88	14.10	14.38	13.38	12.85
温	470			13.90	13.57	13.57	14.15	13.91	14.15	14.41	13.41	12.92
	480			13.91	13.61	13.61	14.20	13.94	14.20	14.44	13.44	13.00
	490			13.92	13.66	13.66	14.25	13.97	14.25	14.47	13.47	13.07
	500			13.93	13.71	13.71	14.30	14.00	14.30	14.50	13.50	13.14
度	510				13.72	13.72		14.03		14.52		13.16
	520				13.75	13.75		14.06		14.54		13.18
	530				13.77	13.77		14.09		14.56		13.19
	540				13.80	13.80		14.12		14.58		13.21
(°C)	550				13.83	13.83		14.15		14.60		13.23
	555				13.84	13.84		14.17		14.61		13.24
	560				13.85	13.85		14.18		14.62		13.25
	570				13.87	13.87		14.21		14.64		13.26
	580				13.90	13.90		14.25		14.68		13.28

附录三　钢管的尺寸偏差

1.锅炉用高压无缝钢管（YB529-70）

YB529-70适用于供应制造锅炉设备及管道用的优质碳素钢和合金钢制造的高压（超高压）无缝钢管。

钢管尺寸的允许偏差：

（1）外　径

冷拔（冷轧）钢管：

外径≤30毫米　　±0.2毫米；

外径＞30～51毫米　±0.3毫米；

外径＞51毫米　　±0.8%。

热轧钢管：

外径≤159毫米　　±1.0%；

外径＞159毫米　　$^{+1.25}_{-1.00}$%。

（2）壁　厚

冷拔（冷轧）钢管：

壁　厚　2～3毫米　　$^{+12}_{-10}$%；

壁　厚　＞3毫米　　±10%。

热轧钢管：

壁　厚　3.5～20毫米　$^{+15}_{-10}$%；

壁　厚　＞20毫米　　±10%。

注　①　外径≥168毫米，壁厚＞20毫米的钢管，壁厚允许偏差为$^{+15}_{-10}$%；

②　凡不能定（减）径的厚壁管或外径≥351毫米热扩管，外径允许偏差为±2%。

2.无缝钢管（YB231-70）

YB231-70适用于热轧和冷拔（冷轧）普通碳素钢、优质碳素钢、普通低合金钢和合金结构钢用作输送流体管道或制作各种结构和零件的一般无缝钢管。

特殊用途的无缝钢管，除按本标准的规定外，还应有专门的技术条件。

钢管的尺寸偏差应符合下表的规定。

5.水、煤气输送钢管（YB234-63）

YB234-63适用于输送水、煤气及取暖系统和结构零件用的钢管，包括不镀锌(黑管）和镀锌钢管，带螺纹（锥形或圆柱形螺纹）和不带螺纹（光管）的钢管，按壁厚分的普通钢管、加厚钢管和薄壁钢管。

钢管尺寸的允许偏差：

（1）外径：

外径≤48毫米　　±0.5毫米；

外径＞48毫米　　±1.0%。

（2）壁厚：

公称壁厚的 $^{+12}_{-15}$%。

附录四　应力计算常用辅助计算数据

管子外径 D_w（毫米）	管子壁厚 S（毫米）	管子内径 D_n（毫米）	管子平均半径 r_p（毫米）	按管子内径计算断面积 F_n（厘米²）	管壁断面积 A（厘米²）	管子单位重量（公斤力/米）	管子断面的惯性矩 J（厘米⁴）	管子断面的抗弯矩 W（厘米³）	弯管的弯曲半径 R（毫米）	弯管尺寸系数 λ	弯管柔性系数 k	弯管应力加强系数 m
133	4	125.0	64.5	122.7	16.2	12.73	338	50.8	600	0.577	2.860	1.299
	6	121.0	63.5	115.0	23.9	18.79	484	72.7		0.893	1.848	1.000
	7.5	118.0	62.8	109.4	29.6	23.21	584	87.9		1.143	1.444	1.000
	10	113.0	61.5	100.3	38.6	30.33	736	110.6		1.586	1.040	1.000
	12	109.0	60.5	93.3	45.6	35.81	843	126.8		1.967	1.000	1.000
	14.2	104.6	59.4	85.9	53.0	41.6	948	142.6		2.415	1.000	1.000
	16	101.0	58.5	80.1	58.8	46.17	1025	154.2		2.805	1.000	1.000
	17	99.0	58.0	77.0	62.0	48.63	1064	160.1		3.032	1.000	1.000
159	4.5	150.0	77.3	176.7	21.8	17.15	652	82.0	650	0.490	3.366	1.448
	6.5	146.0	76.3	167.4	31.1	24.45	907	114.1		0.727	2.271	1.313
	7.0	145.0	76.0	165.1	33.4	26.24	967	121.7		0.788	2.095	1.255
168	9	150.0	79.5	176.7	45.0	35.29	1425	169.7	650	0.926	1.783	1.000
	30	108.0	69.0	91.6	130.1	102.10	3242	386.0		4.096	1.000	1.000
168.3	16	136.3	76.2	145.9	76.6	60.09	2244	266.7	650	1.793	1.000	1.000
	22.2	123.9	73.1	120.6	101.9	79.99	2781	330.5		2.704	1.000	1.000
	25	118.3	71.7	109.9	112.5	88.35	2977	353.8		3.165	1.000	1.000
	30	108.3	69.2	92.1	130.3	102.32	3263	387.8		4.078	1.000	1.000
	40	88.3	64.2	61.2	161.2	126.56	3640	432.5		6.318	1.000	1.000

续表

管子外径 D_w（毫米）	管子壁厚 S（毫米）	管子内径 D_n（毫米）	管子平均半径 r_p（毫米）	按管子内径计算断面积 F_n（厘米²）	管壁断面积 A（厘米²）	管子单位重量（公斤力/米）	管子断面的惯性矩 J（厘米⁴）	管子断面的抗弯矩 W（厘米³）	弯管的弯曲半径 R（毫米）	弯管尺寸系数 λ	弯管柔性系数 k	弯管应力加强系数 m
194	11	172.0	91.5	232.4	63.2	49.64	2657	273.9	750	0.985	1.674	1.000
	14	166.0	90.0	216.4	79.2	62.15	3226	332.5		1.296	1.273	1.000
	15	164.0	89.5	211.2	84.4	66.22	3402	350.7		1.404	1.175	1.000
	18	158.0	88.0	196.1	99.5	78.13	3894	401.4		1.743	1.000	1.000
	22.2	149.6	85.9	175.8	119.8	94.06	4494	463.3		2.256	1.000	1.000
219	9	201.0	105.0	317.3	59.4	46.61	3279	299.5	850	0.694	2.378	1.148
	16	187.0	101.5	274.6	102.0	80.10	5289	483.0		1.320	1.250	1.000
	29	161.0	95.0	203.6	173.1	135.88	7993	730.0		2.731	1.000	1.000
	6	207.0	106.5	336.5	40.1	31.52	2279	208.1	1000	0.529	3.119	1.376
	9	201.0	105.0	317.3	59.4	46.61	3279	299.5		0.816	2.021	1.030
	12	195.0	103.5	298.6	78.0	61.26	4194	383.0		1.120	1.173	1.000
	12	195.0	103.5	298.6	78.0	61.26	4194	383.0	1300	1.456	1.133	1.000
	16	187.0	101.5	274.6	102.0	80.10	5289	483.0		2.019	1.000	1.000
	20	179.0	99.5	251.6	125.0	98.15	6252	571.0		2.626	1.000	1.000
	29	161.0	95.0	203.6	173.1	135.88	7993	730.0		4.177	1.000	1.000
219.1	20	179.1	99.6	251.9	125.1	98.20	6261	571.5	850	1.715	1.000	1.000
	25	169.1	97.1	224.6	152.4	119.67	7298	666.2		2.256	1.000	1.000
	30	159.1	94.6	198.8	178.2	139.90	8167	745.5		2.852	1.000	1.000
	5.9	207.3	106.6	337.5	39.5	31.02	2247	205.1	1000	0.519	3.178	1.393
	16	187.1	101.6	274.9	102.1	80.14	5297	483.5		1.552	1.063	1.000
	17.5	184.1	100.8	266.2	110.8	87.01	5673	517.9		1.722	1.000	1.000
	20	179.1	99.6	251.9	125.1	98.20	6261	571.5		2.018	1.000	1.000
	22.2	174.7	98.5	239.7	137.3	107.80	6710	615.2		2.290	1.000	1.000
	25	169.1	97.1	224.6	152.4	119.67	7298	666.2		2.654	1.000	1.000
	28	163.1	95.6	208.9	168.1	131.96	7838	715.5		3.067	1.000	1.000
	30	159.1	94.6	198.8	178.2	139.90	8167	745.5		3.356	1.000	1.000
244.5	17.5	209.5	113.5	344.7	124.8	97.97	8086	661.5	1000	1.358	1.215	1.000
	18	208.5	113.3	341.4	128.1	100.54	8266	676.1		1.403	1.176	1.000
	20	204.5	112.3	328.5	141.4	110.73	8957	732.7		1.587	1.040	1.000
	28	188.5	108.3	279.1	190.4	149.50	11345	928.0		2.389	1.000	1.000
245	13	219.0	116.0	376.7	94.8	74.38	6395	522.0	1000	0.966	1.708	1.000
	18	209.0	113.5	343.1	128.4	100.77	8320	679.2		1.397	1.181	1.000
	22	201.0	111.5	317.3	154.1	120.99	9674	789.7		1.770	1.000	1.000
	13	219.0	116.0	376.7	94.8	74.38	6395	522.0	1370	1.256	1.314	1.000
	18	209.0	113.5	343.1	128.4	100.77	8320	679.2		1.816	1.000	1.000
	22	201.0	111.5	317.3	154.1	120.99	9674	789.7		2.300	1.000	1.000

续表

管子外径 D_w (毫米)	管子壁厚 S (毫米)	管子内径 D_n (毫米)	管子平均半径 r_p (毫米)	按管子内径计算断面积 F_n (厘米²)	管壁断面积 A (厘米²)	管子单位重量 (公斤力/米)	管子断面的惯性矩 J (厘米⁴)	管子断面的抗弯矩 W (厘米³)	弯管的弯曲半径 R (毫米)	弯管尺寸系数 λ	弯管柔性系数 k	弯管应力加强系数 m
273	7	259.0	133.0	526.9	58.5	45.92	5177	379.3	1000	0.396	4.170	1.670
	11	251.0	131.0	494.8	90.5	71.07	7783	570.1		0.641	2.574	1.211
	14.2	244.6	129.4	469.9	115.5	90.63	9695	710.3		0.848	1.946	1.005
	15	243.0	129.0	463.8	121.6	95.44	10150	743.6		0.901	1.831	1.000
	20	233.0	126.5	426.4	159.0	124.79	12798	937.6		1.250	1.320	1.000
	22.2	228.6	125.4	410.4	174.9	137.31	13861	1015.4		1.412	1.169	1.000
	25	223.0	124.0	390.6	194.8	152.90	15127	1108.2		1.626	1.015	1.000
	28	217.0	122.5	369.8	215.5	169.18	16381	1200.1		1.866	1.000	1.000
	32	209.0	120.5	343.1	242.3	190.19	17900	1311.3		2.204	1.000	1.000
	36	201.0	118.5	317.3	268.0	210.41	19254	1410.5		2.564	1.000	1.000
	47	179.0	113.0	251.6	333.7	261.95	22226	1628.3		3.681	1.000	1.000
	7	259.0	133.0	526.9	58.5	45.92	5177	379.3	1370	0.542	3.043	1.354
	11	251.0	131.0	494.8	90.5	71.07	7783	570.1		0.878	1.879	1.000
	14.2	244.6	129.4	469.9	115.5	90.63	9695	710.3		1.162	1.420	1.000
	15	243.0	129.0	463.8	121.6	95.44	10150	743.6		1.235	1.336	1.000
	20	233.0	126.5	426.4	159.0	124.79	12798	937.6		1.712	1.000	1.000
	22.2	228.6	125.4	410.4	174.9	137.31	13861	1015.4		1.934	1.000	1.000
	25	223.0	124.0	390.6	194.8	152.90	15127	1108.2		2.228	1.000	1.000
	28	217.0	122.5	369.8	215.5	169.18	16381	1200.1		2.556	1.000	1.000
	32	209.0	120.5	343.1	242.3	190.19	17900	1311.3		3.019	1.000	1.000
	36	201.0	118.5	317.3	268.0	210.41	19254	1410.5		3.512	1.000	1.000
	47	179.0	113.0	251.6	333.7	261.95	22226	1628.3		5.043	1.000	1.000
298.5	36	226.5	131.3	402.9	286.9	233.05	26052	1745.5	1370	2.863	1.000	1.000
	60	178.5	119.3	250.2	449.6	352.90	33988	2277.3		5.780	1.000	1.000
323.9	8	307.9	158.0	744.6	79.4	62.32	9910	611.9	1370	0.439	3.756	1.557
	10	303.9	157.0	725.4	98.6	77.11	12158	750.7		0.556	2.967	1.331
	12.5	298.9	155.7	701.7	122.3	95.99	14846	916.7		0.706	2.336	1.136
	15	293.9	154.5	678.4	145.6	114.27	17403	1074.6		0.861	1.915	1.000
	24	275.9	150.0	597.8	226.1	177.50	25584	1579.8		1.462	1.128	1.000
	25	273.9	149.5	589.2	234.8	184.28	26400	1630.1		1.533	1.076	1.000
	28	267.9	148.0	563.7	260.3	204.32	28742	1774.8		1.752	1.000	1.000
	34	255.9	145.0	514.3	309.7	243.08	32977	2036.3		2.217	1.000	1.000
	35	253.9	144.5	506.3	317.7	249.36	33628	2076.4		2.298	1.000	1.000
325	8	309.0	158.5	749.9	79.7	62.54	10014	616.2	1370	0.436	3.782	1.565
	13	299.0	156.0	702.2	127.4	100.03	15532	955.8		0.732	2.255	1.108
	18	289.0	153.5	656.0	173.6	136.28	20523	1262.9		1.047	1.577	1.000
	24	277.0	150.5	602.6	226.9	178.15	25866	1591.7		1.452	1.137	1.000
	30	265.0	147.5	551.5	278.0	218.25	30557	1880.4		1.889	1.000	1.000
	43	239.0	141.0	448.6	380.9	299.04	38749	2384.5		2.963	1.000	1.000
355.6	36	283.6	159.8	631.7	361.5	283.74	46737	2628.6	1500	2.115	1.000	1.000
	40	275.6	157.8	599.6	396.6	311.33	50171	2821.8		2.410	1.000	1.000
	50	255.6	152.8	513.1	480.0	376.83	57539	3236.2		3.212	1.000	1.000

续表

管子外径 D_w (毫米)	管子壁厚 S (毫米)	管子内径 D_n (毫米)	管子平均半径 r_p (毫米)	按管子内径计算断面积 F_n (厘米²)	管壁断面积 A (厘米²)	管子单位重量 (公斤力/米)	管子断面的惯性矩 J (厘米⁴)	管子断面的抗弯矩 W (厘米³)	弯管的弯曲半径 R (毫米)	弯管尺寸系数 λ	弯管柔性系数 k	弯管应力加强系数 m
377	5	367.0	186.0	1057.8	58.4	45.87	10110	536.3	1500	0.217	7.611	2.494
	10	357.0	183.5	1001.0	115.3	90.51	19426	1030.5		0.445	3.704	1.543
	15	347.0	181.0	945.7	170.6	133.91	27991	1484.9		0.687	2.402	1.156
	35	307.0	171.0	740.2	376.0	295.20	55556	2947.3		1.795	1.000	1.000
	50	277.0	163.5	602.6	513.6	403.21	70260	3727.3		2.806	1.000	1.000
406.4	10	386.4	198.2	1172.6	124.5	97.76	24476	1201.6	1700	0.433	3.813	1.573
	11	384.4	197.7	1160.5	136.6	107.26	26724	1315.2		0.478	3.449	1.471
	12.5	381.4	197.0	1142.5	154.7	121.43	30031	1477.9		0.548	3.012	1.344
	34	298.4	176.2	699.3	597.8	469.30	94982	4674.3		2.957	1.000	1.000
426	5	416.0	210.5	1359.2	68.1	51.91	14653	687.9	1965	0.222	7.441	2.457
	6	414.0	210.0	1346.1	79.2	62.15	17460	819.7		0.267	6.172	2.189
	9	408.0	208.5	1307.4	117.9	92.55	25640	1203.7		0.407	4.056	1.629
	11	404.0	207.5	1281.9	143.4	112.58	30896	1450.5		0.502	3.287	1.425
	16	394.0	205.0	1219.2	206.1	161.78	43370	2036.2		0.748	2.206	1.092
	17	392.0	204.5	1206.9	218.4	171.47	45754	2148.1		0.799	2.066	1.045
457.2	12.5	432.2	222.4	1467.1	174.6	137.09	43203	1889.9	2400	0.607	2.719	1.256
	14.2	428.8	221.5	1444.1	197.6	155.14	48529	2122.9		0.695	2.375	1.147
	17.5	422.2	219.9	1400.0	241.7	189.76	58513	2559.6		0.869	1.899	1.000
	20	417.2	218.6	1367.0	274.7	215.64	65771	2877.1		1.004	1.643	1.000
	25	407.2	216.1	1302.3	339.4	266.47	79525	3478.8		1.285	1.284	1.000
	30	397.2	213.6	1239.1	402.6	316.06	92302	4037.7		1.578	1.046	1.000
	32	393.2	212.6	1214.3	427.5	335.55	97150	4249.8		1.699	1.000	1.000
465	19	427.0	233.0	1432.0	266.2	208.98	66314	2852.2	2400	0.917	1.799	1.000
508	8	492.0	250.0	1901.2	125.7	98.65	39280	1546.5	2400	0.307	5.371	1.977
	12.5	483.0	247.8	1832.2	194.6	152.75	59755	2352.6		0.489	3.376	1.450
	14.2	479.6	246.9	1806.5	220.3	172.93	67199	2645.6		0.559	2.951	1.326

附录五　弯曲及扭转变形系数的推证

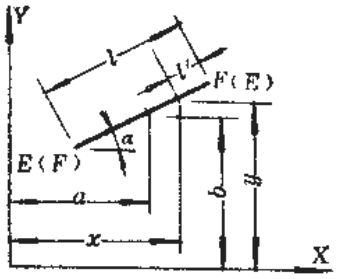
一、集中力荷载的变形系数

（一）直管　[长度l、对水平轴的倾角α、管长中心座标为（a，b）]

1．　$$s=\int_0^l kQdl'=kQl$$

2．　$$u=\int_0^l (k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Qdl'$$

$$=(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Ql$$



附图 5-1 $x = a + \left(\frac{l}{2} - l'\right)\cos\alpha$

$y = b + \left(\frac{l}{2} - l'\right)\sin\alpha$

3. $v = \int_0^l (1.3\cos^2\alpha + k\sin^2\alpha) Q dl'$

$= (1.3\cos^2\alpha + k\sin^2\alpha) Ql$

4. $q = \int_0^l (1.3 - k) Q\sin\alpha\cos\alpha dl'$

$= (1.3 - k) Ql\sin\alpha\cos\alpha$

5. $s_a = \int_0^l x ds = kQ\int_0^l x dl' = kQ\int_0^l \left[a + \left(\frac{l}{2} - l'\right)\cos\alpha \right] dl'$

$= a\,kQl + kQ\left\{ \frac{l}{2}\cos\alpha\left[l' \right]_0^l - \cos\alpha\left[\frac{l'^2}{2} \right]_0^l \right\}$

$= akQl$

6. $s_b = \int_0^l y ds = kQ\int_0^l y d l' = kQ\int_0^l \left[b + \left(\frac{l}{2} - l'\right)\sin\alpha \right] dl'$

$= bkQl + kQ\sin\alpha\left\{ \frac{l}{2}\left[l' \right]_0^l - \left[\frac{l'^2}{2} \right]_0^l \right\}$

$= bkQl$

7. $u_0 = \int_0^l x du - \int_0^l y dq$

$= (k\cos^2\alpha + 1.3\sin^2\alpha) Q \int_0^l x dl' - (1.3 - k) Q\sin\alpha\cos\alpha \int_0^l y dl'$

$= (k\cos^2\alpha + 1.3\sin^2\alpha) Q \int_0^l \left[a + \left(\frac{l}{2} - l'\right)\cos\alpha \right] dl'$

$- (1.3 - k) Q\sin\alpha\cos\alpha \int_0^l \left[b + \left(\frac{l}{2} - l'\right)\sin\alpha \right] dl'$

$= a(k\cos^2\alpha + 1.3\sin^2\alpha) Ql - b(1.3 - k) Ql\sin\alpha\cos\alpha$

8. $v_0 = \int_0^l y dv - \int_0^l x dq$

$= (1.3\cos^2\alpha + k\sin^2\alpha)\, Q\int_0^l y dl' - (1.3 - k) Q\sin\alpha\cos\alpha \int_0^l x dl'$

$= (1.3\cos^2\alpha + k\sin^2\alpha) Q \int_0^l \left[b + \left(\frac{l}{2} - l'\right)\sin\alpha \right] dl'$

$$-(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha\int_0^l\left[a+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\cos\alpha\right]dl'$$

$$=b(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Ql-a(1.3-k)Ql\sin\alpha\cos\alpha$$

9. $$s_{aa}=\int_0^l x^2ds=kQ\int_0^l x^2dl'=kQ\int_0^l\left[a+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\cos\alpha\right]^2dl'$$

$$=kQ\int_0^l\left[a^2+2a\left(\frac{l}{2}-l'\right)\cos\alpha+\left(\frac{l}{2}-l'\right)^2\cos^2\alpha\right]dl'$$

$$=a^2kQl+kQ\left[2a\times0+\frac{\cos^2\alpha}{4}\int_0^l(l^2-4ll'+4l'^2)dl'\right]$$

$$=a^2kQl+kQ\frac{\cos^2\alpha}{4}\left[l^2l'-2ll'^2+\frac{4}{3}l'^3\right]_0^l$$

$$=a^2kQl+\frac{kQl^3}{12}\cos^2\alpha$$

10. $$s_{bb}=\int_0^l y^2ds=kQ\int_0^l\left[b+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\sin\alpha\right]^2dl'$$

$$=b^2kQl+\frac{kQ\sin^2\alpha}{4}\int_0^l(l^2-4ll'+4l'^2)dl'$$

$$=b^2kQl+\frac{kQ\sin^2\alpha}{4}\left[l^2l'-2ll'^2+\frac{4}{3}l'^3\right]_0^l$$

$$=b^2kQl+\frac{kQl^3}{12}\sin^2\alpha$$

11. $$s_{ab}=\int_0^l xyds=kQ\int_0^l xyds=kQ\int_0^l\left[a+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\cos\alpha\right]\left[b+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\sin\alpha\right]dl'$$

$$=kQ\int_0^l\left[ab+b\left(\frac{l}{2}-l'\right)\cos\alpha+a\left(\frac{l}{2}-l'\right)\sin\alpha+\left(\frac{l}{2}-l'\right)^2\sin\alpha\cos\alpha\right]dl'$$

$$=abkQl+kQ\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{4}\left[l^2l'-2ll'^2+\frac{4}{3}l'^3\right]_0^l$$

$$=abkQl+\frac{kQl^3\sin\alpha\cos\alpha}{12}$$

12. $$u_{00}=\int_0^l x^2du-\int_0^l xydq$$

$$=(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Q\int_0^l\left[a+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\cos\alpha\right]^2dl'$$

$$-(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha\int_0^l\left[a+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\cos\alpha\right]\left[b+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\sin\alpha\right]dl'$$

$$=a^2(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Ql+\frac{l^3\cos^2\alpha}{12}(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Q$$

$$-ab(1.3-k)Ql\sin\alpha\cos\alpha-\frac{l^3\cos^2\alpha\sin^2\alpha}{12}(1.3-k)Q$$

$$=a^2(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Ql-ab(1.3-k)Ql\sin\alpha\cos\alpha+\frac{kQl^3}{12}\cos^2\alpha$$

13. $v_{00}=\int_0^l y^2\,dv-\int_0^l xy\,dq$

$$=(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Q\int_0^l\left[b+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\sin\alpha\right]^2dl'$$

$$-(1.3-k)Q\sin\alpha\cos\alpha\int_0^l\left[a+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\cos\alpha\right]\left[b+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\sin\alpha\right]dl'$$

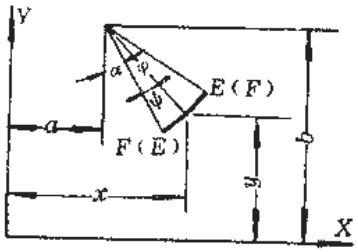
$$=b^2(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Ql+\frac{l^3\sin^2\alpha}{12}(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Q$$

$$-ab(1.3-k)Ql\sin\alpha\cos\alpha-\frac{l^3\cos^2\alpha\sin^2\alpha}{12}(1.3-k)Q$$

$$=b^2(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Ql-ab(1.3-k)Ql\sin\alpha\cos\alpha+\frac{kQl^3}{12}\sin^2\alpha$$

$$u_{00}+v_{00}=a^2(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)Ql+b^2(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)Ql$$

$$-2ab(1.3-k)Ql\sin\alpha\cos\alpha+\frac{kQl^3}{12}$$



附图 5-2 $x=a+R\sin(\alpha+\psi)$
$y=b-R\cos(\alpha+\psi)$

（二）圆弧管[弯曲半径R，中心角φ，弧端半径与垂直轴间夹角α，圆心座标（a，b）]

1. $s=\int_0^l kQdl'=\int_0^\varphi kQR\psi=kQR\varphi$

2. $u=\int_0^\varphi[k\cos^2(\alpha+\psi)+1.3\sin^2(\alpha+\psi)]QRd\psi$

$$=QR\left\{\int_0^\varphi\frac{k}{2}[\cos2(\alpha+\psi)+1]d\psi+\int_0^\varphi\frac{1.3}{2}[1-2\cos2(\alpha+\psi)]d\psi\right\}$$

$$=\frac{kQR}{4}[\sin2(\alpha+\varphi)-\sin2\alpha]+\frac{kQR\varphi}{2}+\frac{1.3QR\varphi}{2}$$

$$-\frac{1.3QR}{4}[\sin2(\alpha+\varphi)-\sin2\alpha]$$

$$=kQR\left[\frac{\varphi}{2}+\frac{\sin2(\alpha+\varphi)-\sin2\alpha}{4}\right]+1.3QR\left[\frac{\varphi}{2}-\frac{\sin2(\alpha+\varphi)-\sin2\alpha}{4}\right]$$

3. $v=\int_0^\varphi[1.3\cos^2(\alpha+\psi)+k\sin^2(\alpha+\psi)]QRd\psi$

$$= QR\left\{\int_0^{\varphi}\frac{1.3}{2}[1+\cos 2(\alpha+\psi)]d\psi+\int_0^{\varphi}\frac{k}{2}[1-\cos 2(\alpha+\psi)]d\psi\right\}$$

$$= QR\left\{\frac{1.3\varphi}{2}+\frac{1.3}{4}[\sin 2(\alpha+\varphi)-\sin 2\alpha]+\frac{k\varphi}{2}-\frac{k}{4}[\sin 2(\alpha+\varphi)-\sin 2\alpha]\right\}$$

$$= 1.3QR\left[\frac{\varphi}{2}+\frac{\sin 2(\alpha+\varphi)-\sin 2\alpha}{4}\right]+kQR\left[\frac{\varphi}{2}-\frac{\sin 2(\alpha+\varphi)-\sin 2\alpha}{4}\right]$$

4. $$q=\int_0^{\varphi}(1.3-k)\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)QRd\psi$$

$$=(1.3-k)QR\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)d\sin(\alpha+\psi)$$

$$=\frac{(1.3-k)QR}{2}[\sin^2(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}$$

$$=\frac{(1.3-k)QR}{2}[\sin^2(\alpha+\varphi)-\sin^2\alpha]$$

$$=-\frac{(1.3-k)QR}{4}[\cos 2(\alpha+\varphi)-\cos 2\alpha]$$

5. $$s_x=\int_0^{\varphi}xds=kQ\int_0^{\varphi}xRd\psi=kQ\int_0^{\varphi}[a+R\sin(\alpha+\psi)]Rd\psi$$

$$=akQR\varphi-kQR^2[\cos(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}$$

$$=akQR\varphi-kQR^2[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]$$

6. $$s_y=\int_0^{\varphi}yds=kQ\int_0^{\varphi}yRd\psi=kQ\int_0^{\varphi}[b-R\cos(\alpha+\psi)]Rd\psi$$

$$=bkQR\varphi-kQR^2[\sin(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}$$

$$=bkQR\varphi-kQR^2[\sin(\alpha+\varphi)-\sin\alpha]$$

7. $$u_0=\int_0^{\varphi}xdu-\int_0^{\varphi}ydq$$

$$=QR\int_0^{\varphi}[a+R\sin(\alpha+\psi)][k\cos^2(\alpha+\psi)+1.3\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$-QR\int_0^{\varphi}[b-R\cos(\alpha+\psi)](1.3-k)\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi$$

$$=au+QR^2\int_0^{\varphi}[k\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)+1.3\sin^3(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$-bq-QR^2(1.3-k)\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$=au-QR^2k\int_0^{\varphi}\cos^2(\alpha+\psi)d\cos(\alpha+\psi)-1.3QR^2\int_0^{\varphi}[1-\cos^2(\alpha+\psi)]d\cos(\alpha+\psi)$$

$$-bq-QR^2(1.3-k)\int_0^{\varphi}\cos^2(\alpha+\psi)d\cos(\alpha+\psi)$$

$$=au-\frac{kQR^2}{3}[\cos^3(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}-1.3QR^2[\cos(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}+\frac{1.3QR^2}{3}$$

$$\times[\cos^3(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}$$

$$-bq-\frac{QR^2(1.3-k)}{3}[\cos^3(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}$$

$$=au-bq-1.3QR^2[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]$$

$$=akQR\left[\frac{\varphi}{2}+\frac{\sin2(\alpha+\varphi)-\sin2\alpha}{4}\right]+1.3aQR\left[\frac{\varphi}{2}-\frac{\sin2(\alpha+\varphi)-\sin2\alpha}{4}\right]$$

$$+\frac{bQR(1.3-k)}{4}[\cos2(\alpha+\varphi)-\cos2\alpha]-1.3QR^2[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]$$

8. $$v_0=\int_0^{\varphi}ydv-\int_0^{\varphi}xdq$$

$$=QR\int_0^{\varphi}[b-R\cos(\alpha+\psi)][1.3\cos^2(\alpha+\psi)+k\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$-QR\int_0^{\varphi}[a+R\sin(\alpha+\psi)](1.3-k)\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi$$

$$=bv-QR^2\int_0^{\varphi}[1.3\cos^3(\alpha+\psi)+k\sin^2(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$-aq-QR^2(1.3-k)\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)d\sin(\alpha+\psi)$$

$$=bv-QR^2\int_0^{\varphi}1.3[1-\sin^2(\alpha+\psi)]d\sin(\alpha+\psi)-kQR\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)d\sin(\alpha+\psi)$$

$$-aq-QR^2(1.3-k)\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)d\sin(\alpha+\psi)$$

$$=bv-aq-1.3QR^2[\sin(\alpha+\varphi)-\sin\alpha]$$

$$=bkQR\left[\frac{\varphi}{2}-\frac{\sin2(\alpha+\varphi)-\sin2\alpha}{4}\right]+1.3bQR\left[\frac{\varphi}{2}+\frac{\sin2(\alpha+\varphi)-\sin2\alpha}{4}\right]$$

$$+\frac{aQR(1.3-k)}{4}[\cos2(\alpha+\varphi)-\cos2\alpha]-1.3QR^2[\sin(\alpha+\varphi)-\sin\alpha]$$

9. $$s_{oo}=\int_0^{\varphi}x^2ds=kQ\int_0^{\varphi}[a+R\sin(\alpha+\psi)]^2Rd\psi$$

$$=kQR\int_0^{\varphi}[a^2+2aR\sin(\alpha+\psi)+R^2\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$=a^2kQR\varphi-2aR^2kQ[\cos(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}+\frac{kQR^3}{2}\int_0^{\varphi}[1-\cos2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$=a^2kQR\varphi-2aR^2kQ\cos(\alpha+\varphi)+2aR^2kQ\cos\alpha+\frac{kQR^3\varphi}{2}$$
$$-\frac{kQR^3}{4}[\sin2(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}$$

$$=a^2kQR\varphi-2aR^2kQ[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]+\frac{kQR^3\varphi}{2}-\frac{kQR^3}{4}$$
$$\times[\sin2(\alpha+\varphi)-\sin2\alpha]$$

10. $$s_{bb}=\int_0^{\varphi}y^2ds=kQ\int_0^{\varphi}[b-R\cos(\alpha+\psi)]^2Rd\psi$$

$$=kQ\int_0^{\varphi}[b^2-2bR\cos(\alpha+\psi)+R^2\cos^2(\alpha+\psi)]Rd\psi$$

$$=R^2kQR\varphi-2bkQR^2[\sin(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}+kQR^3\int_0^{\varphi}\frac{1+\cos2(\alpha+\psi)}{2}d\psi$$

$$=b^2kQR\varphi-2bkQR^2[\sin(\alpha+\varphi)-\sin\alpha]+\frac{kQR^3\varphi}{2}+\frac{kQR^3}{4}$$
$$\times[\sin2(\alpha+\varphi)-\sin2\alpha]$$

11. $$s_{ab}=\int_0^{\varphi}xyds=kQ\int_0^{\varphi}[a+R\sin(\alpha+\psi)][b-R\cos(\alpha+\psi)]Rd\psi$$

$$=kQR\int_0^{\varphi}[ab+bR\sin(\alpha+\psi)-aR\cos(\alpha+\psi)-R^2\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$=abkQR\varphi-akQR^2[\sin(\alpha+\varphi)-\sin\alpha]-bkQR^2[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]$$
$$+\frac{kQR^3[\cos2(\alpha+\varphi)-\cos2\alpha]}{4}$$

12. $$u_{00}=\int_0^{\varphi}x^2du-\int_0^{\varphi}xydq$$

$$=QR\int_0^{\varphi}[a+R\sin(\alpha+\psi)]^2[k\cos^2(\alpha+\psi)+1.3\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$-QR\int_0^{\varphi}[a+R\sin(\alpha+\psi)][b-R\cos(\alpha+\psi)](1.3-k)\sin(\alpha+\psi)$$
$$\times\cos(\alpha+\psi)d\psi$$

$$= QR\int_0^{\pi}[a^2+2aR\sin(\alpha+\psi)+R^2\sin^2(\alpha+\psi)][k\cos^2(\alpha+\psi)$$

$$+1.3\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$-QR(1.3-k)\int_0^{\pi}[ab+bR\sin(\alpha+\psi)-aR\cos(\alpha+\psi)-R^2\sin(\alpha+\psi)$$

$$\times\cos(\alpha+\psi)]\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi$$

$$=a^2u+2akQR^2\int_0^{\pi}\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi+2.6aQR^2\int_0^{\pi}\sin^3(\alpha+\psi)d\psi$$

$$+kQR^3\int_0^{\pi}\sin^2(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi+1.3QR^3\int_0^{\pi}\sin^4(\alpha+\psi)d\psi-abq$$

$$-b(1.3-k)QR^2\int_0^{\pi}\sin^2(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi+a(1.3-k)$$

$$\times QR^2\int_0^{\pi}\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$+(1.3-k)QR^3\int_0^{\pi}\sin^2(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi$$

13. $v_{00}=\int_0^{\pi}y^2dv-\int_0^{\pi}xydq$

$$=QR\int_0^{\pi}[b-R\cos(\alpha+\psi)]^2[1.3\cos^2(\alpha+\psi)+k\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$-QR\int_0^{\pi}[a+R\sin(\alpha+\psi)][b-R\cos(\alpha+\psi)](1.3-k)\sin(\alpha+\psi)$$

$$\times\cos(\alpha+\psi)d\psi$$

$$=b^2v-QR\int_0^{\pi}[2bR\cos(\alpha+\psi)-R^2\cos^2(\alpha+\psi)][1.3\cos^2(\alpha+\psi)$$

$$+k\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$-abq-QR\int_0^{\pi}[bR\sin(\alpha+\psi)-aR\cos(\alpha+\psi)-R^2\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)]$$

$$\times(1.3-k)\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi$$

$$=b^2v-abq-2.6bQR^2\int_0^{\pi}\cos^3(\alpha+\psi)d\psi+1.3QR^3\int_0^{\pi}\cos^4(\alpha+\psi)d\psi$$

$$-2bkQR^2\int_0^{\pi}\cos(\alpha+\psi)\sin^2(\alpha+\psi)d\psi+kQR^3\int_0^{\pi}\cos^2(\alpha+\psi)\sin^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$-(1.3-k)bQR^2\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi+(1.3-k)aQR^2\int_0^{\varphi}\sin(\alpha$$

$$+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi+(1.3-k)QR^3\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$u_{00}+v_{00}=a^2u+2akQR^2\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi+2.6aQR^2\int_0^{\varphi}\sin^3(\alpha+\psi)d\psi$$

$$+kQR^3\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi+1.3QR^3\int_0^{\varphi}\sin^4(\alpha+\psi)d\psi-abq$$

$$-b(1.3-k)QR^2\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi+a(1.3-k)QR^2$$

$$\times\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$+(1.3-k)QR^3\int_0^{\varphi}\sin^3(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi+b^2v-abq$$

$$-2.6bQR^2\int_0^{\varphi}\cos^3(\alpha+\psi)d\psi$$

$$+1.3QR^3\int_0^{\varphi}\cos^4(\alpha+\psi)d\psi-2bkQR^2\int_0^{\varphi}\cos(\alpha+\psi)\sin^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$+kQR^3\int_0^{\varphi}\cos^2(\alpha+\psi)\sin^2(\alpha+\psi)d\psi-(1.3-k)bQR^2\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha$$

$$+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi$$

$$+(1.3-k)aQR^2\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi+(1.3-k)$$

$$\times QR^3\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$=a^2u+b^2v-2abq+2.6aQR^2\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)[\sin^2(\alpha+\psi)+\cos^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$-2.6bQR^2\int_0^{\varphi}\cos(\alpha+\psi)[\cos^2(\alpha+\psi)+\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$+1.3QR^3\int_0^{\varphi}[\sin^4(\alpha+\psi)+2\sin^2(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)+\cos^4(\alpha+\psi)]d\psi$$

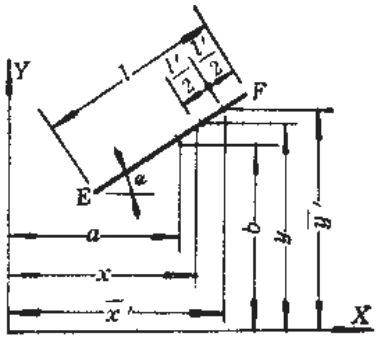
$$=a^2u+b^2v-2abq+2.6aQR^2\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)d\psi-2.6bQR^2\int_0^{\varphi}\cos(\alpha+\psi)d\psi$$

$$+1.3QR^3\int_0^{\varphi}d\psi$$

$$=a^2u-b^2v-2abq-2.6aQR^2[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]$$
$$-2.6bQR^2[\sin(\alpha+\varphi)-\sin\alpha]+1.3QR^3\varphi$$

二、沿管线全长均布的荷载的变形系数

（一）直管[长度 l，对水平轴的倾角 α，管长中心座标为（ a， b ）]



附图 5-3 $x=a+\frac{l}{2}\cos\alpha-l'\cos\alpha$；$y=b+\frac{l}{2}\sin\alpha-l'\sin\alpha$

$\bar{x}'=a+\frac{l}{2}\cos\alpha-\frac{l'}{2}\cos\alpha$；$\bar{y}'=b+\frac{l}{2}\sin\alpha-\frac{l'}{2}\sin\alpha$

1. $$w_a=\int_0^l(\bar{x}'-x)l'ds=kQ\int_0^l(\bar{x}'-x)l'dl'$$

$$=kQ\int_0^l\left(a+\frac{l}{2}\cos\alpha-\frac{l'}{2}\cos\alpha-a-\frac{l}{2}\cos\alpha+l'\cos\alpha\right)l'dl'$$

$$=kQ\int_0^l\frac{l'}{2}\cos\alpha\cdot l'dl'$$

$$=kQ\left[\frac{l'^3}{6}\right]_0^l\cos\alpha$$

$$=\frac{kQl^3}{6}\cos\alpha$$

2. $$w_{ab}=\int_0^l y(\bar{x}'-x)l'ds=kQ\int_0^l y(\bar{x}'-x)l'dl'$$

$$=kQ\int_0^l\left(b+\frac{l}{2}\sin\alpha-l'\sin\alpha\right)\frac{l'^2}{2}\cos\alpha dl'$$

$$=bw_a+\frac{kQl\cos\alpha\sin\alpha}{4}\int_0^l l'^2dl'-\frac{kQ\cos\alpha\sin\alpha}{2}\int_0^l l'^3dl'$$

$$=bw_a+\frac{kQl\sin\alpha\cos\alpha}{12}[l'^3]_0^l-\frac{kQ\sin\alpha\cos\alpha}{8}[l'^4]_0^l$$

$$=bw_b-\frac{kQl\sin^2\alpha}{4}\int_0^l l'^2dl'+\frac{kQ\sin^2\alpha}{2}\int_0^l l'^2dl'$$

$$=bw_b-\frac{kQl^4\sin^2\alpha}{12}+\frac{kQl^4\sin^2\alpha}{8}$$

$$=bw_b+\frac{kQl^4\sin^2\alpha}{24}$$

7. $$w_u=-\int_0^l(\bar{x}'-x)l'du+\int_0^l(\bar{y}'-y)l'dq$$

$$=-Q\int_0^l\frac{l'}{2}\cos\alpha\cdot l'(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)\,dl'+Q\int_0^l\frac{l'}{2}\sin\alpha l'(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$=-kQ\int_0^l(\cos^3\alpha+\sin^2\alpha\cos\alpha)\frac{l'^2}{2}dl'$$

$$=-kQ\cos\alpha\left[\frac{l'^3}{6}\right]_0^l$$

$$=-\frac{kQl^3}{6}\cos\alpha$$

8. $$w_v=\int_0^l(\bar{y}'-y)\,l'dv-\int_0^l(\bar{x}'-x)l'dq$$

$$=Q\int_0^l\frac{l'^2}{2}\sin\alpha(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)dl'+Q\int_0^l\frac{l'^2}{2}\cos\alpha(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$=kQ(\sin^3\alpha+\sin\alpha\cos^2\alpha)\int_0^l\left(\frac{l'^2}{2}\right)dl'$$

$$=kQ\sin\alpha\left[\frac{l'^3}{6}\right]_0^l$$

$$=\frac{kQl^3}{6}\sin\alpha$$

9. $$w_{uv}=-\int_0^l x(\bar{x}'-x)l'du+\int_0^l y(\bar{x}'-x)l'dq-\int_0^l y(\bar{y}'-y)l'dv+\int_0^l x(\bar{y}'-y)l'dq$$

$$=-Q\int_0^l\left(a+\frac{l}{2}\cos\alpha-l'\cos\alpha\right)\frac{l'^2}{2}\cos\alpha(k\cos^2\alpha+1.3\sin^2\alpha)dl'$$

$$+Q\int_0^l\left(b+\frac{l}{2}\sin\alpha-l'\sin\alpha\right)\frac{l'^2}{2}\cos\alpha\cdot(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$-Q\int_0^l\left(b+\frac{l}{2}\sin\alpha-l'\sin\alpha\right)\frac{l'^2}{2}\sin\alpha(1.3\cos^2\alpha+k\sin^2\alpha)dl'$$

$$+Q\int_0^l\left(a+\frac{l}{2}\cos\alpha-l'\cos\alpha\right)\frac{l'^2}{2}\sin\alpha(1.3-k)\sin\alpha\cos\alpha dl'$$

$$= -kQ\int_0^l\left(a+\frac{l}{2}\cos\alpha-l'\cos\alpha\right)\frac{2}{2}\cos\alpha dl'$$

$$-kQ\int_0^l\left(b+\frac{l}{2}\sin\alpha-l'\sin\alpha\right)\frac{l'^2}{2}\sin\alpha dl'$$

$$=-kQa\cos\alpha\int_0^l\frac{l'^2}{2}dl'-\frac{kQl\cos^2\alpha}{4}\int_0^l l'^2dl'+\frac{kQ\cos^2\alpha}{2}\int_0^l l'^3dl'$$

$$-kQb\sin\alpha\int_0^l\frac{l'^2}{2}dl'-\frac{kQl\sin^2\alpha}{4}\int_0^l l'^2dl'+\frac{kQ\sin^2\alpha}{2}\int_0^l l'^3dl'$$

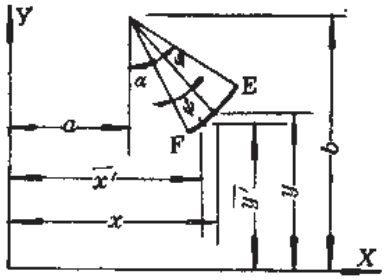
$$=-kQa\cos\alpha\left[\frac{l'^3}{6}\right]_0^l-\frac{kQl\cos^2\alpha}{12}[l'^3]_0^l+\frac{kQ\cos^2\alpha}{8}[l'^4]_0^l$$

$$-kQb\sin\alpha\left[\frac{l'^3}{6}\right]_0^l-\frac{kQl\sin^2\alpha}{12}[l'^3]_0^l+\frac{kQ\sin^2\alpha}{8}[l'^4]_0^l$$

$$=-kQa\cos\alpha\frac{l^3}{6}+\frac{kQl^4\cos^2\alpha}{24}-kQb\sin\alpha\frac{l^3}{6}+\frac{kQl^4\sin^2\alpha}{24}$$

$$=aw_u-bw_v+\frac{kQl^4}{24}$$

（二）圆弧管[弯曲半径R，中心角φ，F端半径与垂直轴间夹角α，圆心 座标（a，b）]



附图 5-4 $x=a+R\sin(\alpha+\psi)$

$$y=b-R\cos(\alpha+\psi)$$

$$\overline{x'}=X\text{向合力中心}=\frac{\int_0^\psi x dl}{\int_0^\psi dl}=\frac{\int_0^\psi[a+R\sin(\alpha+\psi')]Rd\psi'}{R\psi}$$

$$=\frac{aR\psi-R^2[\cos(\alpha+\psi')]_0^\psi}{R\psi}=a+\frac{R\cos\alpha-R\cos(\alpha+\psi)}{\psi}$$

$$\overline{y'}=Y\text{向合力中心}=\frac{\int_0^\psi y dl}{\int_0^\psi dl}=\frac{\int_0^\psi[b-R\cos(\alpha+\psi')]Rd\psi'}{R\psi}$$

$$=\frac{bR\psi-R^2[\sin(\alpha+\psi')]_0^\psi}{R\psi}=b+R\frac{\sin\alpha-\sin(\alpha+\psi)}{\psi}$$

1. $w_a=\int_0^{\varphi}(\bar{x}'-x)l'ds$

$$=\int_0^{\varphi}\left[a+\frac{R\cos\alpha-R\cos(\alpha+\psi)}{\psi}-a-R\sin(\alpha+\psi)\right]R\psi kQRd\psi$$

$$=kQR^3\left\{\int_0^{\varphi}[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)]d\psi-\int_0^{\varphi}\psi\sin(\alpha+\psi)d\psi\right\}$$

$$=kQR^3\left\{[\cos\alpha\psi-\sin(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}-\int_0^{\varphi}\psi(\sin\alpha\cos\psi+\cos\alpha\sin\psi)\,d\psi\right\}$$

$$=kQR^3\{\varphi\cos\alpha-\sin(\alpha+\varphi)+\sin\alpha-\sin\alpha[\cos\psi+\psi\sin\psi]_0^{\varphi}$$
$$-\cos\alpha[\sin\psi-\psi\cos\psi]_0^{\varphi}\}$$
$$=kQR^3\{\varphi\cos\alpha-\sin(\alpha+\varphi)+\sin\alpha-\sin\alpha\cos\varphi-\varphi\sin\alpha\sin\varphi$$
$$+\sin\alpha-\cos\alpha\sin\varphi+\varphi\cos\alpha\cos\varphi\}$$
$$=kQR^3\{\varphi[\cos(\alpha+\varphi)+\cos\alpha]-2[\sin(\alpha+\varphi)-\sin\alpha]\},$$

2. $w_{ab}=\int_0^{\varphi}y(\bar{x}'-x)l'ds$

$$=\int_0^{\varphi}[b-R\cos(\alpha+\psi)]\left[a+\frac{R\cos\alpha-R\cos(\alpha+\psi)}{\psi}-a-R\sin(\alpha+\psi)\right]$$
$$\times R\psi kQRd\psi$$

$$=bw_a-kQR^4\int_0^{\varphi}\{\cos(\alpha+\psi)[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)]-\psi\cos(\alpha+\psi)\sin(\alpha+\psi)\}d\psi$$

$$=bw_a-kQR^4\left\{\cos\alpha[\sin(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}-\int_0^{\varphi}\frac{1+\cos2(\alpha+\psi)}{2}d\psi\right.$$
$$\left.-\int_0^{\varphi}\psi(\cos\alpha\cos\psi-\sin\alpha\sin\psi)(\sin\alpha\cos\psi+\cos\alpha\sin\psi)\,d\psi\right\}$$

$$=bw_a-kQR^4\left\{\cos\alpha[\sin(\alpha+\varphi)-\sin\alpha]-\frac{\varphi}{2}-\frac{1}{4}[\sin2(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}\right.$$
$$-\int_0^{\varphi}\psi\sin\alpha\cos\alpha\cos^2\psi d\psi+\int_0^{\varphi}\psi\sin^2\alpha\sin\psi\cos\psi d\psi-\int_0^{\varphi}\psi\cos^2\alpha\cos\psi\sin\psi d\psi$$
$$\left.+\int_0^{\varphi}\psi\sin\alpha\cos\alpha\sin^2\psi d\psi\right\}.$$

$$=bw_a-kQR^4\left\{\cos\alpha\sin(\alpha+\varphi)-\cos\alpha\sin\alpha-\frac{\varphi}{2}-\frac{1}{4}\sin2(\alpha+\varphi)+\frac{1}{4}\sin2\alpha\right.$$
$$-\sin\alpha\cos\alpha\int_0^{\varphi}\psi(\cos^2\psi-\sin^2\psi)d\psi+\sin^2\alpha\int_0^{\varphi}\psi\sin\psi\cos\psi d\psi$$

$$+\frac{\cos^2\alpha}{2}\int_0^{\varphi}(1-\cos2\psi)\psi d\psi+\sin\alpha\cos\alpha\int_0^{\varphi}\psi\sin2\psi d\psi\Big\}$$

$$=-a\,w_a+k\,Q\,R^4\Big\{\cos\alpha[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]-\frac{1}{4}[\cos2(\alpha+\varphi)-\cos2\alpha]$$

$$+\frac{\sin^2\alpha}{8}\int_0^{\varphi}2\psi\cos2\psi d2\psi+\frac{\sin^2\alpha}{2}\int_0^{\varphi}\psi d\psi+\frac{\cos^2\alpha}{2}\int_0^{\varphi}\psi d\psi$$

$$-\frac{\cos^2\alpha}{8}\int_0^{\varphi}2\psi\cos2\psi d2\psi+\frac{\sin^2\alpha}{8}\int_0^{\varphi}2\psi\sin2\psi d\,2\,\psi\Big\}$$

$$=-aw_a+kQR^4\Big\{\cos\alpha[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]-\frac{1}{4}[\cos2(\alpha+\varphi)-\cos2\alpha]$$

$$-\frac{\cos2\alpha}{8}\int_0^{\varphi}2\psi\cos2\psi d2\psi+\frac{\varphi^2}{4}+\frac{\sin2\alpha}{8}\int_0^{\varphi}2\psi\sin2\psi d2\psi\Big\}$$

$$=-aw_a+kQR^4\Big\{\cos\alpha\cos(\alpha+\varphi)-\cos^2\alpha-\frac{1}{4}\cos2(\alpha+\varphi)+\frac{1}{4}\cos2\alpha$$

$$+\frac{\varphi^2}{4}-\frac{\cos2\alpha}{8}[\cos2\psi+2\psi\sin2\psi]_0^{\varphi}+\frac{\sin2\alpha}{8}[\sin2\psi-2\psi\cos2\psi]_0^{\varphi}\Big\}$$

$$=-a\,w_a+k\,Q\,R^4\Big\{\cos\alpha\cos(\alpha+\varphi)-\cos^2\alpha-\frac{1}{4}\cos2(\alpha+\varphi)-\frac{1}{4}\cos2\alpha$$

$$+\frac{\varphi^2}{4}-\frac{\cos2\alpha}{8}[\cos2\varphi+2\varphi\sin2\varphi-1]+\frac{\sin2\alpha}{8}[\sin2\varphi-2\varphi\cos2\varphi]\Big\}$$

$$=-aw_a+kQR^4\Big\{\frac{\varphi}{4}[\varphi-\sin2(\alpha+\varphi)]-\frac{3}{8}[\cos2(\alpha+\varphi)-\cos2\alpha]$$

$$+\cos\alpha[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]\Big\}$$

4. $w_b=-\int_0^{\varphi}(\bar{y}'-y)l'ds$

$$=-\int_0^{\varphi}\Big[\;b+R\,\frac{\sin\alpha-\sin(\alpha+\psi)}{\psi}-b+R\cos(\alpha+\psi)\Big]\;R\psi kQRd\psi$$

$$=-kQR^3\int_0^{\varphi}[\sin\alpha-\sin(\alpha+\psi)+\psi\cos\alpha\cos\psi-\psi\sin\alpha\sin\psi]d\psi$$

$$=-kQR^3\{[\sin\alpha\cdot\psi]_0^{\varphi}+[\cos(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}+\cos\alpha[\cos\psi+\psi\sin\psi]_0^{\varphi}$$

$$-\sin\alpha[\sin\psi-\psi\cos\psi]_0^{\varphi}\}$$

$$=-kQR^3[\varphi\sin\alpha+\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha+\cos\alpha\cos\varphi+\varphi\cos\alpha\sin\varphi$$

$$-\cos\alpha-\sin\alpha\sin\varphi+\varphi\sin\alpha\cos\varphi]$$

$$=-kQR^3\{\varphi[\sin(\alpha+\varphi)+\sin\alpha]+2[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]\}$$

5. $w_{ba}=\int_0^{\varphi}x(\bar{y}'-y)l'ds$

$$= -\int_0^{\varphi}\left[a + R\frac{\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)}{\psi} - a - R\sin(\alpha+\psi)\right]R\psi[k\cos^2(\alpha+\psi)$$

$$+1.3\sin^2(\alpha+\psi)]QRd\psi+\int_0^{\varphi}\left[b + R\frac{\sin\alpha-\sin(\alpha+\psi)}{\psi} - b\right.$$

$$\left.+R\cos(\alpha+\psi)\right]R\psi(1.3-k)\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)QRd\psi$$

$$= -QR^3\left\{\int_0^{\varphi}[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)-\psi\sin(\alpha+\psi)][k\cos^2(\alpha+\psi)+1.3\sin^2(\alpha+\psi)]\right.$$

$$\left.\times d\psi-\int_0^{\varphi}[\sin\alpha-\sin(\alpha+\psi)+\psi\cos(\alpha+\psi)](1.3-k)\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi\right\}$$

$$= -kQR^3\int_0^{\varphi}[\cos\alpha\cos^2(\alpha+\psi)-\cos^3(\alpha+\psi)-\psi\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)$$

$$+\sin\alpha\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)-\sin^2(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)$$

$$+\psi\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$-1.3QR^3\int_0^{\varphi}[\cos\alpha\sin^2(\alpha+\psi)-\cos(\alpha+\psi)\sin^2(\alpha+\psi)-\psi\sin^3(\alpha+\psi)$$

$$-\sin\alpha\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)+\sin^2(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)-\psi\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha$$

$$+\psi)]d\psi$$

$$= -kQR^3\int_0^{\varphi}\{\cos(\alpha+\psi)[\cos\alpha\cos(\alpha+\psi)+\sin\alpha\sin(\alpha+\psi)]-\cos(\alpha+\psi)\}d\psi$$

$$-1.3QR^3\int_0^{\varphi}\{\sin(\alpha+\psi)[\cos\alpha\sin(\alpha+\psi)-\sin\alpha\cos(\alpha+\psi)]-\psi\sin(\alpha+\psi)\}d\psi$$

$$= -kQR^3\int_0^{\varphi}\cos(\alpha+\psi)(\cos\psi-1)d\psi-1.3QR^3\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)(\sin\psi-\psi)d\psi$$

$$= -kQR^3\left[\int_0^{\varphi}(\cos\alpha\cos\psi-\sin\alpha\sin\psi)\cos\psi d\psi-\int_0^{\varphi}\cos(\alpha+\psi)d\psi\right]$$

$$-1.3QR^3\left[\int_0^{\varphi}(\sin\alpha\cos\psi+\cos\alpha\sin\psi)\sin\psi d\psi-\int_0^{\varphi}(\sin\alpha\cos\psi+\cos\alpha\sin\psi)\psi d\psi\right]$$

$$= -kQR^3\left\{\cos\alpha\int_0^{\varphi}\cos^2\psi d\psi-\sin\alpha\int_0^{\varphi}\sin\psi\cos\psi d\psi-[\sin(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}\right\}$$

$$-1.3QR^3\left\{\sin\alpha\int_0^{\varphi}\cos\psi\sin\psi d\psi+\cos\alpha\int_0^{\varphi}\sin^2\psi d\psi-\sin\alpha\int_0^{\varphi}\psi\cos\psi d\psi\right.$$

$$-\cos\alpha\int_0^{\varphi}\psi\sin\psi d\psi\Big\}$$

$$=-kQR^3\left\{\frac{\cos\alpha}{2}\int_0^{\varphi}(\cos2\psi+1)d\psi-\frac{\sin\alpha}{2}\int_0^{\varphi}\sin2\psi d\psi-\sin(\alpha+\varphi)+\sin\alpha\right\}$$

$$-1.3QR^3\left\{\frac{\sin\alpha}{2}\int_0^{\varphi}\sin2\psi d\psi+\frac{\cos\alpha}{2}\int_0^{\varphi}(1-\cos2\psi)d\psi-\sin\alpha[\cos\psi\right.$$

$$\left.+\psi\sin\psi]_0^{\varphi}-\cos\alpha[\sin\psi-\psi\cos\psi]_0^{\varphi}\right\}$$

$$=-kQR^3\left[\frac{\cos\alpha}{4}\sin2\varphi+\frac{\cos\alpha}{2}\varphi+\frac{\sin\alpha}{4}(\cos2\varphi-1)-\sin(\alpha+\varphi)\right.$$

$$\left.+\sin\alpha\right]-1.3QR^3\left[\frac{-\sin\alpha}{4}(\cos2\varphi-1)+\frac{\varphi\cos\alpha}{2}-\frac{\cos\alpha}{4}\right.$$

$$\left.\times\sin2\varphi-\sin\alpha\cos\varphi-\varphi\sin\alpha\sin\varphi+\sin\alpha-\cos\alpha\sin\varphi+\varphi\cos\alpha\cos\varphi\right]$$

$$=-QR^3\left\{k\left[\frac{\varphi}{2}\cos\alpha-\sin(\alpha+\varphi)+0.75\sin\alpha+0.25\sin(\alpha+2\varphi)\right]\right.$$

$$\left.+1.3\left[\frac{\varphi}{2}\cos\alpha+\varphi\cos(\alpha+\varphi)-\sin(\alpha+\varphi)+1.25\sin\alpha-0.25\sin(\alpha+2\varphi)\right]\right\}$$

8. $$w_v=\int_0^{\varphi}(\bar{y}'-y)\,l'dv-\int_0^{\varphi}(\bar{x}'-x)\,l'dq$$

$$=\int_0^{\varphi}\left[b+R\frac{\sin\alpha-\sin(\alpha+\psi)}{\psi}-b+R\cos(\alpha+\psi)\right]R\psi\left[1.3\cos^2(\alpha+\psi)\right.$$

$$\left.+k\sin^2(\alpha+\psi)\right]QRd\psi-\int_0^{\varphi}\left[\alpha+R\frac{\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)}{\psi}-\alpha-R\sin(\alpha+\psi)\right]$$

$$R\psi(1.3-k)\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)QRd\psi$$

$$=QR^3\int_0^{\varphi}[\sin\alpha-\sin(\alpha+\psi)+\psi\cos(\alpha+\psi)][1.3\cos^2(\alpha+\psi)+k\sin^2(\alpha+\psi)]\,d\psi$$

$$-QR^3\int_0^{\varphi}[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)-\psi\sin(\alpha+\psi)](1.3-k)\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi$$

$$=kQR^3\int_0^{\varphi}[\sin\alpha\sin^2(\alpha+\psi)-\sin^3(\alpha+\psi)+\psi\cos(\alpha+\psi)\sin^2(\alpha+\psi)$$

$$+\cos\alpha\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)$$

$$-\cos^2(\alpha+\psi)\sin(\alpha+\psi)-\psi\sin^2(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)]d\psi+1.3QR^3$$

$$\times\int_0^{\varphi}[\sin\alpha\cos^2(\alpha+\psi)-\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)+\psi\cos^3(\alpha+\psi)$$

$$-\cos\alpha\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)$$

$$+\cos^2(\alpha+\psi)\sin(\alpha+\psi)+\psi\sin^2(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$=kQR^3\int_0^{\varphi}\{\sin(\alpha+\psi)[\sin\alpha\sin(\alpha+\psi)+\cos\alpha\cos(\alpha+\psi)]-\sin(\alpha+\psi)\}d\psi$$

$$+1.3QR^3\int_0^{\varphi}\{\cos(\alpha+\psi)[\sin\alpha\cos(\alpha+\psi)-\cos\alpha\sin(\alpha+\psi)]+\psi\cos(\alpha+\psi)\}d\psi$$

$$=kQR^3\int_0^{\varphi}[\sin(\alpha+\psi)\cos\psi-\sin(\alpha+\psi)]d\psi+1.3QR^3\left\{\int_0^{\varphi}-\cos(\alpha+\psi)\sin\psi d\psi\right.$$

$$\left.+\int_0^{\varphi}\psi(\cos\alpha\cos\psi-\sin\alpha\sin\psi)d\psi\right\}$$

$$=kQR^3\left\{\int_0^{\varphi}(\sin\alpha\cos^2\psi+\cos\alpha\sin\psi\cos\psi)d\psi+[\cos(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}\right\}$$

$$+1.3QR^3\left\{\int_0^{\varphi}(-\cos\alpha\cos\psi+\sin\alpha\sin\psi)\sin\psi d\psi+\cos\alpha[\cos\psi+\psi\sin\psi]_0^{\varphi}\right.$$

$$\left.-\sin\alpha[\sin\psi-\psi\cos\psi]_0^{\varphi}\right\}$$

$$=kQR^3\left\{\sin\alpha\int_0^{\varphi}\frac{\cos2\psi+1}{2}d\psi+\frac{\cos\alpha}{2}\int_0^{\varphi}\sin2\psi d\psi+\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha\right\}$$

$$+1.3QR^3\left\{\int_0^{\varphi}-\frac{\cos\alpha\sin2\psi}{2}d\psi+\sin\alpha\int_0^{\varphi}\frac{1-\cos2\psi}{2}d\psi+\cos\alpha\cos\varphi+\varphi\cos\alpha\sin\varphi\right.$$

$$\left.-\cos\alpha-\sin\alpha\sin\varphi+\varphi\sin\alpha\cos\varphi\right\}$$

$$=kQR^3\left\{\sin\alpha\left[\frac{\sin2\psi}{4}\right]_0^{\varphi}+\frac{\sin\alpha}{2}\varphi-\frac{\cos\alpha}{4}[\cos2\psi]_0^{\varphi}+\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha\right\}$$

$$+1.3QR^3\left\{\cos\alpha\left[\frac{\cos2\psi}{4}\right]_0^{\varphi}+\frac{\sin\alpha}{2}\varphi-\frac{\sin\alpha}{4}[\sin2\psi]_0^{\varphi}+\cos(\alpha+\varphi)\right.$$

$$\left.+\varphi\sin(\alpha+\varphi)-\cos\alpha\right\}$$

$$=kQR^3\left\{\frac{\sin\alpha\sin2\varphi}{4}+\frac{\varphi\sin\alpha}{2}-\frac{\cos\alpha\cos2\varphi}{4}+\frac{\cos\alpha}{4}+\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha\right\}$$

$$+1.3QR^3\left\{\frac{\cos\alpha\cos2\varphi}{4}-\frac{\cos\alpha}{4}+\frac{\varphi\sin\alpha}{2}-\frac{\sin\alpha\sin2\varphi}{4}+\cos(\alpha+\varphi)\right.$$

$$+\varphi\sin(\alpha+\varphi)-\cos\alpha\Big\}$$

$$=QR^3\Big\{k\Big[\frac{\varphi}{2}\sin\alpha+\cos(\alpha+\varphi)-0.75\cos\alpha-0.25\cos(\alpha+2\varphi)\Big]$$

$$+1.3\Big[\frac{\varphi}{2}\sin\alpha+\varphi\sin(\alpha+\varphi)+\cos(\alpha+\varphi)-1.25\cos\alpha+0.25\cos(\alpha+2\varphi)\Big]\Big\}$$

9. $$w_{vv}=-\int_0^{\varphi}x(\bar{x}'-x)l'du+\int_0^{\varphi}y(\bar{x}'-x)l'dq-\int_0^{\varphi}y(\bar{y}'-y)l'dv+\int_0^{\varphi}x(\bar{y}'-y)l'dq$$

$$=-\int_0^{\varphi}[a+R\sin(\alpha+\psi)]\Big[a+R\frac{\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)}{\psi}-a-R\sin(\alpha+\psi)\Big]$$

$$\times R\psi[k\cos^2(\alpha+\psi)+1.3\sin^2(\alpha+\psi)]QRd\psi$$

$$+\int_0^{\varphi}[b-R\cos(\alpha+\psi)]\Big[a+R\frac{\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)}{\psi}-a-R\sin(\alpha+\psi)\Big]R\psi$$

$$\times(1.3-k)\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)QRd\psi$$

$$-\int_0^{\varphi}[b-R\cos(\alpha+\psi)]\Big[b+R\frac{\sin\alpha-\sin(\alpha+\psi)}{\psi}-b+R\cos(\alpha+\psi)\Big]R\psi$$

$$\times[1.3\cos^2(\alpha+\psi)+k\sin^2(\alpha+\psi)]QRd\psi$$

$$+\int_0^{\varphi}[a+R\sin(\alpha+\psi)]\Big[b+R\frac{\sin\alpha-\sin(\alpha+\psi)}{\psi}-b+R\cos(\alpha+\psi)\Big]R\psi$$

$$\times(1.3-k)\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)QRd\psi$$

$$=aw_u-bw_v+QR^4\int_0^{\varphi}\{-\sin(\alpha+\psi)[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)$$

$$-\psi\sin(\alpha+\psi)][k\cos^2(\alpha+\psi)+1.3\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$-\cos(\alpha+\psi)[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)-\psi\sin(\alpha+\psi)](1.3-k)\sin(\alpha+\psi)$$

$$\times\cos(\alpha+\psi)d\psi+\cos(\alpha+\psi)[\sin\alpha-\sin(\alpha+\psi)+\psi\cos(\alpha+\psi)]$$

$$\times[1.3\cos^2(\alpha+\psi)+k\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi+\sin(\alpha+\psi)[\sin\alpha-\sin(\alpha+\psi)$$

$$+\psi\cos(\alpha+\psi)](1.3-k)\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi\}$$

$$=aw_u-bw_v+kQR^4\int_0^{\varphi}[-\sin(\alpha+\psi)\cos\alpha\cos^2(\alpha+\psi)+\sin(\alpha+\psi)\cos^3(\alpha+\psi)$$

$$+\psi\sin^2(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)+\cos^2(\alpha+\psi)\cos\alpha\sin(\alpha+\psi)$$

$$-\cos^3(\alpha+\psi)\sin(\alpha+\psi)-\psi\sin^2(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)$$

$$+\sin\alpha\cos(\alpha+\psi)\sin^2(\alpha+\psi)-\cos(\alpha+\psi)\sin^3(\alpha+\psi)$$

$$+\psi\cos^2(\alpha+\psi)\sin^2(\alpha+\psi)-\sin^2(\alpha+\psi)\sin\alpha\cos(\alpha+\psi)+\cos(\alpha+\psi)$$

$$\times\sin^3(\alpha+\psi)-\psi\cos^2(\alpha+\psi)\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$+1.3QR^4\int_0^{\varphi}[-\sin^3(\alpha+\psi)\cos\alpha+\sin^3(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)+\psi\sin^4(\alpha+\psi)$$

$$= \pm kQ \int_0^l \left[a + \frac{1}{2}(l-l')\cos\alpha - a - \frac{1}{2}(l-2l')\cos\alpha \right] l'\cos\alpha dl'$$

$$= \pm kQ \int_0^l \frac{l'^2}{2}\cos^2\alpha dl'$$

$$= \pm kQ \left[\frac{l'^3}{6} \right]_0^l \cos^2\alpha$$

$$= \pm \frac{kQl^3}{6}\cos^2\alpha$$

2. $w_{ab} = \int_0^l y(\bar{x}' - x) l'' ds$

$$= \pm kQ \int_0^l \left[b + \left(\frac{l}{2} - l'\right)\sin\alpha \right] \left[a + \left(\frac{l}{2} - \frac{l'}{2}\right)\cos\alpha - a - \left(\frac{l}{2} - l'\right)\cos\alpha \right]$$
$$\times l'\cos\alpha dl'$$

$$= bw_a \pm kQ \int_0^l \left(\frac{l}{2} - l'\right)\frac{l'^2}{2}\sin\alpha\cos^2\alpha dl'$$

$$= bw_a \pm kQ \left[\frac{l}{4}\sin\alpha\cos^2\alpha \int_0^l l'^2 dl' - \frac{\sin\alpha\cos^2\alpha}{2}\int_0^l l'^3 dl' \right]$$

$$= bw_a \pm kQ \left\{ \frac{l}{12}\sin\alpha\cos^2\alpha [l'^3]_0^l - \frac{1}{8}\sin\alpha\cos^2\alpha [l'^4]_0^l \right\}$$

$$= bw_a \mp \frac{kQl^4}{24}\cos^2\alpha\sin\alpha$$

3. $w_{aa} = -\int_0^l x(\bar{x}' - x) l'' ds$

$$= \mp kQ \int_0^l \left[a + \left(\frac{l}{2} - l'\right)\cos\alpha \right] \left[a + \left(\frac{l}{2} - \frac{l'}{2}\right)\cos\alpha - a - \left(\frac{l}{2} - l'\right)\cos\alpha \right]$$
$$\times l'\cos\alpha dl'$$

$$= -aw_a \mp kQ \int_0^l \left(\frac{l}{2} - l'\right)\frac{l'^2}{2}\cos\alpha\cos^2\alpha dl'$$

$$= -aw_a \mp kQ \left\{ \frac{l}{12}\cos^3\alpha [l'^3]_0^l - \frac{1}{8}\cos^3\alpha [l'^4]_0^l \right\}$$

$$= -aw_a \pm \frac{kQl^4}{24}\cos^3\alpha$$

w_a、w_{ab}、w_{aa}中：　当$-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$时取上符号

当$\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$时取下符号

X（水平）轴向荷载有关变形系数：

4. $w_b=-\int_0^l(\bar{y}'-y)l''ds$

$$=\mp kQ\int_0^l\left[b+\frac{1}{2}(l-l')\sin\alpha-b-\left(\frac{l}{2}-l'\right)\sin\alpha\right]l'\sin\alpha dl'$$

$$=\mp kQ\int_0^l\frac{l'^2}{2}\sin^2\alpha dl'$$

$$=\mp kQ\sin^2\alpha\left[\frac{l'^3}{6}\right]_0^l$$

$$=\mp\frac{kQl^3}{6}\sin^2\alpha$$

5. $w_{ba}=\int_0^l x(\bar{y}'-y)l''ds$

$$=\pm kQ\int_0^l\left[a+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\cos\alpha\right]\left[b+\left(\frac{l}{2}-\frac{l'}{2}\right)\sin\alpha-b-\left(\frac{l}{2}-l'\right)\sin\alpha\right]$$
$$\times l'\sin\alpha dl'$$

$$=-aw_b\pm kQ\int_0^l\left(\frac{l}{2}-l'\right)\frac{l'^2}{2}\cos\alpha\sin^2\alpha dl'$$

$$=-aw_b\pm kQ\left\{\frac{l}{12}\cos\alpha\sin^2\alpha[l'^3]_0^l-\frac{1}{8}\cos\alpha\sin^2\alpha[l'^4]_0^l\right\}$$

$$=-aw_b\mp\frac{kQl^4}{24}\sin^2\alpha\cos\alpha$$

6. $w_{bb}=-\int_0^l y(\bar{y}'-y)l''ds$

$$=\mp kQ\int_0^l\left[b+\left(\frac{l}{2}-l'\right)\sin\alpha\right]\left[b+\left(\frac{l}{2}-\frac{l'}{2}\right)\sin\alpha-b-\left(\frac{l}{2}-l'\right)\sin\alpha\right]$$
$$\times l'\sin\alpha dl'$$

$$=bw_b\mp kQ\int_0^l\left(\frac{l}{2}-l'\right)\frac{l'^2}{2}\sin^3\alpha\,dl'$$

$$=bw_b\mp kQ\left\{\frac{l}{12}\sin^2\alpha[l'^3]_0^l-\frac{1}{8}\sin^3\alpha[l'^4]_0^l\right\}$$

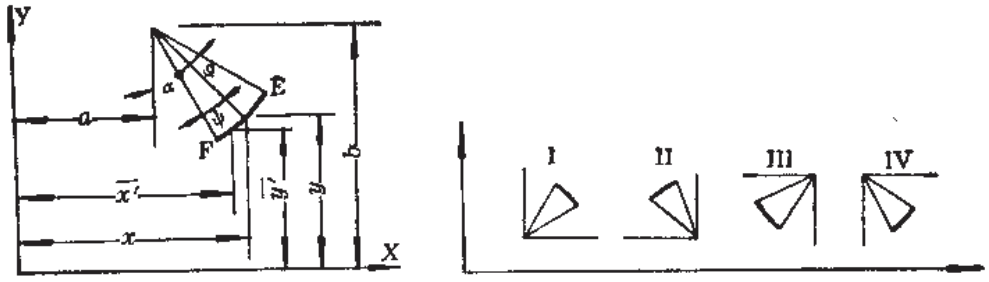
$$=bw_b\pm\frac{kQl^4}{24}\sin^3\alpha$$

w_b、w_{ba}、w_{bb}中：　当 $0<\alpha<\pi$ 时取上符号

　　当 $\pi<\alpha<2\pi$ 时取下符号

Z轴向（与管线所在平面相垂直）荷载，其变形系数w_u、w_v、w_w与沿管线全长均布的荷载的变形系数计算公式相同。

（二）圆弧管[弯曲半径R、中心角φ、F端半径与垂直轴夹角α、圆心座标(a,b)]



附图 5-6　$x=a+R\sin(\alpha+\psi)$，$y=b-R\cos(\alpha+\psi)$

Y(垂直)轴向荷载有关变形系数w_a、w_{ab}、w_{aa}用的数据：

合力中心：$\bar{x}'=a+\frac{R}{2}[\sin(\alpha+\psi)+\sin\alpha]$

受载长度l''：当弧形位向为III、IV象限时，$l''=R[\sin(\alpha+\psi)-\sin\alpha]$；
当弧形位向为I、II象限时，$l''=-R[\sin(\alpha+\psi)-\sin\alpha]$；

X(水平)轴向荷载有关变形系数w_b、w_{ba}、w_{bb}用的数据：

合力中心：$\bar{y}'=b-\frac{R}{2}[\cos(\alpha+\psi)+\cos\alpha]$

受载长度l''：当弧形位向为I、IV象限时，$l''=R[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)]$；
当弧形位向为II、III象限时，$l''=-R[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)]$。

所谓位向象限是指弧管相对弧心的方向，并按右上图确定

Y（垂直）轴向荷载有关变形系数：

1. $w_a=\int_0^{\varphi}(\bar{x}'-x)l''ds$

$$=\pm kQ\int_0^{\varphi}[a+\frac{R}{2}\sin(\alpha+\psi)+\frac{R}{2}\sin\alpha-a-R\sin(\alpha+\psi)][\sin(\alpha+\psi)-\sin\alpha]R^2d\psi$$

$$=\pm kQ\int_0^{\varphi}\left[\frac{R}{2}\sin\alpha-\frac{R}{2}\sin(\alpha+\psi)\right][\sin(\alpha+\psi)-\sin\alpha]R^2d\psi$$

$$=\mp\frac{kQR^3}{2}\int_0^{\varphi}[\sin^2(\alpha+\psi)-2\sin\alpha\sin(\alpha+\psi)+\sin^2\alpha]d\psi$$

$$=\mp\frac{kQR^3}{2}\left\{\int_0^{\varphi}\frac{1-\cos2(\alpha+\psi)}{2}d\psi-2\sin\alpha\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)d\psi+\varphi\sin^2\alpha\right\}$$

$$=\mp\frac{kQR^3}{2}\left\{\frac{\varphi}{2}-\frac{1}{4}[\sin2(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}+2\sin\alpha[\cos(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}+\varphi\sin^2\alpha\right\}$$

$$=\mp kQR^3\left\{\frac{\varphi}{4}-\frac{1}{8}[\sin2(\alpha+\varphi)-\sin2\alpha]+\sin\alpha[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]+\frac{\varphi}{4}(1-\cos2\alpha)\right\}$$

$$=\mp kQR^3\left[\frac{\varphi}{4}(2-\cos2\alpha)-\frac{1}{8}\sin2(\alpha+\varphi)+\sin\alpha\cos(\alpha+\varphi)-\frac{3}{8}\sin2\alpha\right]$$

$$-\frac{\sin\alpha\sin2\alpha}{2}-\cos(\alpha+\varphi)+\cos\alpha+\frac{1}{3}\cos^3(\alpha+\varphi)-\frac{1}{3}\cos^3\alpha\Big]$$

$$=-aw_a\pm kQR^4\Big\{\frac{\cos^3(\alpha+\varphi)-\cos^3\alpha}{6}-\frac{\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha}{2}$$

$$-\frac{\sin\alpha}{2}[\varphi-\sin(\alpha+\varphi)\cos(\alpha+\varphi)+\sin\alpha\cos(\alpha+\varphi)]\Big\}$$

w_a、w_{ab}、w_{aa} 中符号的确定：当弧管位向为III、IV象限时，用上符号；当弧管位向为I、II象限时，用下符号。

X（水平）轴向荷载有关变形系数：

4. $w_b=-\int_0^{\varphi}(\bar{y}'-y)l''ds$

$$=\mp kQ\int_0^{\varphi}\Big[b-\frac{R}{2}\cos(\alpha+\psi)-\frac{R}{2}\cos\alpha-b+R\cos(\alpha+\psi)\Big]$$

$$\times R[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)]Rd\psi$$

$$=\pm\frac{kQR^3}{2}\int_0^{\varphi}[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)]^2d\psi$$

$$=\pm\frac{kQR^3}{2}\int_0^{\varphi}[\cos^2\alpha-2\cos\alpha\cos(\alpha+\psi)+\cos^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$=\pm\frac{kQR^3}{2}\Big\{\varphi\cos^2\alpha-2\cos\alpha[\sin(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}+\frac{1}{2}\int_0^{\varphi}[\cos2(\alpha+\psi)+1]d\psi\Big\}$$

$$=\pm\frac{kQR^3}{2}\Big\{\varphi\cos^2\alpha-2\cos\alpha\sin(\alpha+\varphi)+\sin2\alpha+\frac{1}{4}[\sin2(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}+\frac{\varphi}{2}\Big\}$$

$$=\pm kQR^3\Big[\frac{\varphi}{4}(2+\cos2\alpha)+\frac{1}{8}\sin2(\alpha+\varphi)-\cos\alpha\sin(\alpha+\varphi)+\frac{3}{8}\sin2\alpha\Big]$$

5. $w_{ba}=\int_0^{\varphi}x(\bar{y}'-y)l''ds$

$$=\pm kQ\int_0^{\varphi}[a+R\sin(\alpha+\psi)]\Big[b-\frac{R}{2}\cos(\alpha+\psi)-\frac{R}{2}\cos\alpha-b+R\cos(\alpha+\psi)\Big]$$

$$\times R[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)]Rd\psi$$

$$=-aw_b\pm\frac{kQR^4}{2}\int_0^{\varphi}-\sin(\alpha+\psi)[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)]^2d\psi$$

$$=-aw_b\pm\frac{kQR^4}{2}\int_0^{\varphi}[\cos^2\alpha-2\cos\alpha\cos(\alpha+\psi)+\cos^2(\alpha+\psi)]d\cos(\alpha+\psi)$$

$$=-aw_b\pm\frac{kQR^4}{2}\Big\{\cos^2\alpha[\cos(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}-2\cos\alpha\Big[\frac{\cos^2(\alpha+\psi)}{2}\Big]_0^{\varphi}$$

$$+\frac{1}{3}[\cos^3(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}\Big\}$$

$$= -aw_b \pm \frac{kQR^4}{2}\Big[\cos^2\alpha\cos(\alpha+\varphi) - \cos^3\alpha - \cos\alpha\cos^2(\alpha+\varphi) + \cos^3\alpha$$

$$+\frac{1}{3}\cos^3(\alpha+\varphi) - \frac{1}{3}\cos^3\alpha\Big]$$

$$= -aw_b \pm \frac{kQR^4}{6}[\cos(\alpha+\varphi) - \cos\alpha]^3$$

6. $w_{bb} = -\int_0^{\varphi} y(\bar{y}' - y)l''ds$

$$= \mp kQ\int_0^{\varphi}[b - R\cos(\alpha+\psi)]\Big[b - \frac{R}{2}\cos(\alpha+\psi) - \frac{R}{2}\cos\alpha - b - R\cos(\alpha+\psi)\Big]$$

$$\times R[\cos\alpha - \cos(\alpha+\psi)]Rd\psi$$

$$= bw_b \mp \frac{kQR^4}{2}\int_0^{\varphi}\cos(\alpha+\psi)[\cos^2\alpha - 2\cos\alpha\cos(\alpha+\psi) + \cos^2(\alpha+\psi)]d\psi$$

$$= bw_b \mp \frac{kQR^4}{2}\Big\{[\cos^2\alpha\sin(\alpha+\psi)]_0^{\varphi} - 2\int_0^{\varphi}\cos\alpha\cos^2(\alpha+\psi)d\psi + \int_0^{\varphi}\cos^3(\alpha+\psi)d\psi\Big\}$$

$$= bw_b \mp \frac{kQR^4}{2}\Big\{\cos^2\alpha\sin(\alpha+\varphi) - \cos^2\alpha\sin\alpha - \cos\alpha\int_0^{\varphi}[\cos2(\alpha+\psi)+1]d\psi$$

$$+\int_0^{\varphi}[1 - \sin^2(\alpha+\psi)]d\sin(\alpha+\psi)\Big\}$$

$$= bw_b \pm \frac{kQR^4}{2}\Big\{\cos^2\alpha\sin(\alpha+\varphi) - \cos^2\alpha\sin\alpha - \frac{\cos\alpha}{2}[\sin2(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}$$

$$-\varphi\cos\alpha + [\sin(\alpha+\psi)]_0^{\varphi} - \frac{1}{3}[\sin^3(\alpha+\psi)]_0^{\varphi}\Big\}$$

$$= bw_b \mp \frac{kQR^4}{2}\Big\{\cos^2\alpha\sin(\alpha+\varphi) - \cos^2\alpha\sin\alpha - \frac{\cos\alpha\sin2(\alpha+\varphi)}{2} + \frac{\cos\alpha\sin2\alpha}{2}$$

$$-\varphi\cos\alpha + \sin(\alpha+\varphi) - \sin\alpha - \frac{1}{3}\sin^3(\alpha+\varphi) + \frac{1}{3}\sin^3\alpha\Big\}$$

$$= bw_b \pm kQR^4\Big\{\frac{\sin^3(\alpha+\varphi) - \sin^3\alpha}{6} - \frac{\sin(\alpha+\varphi) - \sin\alpha}{2}$$

$$+\frac{\cos\alpha}{2}[\varphi + \sin(\alpha+\varphi)\cos(\alpha+\varphi) - \cos\alpha\sin(\alpha+\varphi)]\Big\}$$

w_b、$w_{b\alpha}$、w_{bb}中符号的确定：当弧管位向为Ⅰ、Ⅳ象限时，用上符号；当弧管位向为Ⅱ、Ⅲ象限时，用下符号。

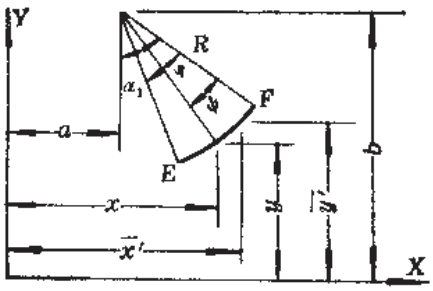
Z轴向（与管线所在平面相垂直的方向）荷载，其变形系数w_u、w_v、w_w与沿管线全长均布的荷载的变形系数计算公式相同。

在以上的公式中，对圆弧管仅积算了逆钟向（由F端到E端）的变形系数公式，对于顺钟向的变形系数应按附图 5-7 的关系来积算，推导的结果可以看出以下两个规律：

（1）对集中力荷载的变形系数而言，逆钟向与顺钟向是相同的。下面以s_a的公式推

导作为例证。

$$\overset{\curvearrowright}{s}_a=\int_0^{\varphi}x\,ds=kQ\int_0^{\varphi}x\,dl'=kQ\int_0^{\varphi}[a+R\sin(\alpha_1-\psi_1)]Rd\psi_1$$



附图 5-7

$$=a\,kQ\,R\varphi-kQ\int_0^{\varphi}R^2\sin(\alpha_1-\psi_1)d(-\psi_1)$$

$$=akQR\varphi+kQR^2[\cos(\alpha_1-\psi_1)]_0^{\varphi}$$

$$=akQR\varphi+kQR^2[\cos(\alpha_1-\varphi)-\cos\alpha_1]$$

而逆钟向 弧段的$\overset{\curvearrowleft}{s}_a=akQR\varphi-kQR^2[\cos(\alpha+\varphi)-\cos\alpha]$，

但因$\alpha_1-\varphi=\alpha$，$\alpha_1=\alpha+\varphi$，故$\overset{\curvearrowright}{s}_a=\overset{\curvearrowleft}{s}_a$。

其他顺、逆钟向弧段集中力荷载的变形系数也是相同的。

对直管元件也是相同的。

（2）对均布荷载（包括沿管线全长均布的和沿管线某方向投影长度均布的）的变形系数有如下的规律：即把逆钟向弧元件变形系数公式中的φ代之以$-\varphi$，就得到顺钟向弧元件的变形系数公式了。下面以沿管线全长均布的荷载的w_a公式推导作为例证：

$$\overset{\curvearrowright}{w}_a=\int_0^{\varphi}(\bar{x}'-x)l'ds=kQ\int_0^{\varphi}(\bar{x}'-x)R\psi_1Rd\psi_1$$

$$=kQ\int_0^{\varphi}\left[a+R\frac{\cos(\alpha_1-\psi_1)-\cos\alpha_1}{\psi_1}-a-R\sin(\alpha_1-\psi_1)\right]R^2\psi_1d\psi_1$$

$$=kQR^3\int_0^{\varphi}-[\cos(\alpha_1-\psi_1)-\cos\alpha_1-\psi_1\sin(\alpha_1-\psi_1)]d(-\psi_1)$$

$$=kQR^3\{[-\sin(\alpha_1-\psi_1)]_0^{\varphi}+\cos\alpha_1[-\psi_1]_0^{\varphi}+\int_0^{\varphi}\psi_1(\sin\alpha_1\cos\psi_1-\cos\alpha_1\sin\psi_1)$$
$$\times d(-\psi_1)\}$$

$$=kQR^3\{\sin\alpha_1-\sin(\alpha_1-\varphi)-\varphi\cos\alpha_1-\sin\alpha_1[\cos\psi_1-\psi_1\sin\psi_1]_0^{\varphi}$$
$$+\cos\alpha_1[\sin\psi_1-\psi_1\cos\psi_1]_0^{\varphi}\}$$

$$=kQR^3[\sin\alpha_1-\sin(\alpha_1-\varphi)-\varphi\cos\alpha_1-\sin\alpha_1\cos\varphi-\varphi\sin\alpha_1\sin\varphi+\sin\alpha_1$$
$$+\cos\alpha_1\sin\varphi-\varphi\cos\alpha_1\cos\varphi]$$

$$=kQR^3[2\sin\alpha_1-2\sin(\alpha_1-\varphi)-\varphi\cos(\alpha_1-\varphi)-\varphi\cos\alpha_1]$$

$$=-kQR^3\{\varphi[\cos(\alpha_1-\varphi)+\cos\alpha_1]+2[\sin(\alpha_1-\varphi)-\sin\alpha_1]\}$$

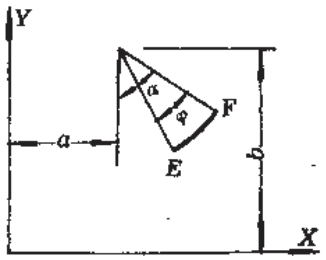
（其中合力中心

$$\bar{x}'=\frac{\int_0^{\varphi_1}xdl'}{\int_0^{\varphi_1}dl'}=\frac{\int_0^{\varphi_1}[a+R\sin(\alpha_1-\psi_1')]Rd\psi_1'}{R\int_0^{\varphi_1}d\psi_1'}$$

$$= a + R\frac{-\int_0^{\psi_1}\sin(\alpha_1-\psi_1')d(-\psi_1')}{\psi_1}$$

$$= a + R\frac{[\cos(\alpha_1-\psi_1')]_0^{\psi_1}}{\psi_1}$$

$$= a + R\frac{\cos(\alpha_1-\psi_1)-\cos\alpha_1}{\psi_1})$$



附图5-8

而$\overset{\curvearrowleft}{w_a} = kQR^3\{\varphi[\cos(\alpha+\varphi)+\cos\alpha]-2[\sin(\alpha+\varphi)-\sin\alpha]\}$

从以上算式中可以看出以$-\varphi$代替φ的规律，并且这个规律对其他均布荷载的变形系数的公式也是适用的。因此，可以按照此规律来写出全部顺钟向弧元件的变形系数公式，并以【 】符号来标注，以区别于逆钟向弧元件：

（1）沿管线全长均布的荷载的变形系数：

$$【w_a = -kQR^3\{\varphi[\cos(\alpha-\varphi)+\cos\alpha]+2[\sin(\alpha-\varphi)-\sin\alpha]\}】$$

$$【w_{ab} = bw_a - kQR^4\left\{\frac{\varphi}{2}\left[1-\frac{\cos2(\alpha-\varphi)}{2}\right]-\frac{3}{8}[\sin2(\alpha-\varphi)-\sin2\alpha]+\cos\alpha[\sin(\alpha-\varphi)-\sin\alpha]\right\}】$$

$$【w_{aa} = -aw_a + kQR^4\left\{\frac{\varphi}{4}[\varphi+\sin2(\alpha-\varphi)]-\frac{3}{8}[\cos2(\alpha-\varphi)-\cos2\alpha]+\cos\alpha[\cos(\alpha-\varphi)-\cos\alpha]\right\}】$$

$$【w_b = -kQR^3\{\varphi[\sin(\alpha-\varphi)+\sin\alpha-2[\cos(\alpha-\varphi)-\cos\alpha]\}】$$

$$【w_{ba} = -aw_b + kQR^4\left\{\frac{\varphi}{2}\left[1+\frac{\cos2(\alpha-\varphi)}{2}\right]+\frac{3}{8}[\sin2(\alpha-\varphi)-\sin2\alpha]-\sin\alpha[\cos(\alpha-\varphi)-\cos\alpha]\right\}】$$

$$【w_{bb} = bw_b - kQR^4\left\{\frac{\varphi}{4}[-\varphi+\sin2(\alpha-\varphi)]-\frac{3}{8}[\cos2(\alpha-\varphi)-\cos2\alpha]-\sin\alpha[\sin(\alpha-\varphi)-\sin\alpha]\right\}】$$

$$【w_u = -QR^3\left\{k\left[\frac{-\varphi}{2}\cos\alpha-\sin(\alpha-\varphi)+0.75\sin\alpha+0.25\sin(\alpha-2\varphi)\right]+1.3\left[\frac{-\varphi}{2}\cos\alpha-\varphi\cos(\alpha-\varphi)-\sin(\alpha-\varphi)+1.25\sin\alpha-0.25\sin(\alpha-2\varphi)\right]\right\}】$$

$$【w_v = QR^3\left\{k\left[\frac{-\varphi}{2}\sin\alpha+\cos(\alpha-\varphi)-0.75\cos\alpha-0.25\cos(\alpha-2\varphi)\right]+1.3\left\{\frac{-\varphi}{2}\times\sin\alpha-\varphi\sin(\alpha-\varphi)+\cos(\alpha-\varphi)-1.25\cos\alpha+0.25\cos(\alpha-2\varphi)\right]\right\}】$$

$$【w_{uv} = aw_u - bw_v + 1.3QR^4\left(\frac{\varphi^2}{2}+\cos\varphi-1\right)】$$

（2）沿管线某方向投影长度均布的荷载的变形系数：

$$\left[w_a = \mp k\,Q\,R^3\left[\frac{-\varphi}{4}(2-\cos 2\alpha)-\frac{\sin 2(\alpha-\varphi)}{8}+\sin\alpha\cos(\alpha-\varphi)-\frac{3}{8}\sin 2\alpha\right]\right]$$

$$\left[w_{ab}=bw_a\pm\frac{kQR^4}{6}[\sin(\alpha-\varphi)-\sin\alpha]^3\right]$$

$$\left[w_{aa}=-aw_a\pm k\,Q\,R^4\left\{\frac{\cos^3(\alpha-\varphi)-\cos^3\alpha}{6}-\frac{\cos(\alpha-\varphi)-\cos\alpha}{2}\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{\sin\alpha}{2}[-\varphi-\sin(\alpha-\varphi)\cos(\alpha-\varphi)+\sin\alpha\cos(\alpha-\varphi)]\right\}\right]$$

$$\left[w_b=\pm k\,QR^3\left[\frac{-\varphi}{4}(2+\cos 2\alpha)+\frac{\sin 2(\alpha-\varphi)}{8}-\cos\alpha\sin(\alpha-\varphi)+\frac{3}{8}\sin 2\alpha\right]\right]$$

$$\left[w_{bb}=-aw_b\pm\frac{kQR^4}{6}[\cos(\alpha-\varphi)-\cos\alpha]^3\right]$$

$$\left[w_{bb}=bw_b\pm kQR^4\left\{\frac{\sin^3(\alpha-\varphi)-\sin^3\alpha}{6}-\frac{\sin(\alpha-\varphi)-\sin\alpha}{2}\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\cos\alpha}{2}[-\varphi+\sin(\alpha-\varphi)\cos(\alpha-\varphi)-\cos\alpha\sin(\alpha-\varphi)]\right\}\right]$$

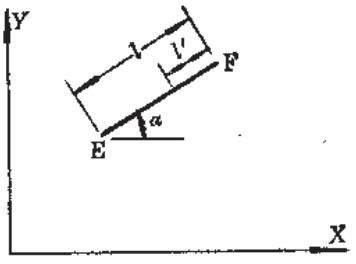
w_{ab}、w_{ba}、w_{aa}的算式与沿管线全长均布的荷载的变形系数算式相同。

对于直元件受均布荷载同样也有F端与E端的方向问题，不过只要改变α角为($\alpha+180°$)角，即可得到F、E端反向的变形系数公式。

附录六　剪切及拉压变形系数的推证

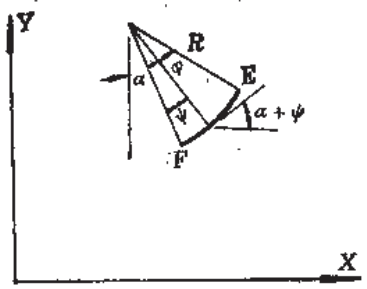
一、集中力荷载的变形系数

（一）直管（长度为l、倾角为α）



附图 6-1

α角为F端外伸线与X轴正向间夹角



附图 6-2

$$S=2.6\,Qr_p^2\int_0^l dl'=2.6Qr_p^2l$$

$$U=Qr_p^2\int_0^l(2.6\cos^2\alpha+0.5\sin^2\alpha)dl'$$

$$=Qr_p^2(2.6l\cos^2\alpha+0.5l\sin^2\alpha)$$

$$V=Qr_p^2\int_0^l(2.6\sin^2\alpha+0.5\cos^2\alpha)\,dl'$$

$$=Qr_p^2(2.6l\sin^2\alpha+0.5l\cos^2\alpha)$$

$$W=Qr_p^2\,2.1\int_0^l\sin\alpha\cos\alpha dl'=2.1Qr_p^2l\sin\alpha\cos\alpha$$

（二）圆弧管（半径R、中心角φ、弧末端半径与垂直轴负向间夹角α、F至E为逆钟向）

$$S=2.6Qr_p^2\int_0^\varphi Rd\psi=2.6Qr_p^2R\varphi$$

$$U=Qr_p^2\left[2.6\int_0^\varphi\cos^2(\alpha+\psi)\,Rd\psi+0.5\int_0^\varphi\sin^2(\alpha+\psi)\,Rd\psi\right]$$

$$=Qr_p^2R\left\{2.6\left[\frac{1}{2}(\alpha+\psi)_0^\varphi+\frac{1}{4}\sin2(\alpha+\psi)_0^\varphi\right]+0.5\left[\frac{1}{2}(\alpha+\psi)_0^\varphi\right.\right.$$

$$\left.\left.-\frac{1}{4}\sin2(\alpha+\psi)_0^\varphi\right]\right\}$$

$$=Qr_p^2R\left\{2.6\left[\frac{\varphi}{2}+0.25\sin2(\alpha+\varphi)-0.25\sin2\alpha\right]+0.5\left[\frac{\varphi}{2}-0.25\sin2(\alpha+\varphi)\right.\right.$$

$$\left.\left.+0.25\sin2\alpha\right]\right\}$$

$$=Qr_p^2R[0.525\sin2(\alpha+\varphi)-0.525\sin2\alpha+1.55\varphi]$$

$$V=Qr_p^2\left[2.6\int_0^\varphi\sin^2(\alpha+\psi)Rd\psi+0.5\int_0^\varphi\cos^2(\alpha+\psi)Rd\psi\right]$$

$$=Qr_p^2R\left\{2.6\left[\frac{1}{2}(\alpha+\psi)_0^\varphi-\frac{1}{4}\sin2(\alpha+\psi)_0^\varphi\right]+0.5\left[\frac{1}{2}(\alpha+\psi)_0^\varphi\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{1}{4}\sin2(\alpha+\psi)_0^\varphi\right]\right\}$$

$$=Qr_p^2R\left\{2.6\left[\frac{\varphi}{2}-0.25\sin2(\alpha+\varphi)+0.25\sin2\alpha\right]+0.5\left[\frac{\varphi}{2}+0.25\sin2(\alpha+\varphi)\right.\right.$$

$$\left.\left.-0.25\sin2\alpha\right]\right\}$$

$$=Qr_p^2R[1.55\varphi-0.525\sin2(\alpha+\varphi)+0.525\sin2\alpha]$$

$$W=2.1\,Qr_p^2\int_0^\varphi\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)\,Rd\psi$$

$$=2.1\,Qr_p^2\,R\left[\frac{\sin^2(\alpha+\psi)}{2}\right]_0^\varphi$$

$$=2.1\,Qr_p^2R\,\frac{1}{2}[\sin^2(\alpha+\varphi)-\sin^2\alpha]$$

$$=1.05Qr_p^2R\left\{\frac{1}{2}[1-\cos2(\alpha+\varphi)]-\frac{1}{2}[1-\cos2\alpha]\right\}$$

$=0.525Qr_p^2R[\cos2\alpha-\cos2(\alpha+\varphi)]$

（三）顺钟向的圆弧管集中荷载变形系数与逆钟向的相同。现以U为例给予证明：

$$\widehat{U}=Qr_p^2\left[2.6\int_0^{\varphi}\cos^2(\alpha_1-\psi_1)Rd\psi_1+0.5\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha_1-\psi_1)Rd\psi_1\right]$$

$$=Qr_p^2R\left\{-2.6\left[\frac{\sin2(\alpha_1-\psi_1)_0^{\varphi}}{4}+\frac{1}{2}(\alpha_1-\psi_1)_0^{\varphi}\right]-0.5\left[\frac{1}{2}(\alpha_1-\psi_1)_0^{\varphi}-\frac{\sin2(\alpha_1-\psi_1)_0^{\varphi}}{4}\right]\right\}$$

$$=Qr_p^2R\{-0.65[\sin2(\alpha_1-\varphi)-\sin2\alpha_1]+1.3\varphi+0.25\varphi+0.125\sin2(\alpha_1-\varphi)-0.125\sin2\alpha_1\}$$

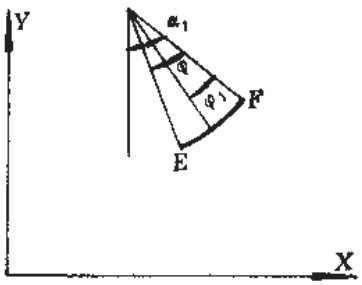
$$=Qr_p^2R[1.55\varphi-0.525\sin2(\alpha_1-\varphi)+0.525\sin2\alpha_1]$$

而式中　$\alpha_1-\varphi$相当于逆钟向的α，

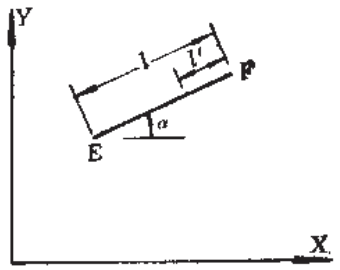
α_1　相当于逆钟向的$\alpha+\varphi$。

$$\therefore\widehat{U}=Qr_p^2R[1.55\varphi-0.525\sin2\alpha+0.525\sin2(\alpha+\varphi)]=\overleftarrow{U}$$

此规律与弯曲、扭转的变形系数规律是相同的。



附图 6-3



附图 6-4

二、均布荷载（沿管线长度均布的）q_x、q_y、q_z

（一）直管（长度为l，倾角为α）

$$U_{gn}=\frac{1}{2EJ}\int_0^l Qr_p^2(2.6F_s^2+2.6F_s'^2+0.5F_n^2)dl'$$

$$\delta_{gn}=\frac{Qr_p^2}{EJ}\left[2.6\int_0^l F_s\frac{\partial F_s}{\partial P}dl'+2.6\int_0^l F_s'\frac{\partial F_s'}{\partial P}dl'+0.5\int_0^l F_n\frac{\partial F_n}{\partial P}dl'\right]$$

$$F_s=q_yl'\cos\alpha-q_xl'\sin\alpha+P_y^0\cos\alpha-P_x^0\sin\alpha$$

$$F_s'=q_xl'+P_z^0$$

$$F_n=q_yl'\sin\alpha+q_xl'\cos\alpha+P_y^0\sin\alpha+P_x^0\cos\alpha$$

式中　P_x^0、P_y^0、P_z^0为应用卡氏定理求线位移时所需的假想力，其值等于零。

$$\frac{\partial F_s}{\partial P_x}=-\sin\alpha\qquad\frac{\partial F_s'}{\partial P_x}=0\qquad\frac{\partial F_n}{\partial P_x}=\cos\alpha$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial P_y}=\cos\alpha \qquad \frac{\partial F'_x}{\partial P_y}=0 \qquad \frac{\partial F_n}{\partial P_y}=\sin\alpha$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial P_z}=0 \qquad \frac{\partial F'_x}{\partial P_z}=1 \qquad \frac{\partial F_n}{\partial P_z}=0$$

$$EJ\delta_{xnx}=Qr_p^2\Bigg[\ 2.6\int_0^l(q_yl'\cos\alpha-q_xl'\sin\alpha)(-\sin\alpha)\,dl'$$

$$+0.5\int_0^l(q_yl'\sin\alpha+q_xl'\cos\alpha)\cos\alpha dl'\ \Bigg]$$

$$=Qr_p^2\Bigg[\ q_y(-2.6\cos\alpha\sin\alpha\int_0^l l'dl'+0.5\sin\alpha\cos\alpha\int_0^l l'dl')$$

$$+q_x\Big(0.5\cos^2\alpha\int_0^l l'dl'+2.6\sin^2\alpha\int_0^l l'dl'\Big)\Bigg]$$

$$=Qr_p^2\left\{q_y\left[-2.1\sin\alpha\cos\alpha\left(\frac{l'^2}{2}\right)_0^l\right]+q_x\left[0.5\left(\frac{l'^2}{2}\right)_0^l+2.1\sin^2\alpha\left(\frac{l'^2}{2}\right)_0^l\right]\right\}$$

$$=Qr_p^2\left[q_y(-1.05l^2\sin\alpha\cos\alpha)+q_x(0.25l^2+1.05l^2\sin^2\alpha)\right]$$

$$=q_yw_{dc}-q_xw_{cc}$$

$$EJ\delta_{xny}=Qr_p^2\Bigg[\ 2.6\int_0^l(q_yl'\cos\alpha-q_xl'\sin\alpha)\cos\alpha dl'$$

$$+0.5\int_0^l(q_yl'\sin\alpha+q_xl'\cos\alpha)\sin\alpha dl'\ \Bigg]$$

$$=Qr_p^2\Bigg[q_y\Big(2.6\cos^2\alpha\int_0^l l'dl'+0.5\sin^2\alpha\int_0^l l'dl'\Big)-q_x\Big(2.6\sin\alpha\cos\alpha\int_0^l l'dl'$$

$$-0.5\sin\alpha\cos\alpha\int_0^l l'dl'\Big)\Bigg]$$

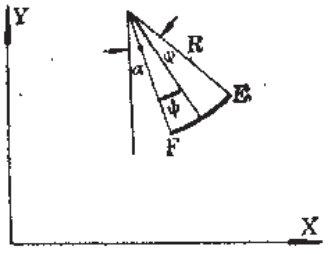
$$=Qr_p^2\left\{q_y\left[0.5\left(\frac{l'^2}{2}\right)_0^l+2.1\cos^2\alpha\left(\frac{l'^2}{2}\right)_0^l\right]-q_x\left[2.1\sin\alpha\cos\alpha\left(\frac{l'^2}{2}\right)_0^l\right]\right\}$$

$$=Qr_p^2[q_y(0.25l^2+1.05l^2\cos^2\alpha)-q_x(1.05l^2\sin\alpha\cos\alpha)]$$

$$=q_yw_{dd}+q_xw_{cd}$$

$$EJ\delta_{xne}=Qr_p^2\left(2.6\int_0^l q_xl'dl'\right)=2.6Qr_p^2q_x\left(\frac{l'^2}{2}\right)_0^l$$

$$=1.3Qr_p^2l^2q_x=q_xw_{ce}$$



附图 6-5

（二）圆弧管（半径R，中心角φ，弧末端半径与垂直轴负向间夹角α，F至E为逆钟向）

$$F_x=q_yR\psi\cos(\alpha+\psi)-q_xR\psi\sin(\alpha+\psi)+P_y^0\cos(\alpha+\psi)-P_x^0\sin(\alpha+\psi)$$

$$F_s' = q_z R\psi + P_z^0$$

$$F_n = -q_y R\psi\sin(\alpha+\psi) - q_x R\psi\cos(\alpha+\psi) - P_y^0\sin(\alpha+\psi) - P_x^0\cos(\alpha+\psi)$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial P_x} = -\sin(\alpha+\psi) \qquad \frac{\partial F_s'}{\partial P_x} = 0 \qquad \frac{\partial F_n}{\partial P_x} = -\cos(\alpha+\psi)$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial P_y} = \cos(\alpha+\psi) \qquad \frac{\partial F_s'}{\partial P_y} = 0 \qquad \frac{\partial F_n}{\partial P_y} = -\sin(\alpha+\psi)$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial P_z} = 0 \qquad \frac{\partial F_s'}{\partial P_z} = 1 \qquad \frac{\partial F_n}{\partial P_z} = 0$$

$$EJ\delta_{snx} = Qr_p^2\left\{2.6\int_0^\varphi [q_y R\psi\cos(\alpha+\psi) - q_x R\psi\sin(\alpha+\psi)][-\sin(\alpha+\psi)]Rd\psi\right.$$

$$\left.+0.5\int_0^\varphi [q_y R\psi\sin(\alpha+\psi) + q_x R\psi\cos(\alpha+\psi)]\cos(\alpha+\psi)\,Rd\psi\right\}$$

$$= Qr_p^2\left\{q_y R^2\left[-2.6\int_0^\varphi \psi\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi\right.\right.$$

$$\left.+0.5\int_0^\varphi \psi\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi\right] + q_x R^2\left[2.6\int_0^\varphi \psi\sin^2(\alpha+\psi)d\psi\right.$$

$$\left.\left.+0.5\int_0^\varphi \psi\cos^2(\alpha+\psi)d\psi\right]\right\}$$

$$= Qr_p^2\left\{q_y R^2\left[-2.1\int_0^\varphi \psi\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi\right]\right.$$

$$\left.+q_x R^2\left[2.1\int_0^\varphi \psi\sin^2(\alpha+\psi)d\psi + 0.5\int_0^\varphi \psi d\psi\right]\right\}$$

$$= Qr_p^2\{-q_y R^2 2.1[0.125\sin 2(\alpha+\varphi) - 0.25\varphi\cos 2(\alpha+\varphi) - 0.125\sin 2\alpha]$$

$$+q_x R^2 2.1\left[\frac{\varphi^2}{4} + 0.125\cos 2\alpha - 0.125\cos 2(\alpha+\varphi) - 0.25\varphi\sin 2(\alpha+\varphi)\right]$$

$$+q_x R^2 \cdot 0.25\varphi^2\}$$

$$= Qr_p^2 R^2\{q_y[0.525\varphi\cos 2(\alpha+\varphi) - 0.2625\sin 2(\alpha+\varphi) + 0.2625\sin 2\alpha]$$

$$+q_x[0.775\varphi^2 + 0.2625\cos 2\alpha - 0.2625\cos 2(\alpha+\varphi) - 0.525\varphi\sin 2(\alpha+\varphi)]\}$$

$$= q_y w_{dc} + q_x w_{dc}$$

$$EJ\delta_{sny} = Qr_p^2\left\{2.6\int_0^\varphi [q_y R\psi\cos(\alpha+\psi) - q_x R\psi\sin(\alpha+\psi)]\cos(\alpha+\psi)\,Rd\psi\right.$$

$$\left.-0.5\int_0^\varphi [q_y R\psi\sin(\alpha+\psi) + q_x R\psi\cos(\alpha+\psi)][-\sin(\alpha+\psi)]Rd\psi\right\}$$

$$= Qr_p^2 R^2\left\{q_y\left[2.6\int_0^\varphi \psi\cos^2(\alpha+\psi)d\psi + 0.5\int_0^\varphi \psi\sin^2(\alpha+\psi)d\psi\right]\right.$$

$$-q_x\left[2.6\int_0^{\varphi}\psi\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)\,d\psi-0.5\int_0^{\varphi}\psi\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)\,d\psi\right]\Bigg\}$$

$$=Qr_p^2R^2\Bigg\{q_y\left[0.5\int_0^{\varphi}\psi d\psi+2.1\int_0^{\varphi}\psi\cos^2(\alpha+\psi)d\psi\right]$$

$$-q_xR^2\left[2.1\int_0^{\varphi}\psi\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi\right]\Bigg\}$$

$$=Qr_p^2R^2\Bigg\{q_y\Big[0.25\varphi^2+2.1\Big(\frac{\varphi^2}{4}-\frac{\cos2\alpha}{8}+\frac{1}{8}\cos2(\alpha+\varphi)$$

$$+\frac{\varphi}{4}\sin2(\alpha+\varphi)\Big)\Big]-q_x\Big[2.1\Big(\frac{1}{8}\sin2(\alpha+\varphi)-\frac{\varphi}{4}\cos2(\alpha+\varphi)-\frac{1}{8}\sin2\alpha\Big)\Big]\Bigg\}$$

$$=Qr_p^2R^2\{q_y[0.775\varphi^2-0.2625\cos2\alpha+0.2625\cos2(\alpha+\varphi)$$

$$+0.525\varphi\sin2(\alpha+\varphi)]-q_x[0.2625\sin2(\alpha+\varphi)-0.525\varphi\cos2(\alpha+\varphi)$$

$$-0.2625\sin2\alpha]\}$$

$$=q_yw_{\alpha\alpha}+q_xw_{\alpha\beta}$$

$$EJ\delta_{\alpha nz}=Qr_p^2\left\{2.6\int_0^{\varphi}q_zR\psi Rd\psi\right\}=2.6Qr_p^2R^2q_z\left(\frac{\psi^2}{2}\right)_0^{\varphi}=1.3Qr_p^2R^2\varphi^2q_z=q_zw_{\alpha\alpha}$$

式中 $\int_0^{\varphi}\psi\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi=\frac{1}{2}\int_0^{\varphi}\psi\sin2(\alpha+\psi)d\psi$

$$=\frac{1}{2}\int_0^{\varphi}\psi(\sin2\alpha\cos2\psi+\cos2\alpha\sin2\psi)d\psi$$

$$=\frac{1}{2}\sin2\alpha\int_0^{\varphi}\psi\cos2\psi d\psi+\frac{1}{2}\cos2\alpha\int_0^{\varphi}\psi\sin2\psi d\psi$$

$$=\frac{1}{2}\sin2\alpha\left[\frac{1}{4}\cos2\psi+\frac{1}{2}\psi\sin2\psi\right]_0^{\varphi}+\frac{1}{2}\cos2\alpha\left[\frac{1}{4}\sin2\psi-\frac{1}{2}\psi\cos2\psi\right]_0^{\varphi}$$

$$=\frac{1}{8}\sin2\alpha\cos2\varphi-\frac{1}{8}\sin2\alpha+\frac{1}{4}\varphi\sin2\alpha\sin2\varphi+\frac{1}{8}\cos2\alpha\sin2\varphi-\frac{\varphi}{4}\cos2\alpha\cos2\varphi$$

$$=\frac{1}{8}\sin2(\alpha+\varphi)-\frac{1}{4}\varphi\cos2(\alpha+\varphi)-\frac{1}{8}\sin2\alpha\int_0^{\varphi}\psi\sin^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$=\int_0^{\varphi}\psi\frac{1-\cos2(\alpha+\psi)}{2}d\psi$$

$$=\frac{1}{2}\int_0^{\varphi}\psi d\psi-\frac{1}{2}\int_0^{\varphi}\psi(\cos2\alpha\cos2\psi-\sin2\alpha\sin2\psi)\,d\psi$$

$$=\frac{\varphi^2}{4}-\frac{\cos2\alpha}{2}\left[\frac{1}{4}\cos2\psi+\frac{1}{2}\psi\sin2\psi\right]_0^{\varphi}+\frac{\sin2\alpha}{2}\left[\frac{1}{4}\sin2\psi-\frac{1}{2}\psi\cos2\psi\right]_0^{\varphi}$$

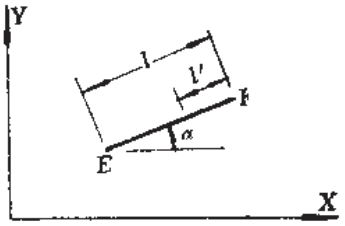
$$=\frac{\varphi^2}{4}-\frac{1}{8}\cos2\alpha\cos2\varphi+\frac{\cos2\alpha}{8}-\frac{\cos2\alpha}{4}\varphi\sin2\varphi+\frac{1}{8}\sin2\alpha\sin2\varphi-\frac{\varphi}{4}\sin2\alpha\cos2\varphi$$

$$=\frac{\varphi^2}{4}+\frac{\cos2\alpha}{8}-\frac{1}{8}\cos2(\alpha+\varphi)-\frac{\varphi}{4}\sin2(\alpha+\varphi)\int_0^{\varphi}\psi\cos^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$=\int_0^{\varphi}\psi[1-\sin^2(\alpha+\psi)]d\psi=\int_0^{\varphi}\psi d\psi\quad\int_0^{\varphi}\psi\sin^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$=\frac{\varphi^2}{2}-\frac{\varphi^2}{4}-\frac{\cos2\alpha}{8}+\frac{1}{8}\cos2(\alpha+\varphi)+\frac{\varphi}{4}\sin2(\alpha+\varphi)$$

$$=\frac{\varphi^2}{4}-\frac{\cos2\alpha}{8}+\frac{1}{8}\cos2(\alpha+\varphi)+\frac{\varphi}{4}\sin2(\alpha+\varphi)$$



附图 6-6

三、均布荷载(沿管线投影长度均布的)q_x、q_y、q_z

(一)直管(长度为 l，倾角为 α)

$$F_s=\pm q_y l'\cos\alpha\cos\alpha\mp q_x l'\sin\alpha\sin\alpha+P_y^0\cos\alpha-P_x^0\sin\alpha$$

$$F_s'=q_z l'+P_z^0$$

$$F_n=\pm q_y l'\cos\alpha\sin\alpha\pm q_x l'\sin\alpha\cos\alpha+P_y^0\sin\alpha+P_z^0\cos\alpha$$

q_y项：当 $\alpha=-\frac{\pi}{2}\sim\frac{\pi}{2}$ 时，取上符号；

当 $\alpha=\frac{\pi}{2}\sim\frac{3\pi}{2}$ 时，取下符号。

q_x项：当 $\alpha=0\sim\pi$ 时，取上符号；

当 $\alpha=\pi\sim2\pi$ 时，取下符号。

$$\frac{\partial F_s}{\partial P_x}=-\sin\alpha\qquad\frac{\partial F_s'}{\partial P_x}=0\qquad\frac{\partial F_n}{\partial P_x}=\cos\alpha$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial P_y}=\cos\alpha\qquad\frac{\partial F_s'}{\partial P_y}=0\qquad\frac{\partial F_n}{\partial P_y}=\sin\alpha$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial P_z}=0\qquad\frac{\partial F_s'}{\partial P_z}=1\qquad\frac{\partial F_n}{\partial P_z}=0$$

$$EJ\delta_{snx}=Qr_p^2\left\{2.6\int_0^l[\pm q_y l'\cos^2\alpha\mp q_x l'\sin^2\alpha][-\sin\alpha]dl'\right.$$

$$\left.+0.5\int_0^l[\pm q_y l'\cos\alpha\sin\alpha\pm q_x l'\sin\alpha\cos\alpha]\cos\alpha dl'\right\}$$

$$=Qr_p^2\left\{q_y[\mp2.6\cos^2\alpha\sin\alpha\pm0.5\cos^2\alpha\sin\alpha]\int_0^l l'dl'\right.$$

$$\left.+q_x[\pm2.6\sin^3\alpha\pm0.5\sin\alpha\cos^2\alpha]\int_0^l l'dl'\right\}$$

$$=Qr_p^2[\mp1.05q_y l^2\cos^2\alpha\sin\alpha+q_x(\pm1.05l^2\sin^3\alpha\pm0.25l^2\sin\alpha)]$$

$$=q_y w_{dc}+q_x w_{cc}$$

$$EJ\delta_{sny}=Qr_p^2\left\{2.6\int_0^l[\pm q_y l'\cos^2\alpha\mp q_x l'\sin^2\alpha]\cos\alpha dl'\right.$$

$$+0.5\int_0^l[\pm q_y l'\cos\alpha\sin\alpha\pm q_x l'\sin\alpha\cos\alpha]\sin\alpha dl'\Big\}$$

$$=Qr_p^2\Big\{q_y[\pm 2.6\cos^3\alpha\pm 0.5\cos\alpha\sin^2\alpha]\int_0^l l'dl'$$

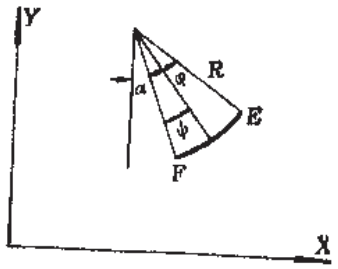
$$+q_x[\mp 2.6\sin^2\alpha\cos\alpha\pm 0.5\sin^2\alpha\cos\alpha]\int_0^l l'dl'\Big\}$$

$$=Qr_p^2[q_y(\pm 1.05l^2\cos^3\alpha\pm l^2 0.25\cos\alpha)\mp 1.05q_x l^2\sin^2\alpha\cos\alpha]$$

$$=q_y w_{dd}+q_x w_{cd}$$

$$EJ\delta_{xxz}=Qr_p^2\Big\{2.6\int_0^l q_z l'dl'\Big\}=2.6Qr_p^2 q_z\frac{l^2}{2}=1.3Qr_p^2 l^2 q_z=q_z w_{cc}$$

（二）圆弧管（半径R，中心角φ，弧末端半径与垂直轴负向间夹角α，F至E为逆钟向）



附图 6-7

$$F_s=\pm q_y R[\sin(\alpha+\psi)-\sin\alpha]\cos(\alpha+\psi)\mp q_x R[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)]\sin(\alpha+\psi)$$
$$+P_y^0\cos(\alpha+\psi)-P_x^0\sin(\alpha+\psi)$$

$$F_s'=q_z R\psi+P_z^0$$

$$F_n=\mp q_y R[\sin(\alpha+\psi)-\sin\alpha]\sin(\alpha+\psi)\mp q_x R[\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi)]\cos(\alpha+\psi)$$
$$-P_y^0\sin(\alpha+\psi)-P_x^0\cos(\alpha+\psi)$$

q_y项：当弧段位向为III、IV象限时，取上符号；
当弧段位向为I、II象限时，取下符号。

q_x项：当弧段位向为I、IV象限时，取上符号；
当弧段位向为II、III象限时，取下符号。

象限规定见附图5-6。

$$\frac{\partial F_s}{\partial P_x}=-\sin(\alpha+\psi)\qquad\frac{\partial F_s'}{\partial P_x}=0\qquad\frac{\partial F_n}{\partial P_x}=-\cos(\alpha+\psi)$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial P_y}=-\cos(\alpha+\psi)\qquad\frac{\partial F_s'}{\partial P_y}=0\qquad\frac{\partial F_n}{\partial P_y}=-\sin(\alpha+\psi)$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial P_z}=0\qquad\frac{\partial F_s'}{\partial P_z}=1\qquad\frac{\partial F_n}{\partial P_z}=0$$

$$EJ\delta_{sno}=Qr_p^2\Bigg\{2.6\int_0^{\varphi}[\pm q_yR(\sin(\alpha+\psi)-\sin\alpha)\cos(\alpha+\psi)$$

$$\mp q_xR(\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi))\sin(\alpha+\psi)][-\sin(\alpha+\psi)]Rd\psi$$

$$+0.5\int_0^{\varphi}[\mp q_yR(\sin(\alpha+\psi)-\sin\alpha)\sin(\alpha+\psi)$$

$$\mp q_xR(\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi))\cos(\alpha+\psi)][-\cos(\alpha+\psi)]Rd\psi\Bigg\}$$

$$=Qr_p^2R^2\Bigg\{q_y\Bigg[\mp2.6\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi\pm2.6\int_0^{\varphi}\sin\alpha\sin(\alpha+\psi)$$

$$\times\cos(\alpha+\psi)d\psi$$

$$\pm0.5\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi\mp0.5\int_0^{\varphi}\sin\alpha\sin(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi\Bigg]$$

$$+q_x\Bigg[\pm2.6\int_0^{\varphi}\cos\alpha\sin^2(\alpha+\psi)d\psi\mp2.6\int_0^{\varphi}\cos(\alpha+\psi)\sin^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$\pm0.5\int_0^{\varphi}\cos\alpha\cos^2(\alpha+\psi)d\psi\mp0.5\int_0^{\varphi}\cos^3(\alpha+\psi)d\psi\Bigg]\Bigg\}$$

$$=Qr_p^2R^2\Bigg\{q_y\Bigg[\mp2.1\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)\cos(\alpha+\psi)d\psi\pm2.1\sin\alpha\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)$$

$$\times\cos(\alpha+\psi)d\psi\Bigg]$$

$$+q_x\Bigg[\pm2.1\cos\alpha\int_0^{\varphi}\sin^2(\alpha+\psi)d\psi\pm0.5\cos\alpha\cdot\varphi\mp2.1\int_0^{\varphi}\cos(\alpha+\psi)$$

$$\times\sin^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$\mp0.5\int_0^{\varphi}\cos(\alpha+\psi)d\psi\Bigg]\Bigg\}$$

$$=Qr_p^2R^2\Bigg\{q_y\Bigg[\mp2.1\left(\frac{\sin^3(\alpha+\psi)}{3}\right)_0^{\varphi}\pm2.1\sin\alpha\left(\frac{\sin^2(\alpha+\psi)}{2}\right)_0^{\varphi}\Bigg]$$

$$+q_x\Bigg[\pm2.1\cos\alpha\left(\frac{\alpha+\psi}{2}-\frac{1}{4}\sin2(\alpha+\psi)\right)_0^{\varphi}\pm0.5\varphi\cos\alpha$$

$$\mp2.1\left(\frac{\sin^3(\alpha+\psi)}{3}\right)_0^{\varphi}\mp0.5\sin(\alpha+\psi)_0^{\varphi}\Bigg]\Bigg\}$$

$$=Qr_p^2R^2\{q_y[\mp0.7(\sin^3(\alpha+\varphi)-\sin^3\alpha)\pm1.05\sin\alpha(\sin^2(\alpha+\varphi)-\sin^2\alpha)]$$

$$+q_x[\pm1.05(\alpha+\varphi)\cos\alpha\mp1.05\alpha\cos\alpha\mp0.525\cos\alpha\sin2(\alpha+\varphi)\pm0.525\cos\alpha\sin2\alpha$$

$$\pm0.5\varphi\cos\alpha\mp0.7\sin^3(\alpha+\varphi)\pm0.7\sin^3\alpha\mp0.5\sin(\alpha+\varphi)\pm0.5\sin\alpha]\}$$

$$=Qr_p^2R^2\{q_y[\mp0.35\sin^3\alpha\mp0.7\sin^3(\alpha+\varphi)\pm1.05\sin\alpha\sin^2(\alpha+\varphi)]$$

$$+q_x[\pm1.55\varphi\cos\alpha\mp0.525\cos\alpha\sin2(\alpha+\varphi)\pm0.525\cos\alpha\sin2\alpha$$

$$\mp 0.7\sin^3(\alpha+\varphi)\pm 0.7\sin^3\alpha\mp 0.5\sin(\alpha+\varphi)\pm 0.5\sin\alpha]\}$$

$$=q_y w_{ac}+q_x w_{cc}$$

$$EJ\delta_{1ny}=Qr_p^2\Bigg\{2.6\int_0^{\varphi}[\pm q_y R(\sin(\alpha+\psi)-\sin\alpha)\cos(\alpha+\psi)\mp q_x R(\cos\alpha$$

$$-\cos(\alpha+\psi))\sin(\alpha+\psi)]\cos(\alpha+\psi)Rd\psi$$

$$+0.5\int_0^{\varphi}[\mp q_y R(\sin(\alpha+\psi)-\sin\alpha)\sin(\alpha+\psi)\mp q_x R(\cos\alpha-\cos(\alpha+\psi))$$

$$\times\cos(\alpha+\psi)][-\sin(\alpha+\psi)]Rd\psi\Bigg\}$$

$$=Qr_p^2R^2\Bigg\{q_y\Bigg[\pm 2.6\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi\mp 2.6\int_0^{\varphi}\sin\alpha\cos^2(\alpha+\psi)d\psi$$

$$\pm 0.5\int_0^{\varphi}\sin^3(\alpha+\psi)d\psi\mp 0.5\int_0^{\varphi}\sin\alpha\sin^2(\alpha+\psi)d\psi\Bigg]$$

$$+q_x\Bigg[\mp 2.6\int_0^{\varphi}\cos\alpha\cos(\alpha+\psi)\sin(\alpha+\psi)d\psi\pm 2.6\int_0^{\varphi}\cos^2(\alpha+\psi)\sin(\alpha+\psi)d\psi$$

$$\pm 0.5\int_0^{\varphi}\cos\alpha\cos(\alpha+\psi)\sin(\alpha+\psi)d\psi\mp 0.5\int_0^{\varphi}\cos^2(\alpha+\psi)\sin(\alpha+\psi)d\psi\Bigg]\Bigg\}$$

$$=Qr_p^2R^2\Bigg\{q_y\Bigg[\pm 2.1\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)\cos^2(\alpha+\psi)d\psi\pm 0.5\int_0^{\varphi}\sin(\alpha+\psi)d\psi$$

$$\mp 2.1\sin\alpha\int_0^{\varphi}\cos^2(\alpha+\psi)d\psi\mp 0.5\sin\alpha\int_0^{\varphi}d\psi\Bigg]$$

$$+q_x\Bigg[\mp 2.1\cos\alpha\int_0^{\varphi}\cos(\alpha+\psi)\sin(\alpha+\psi)d\psi\pm 2.1\int_0^{\varphi}\cos^2(\alpha+\psi)\sin(\alpha+\psi)d\psi\Bigg]\Bigg\}$$

$$=Qr_p^2R^2\Bigg\{q_y\Bigg[\pm 2.1\Big(-\frac{\cos^3(\alpha+\psi)}{3}\Big)_0^{\varphi}\pm 0.5(-\cos(\alpha+\psi))_0^{\varphi}\mp 2.1\sin\alpha$$

$$\times\Big(\frac{\alpha+\psi}{2}+\frac{1}{4}\sin 2(\alpha+\psi)\Big)_0^{\varphi}$$

$$\mp 0.5\varphi\sin\alpha\Bigg]+q_x\Bigg[\mp 2.1\cos\alpha\Big(-\frac{\cos^2(\alpha+\psi)}{2}\Big)_0^{\varphi}$$

$$\pm 2.1\Big(-\frac{\cos^3(\alpha+\psi)}{3}\Big)_0^{\varphi}\Bigg]\Bigg\}$$

$$=Qr_p^2R^2\{q_y[\mp 0.7\cos^3(\alpha+\varphi)\pm 0.7\cos^3\alpha\mp 0.5\cos(\alpha+\varphi)\pm 0.5\cos\alpha$$

$$\mp 1.05(\alpha+\varphi)\sin\alpha$$

$$\pm 1.05\alpha\sin\alpha\mp 0.525\sin\alpha\sin 2(\alpha+\varphi)\pm 0.525\sin\alpha\sin 2\alpha\mp 0.5\varphi\sin\alpha]$$

$$+q_x[\pm 1.05\cos\alpha\cos^2(\alpha+\varphi)\mp 1.05\cos^3\alpha\mp 0.7\cos^3(\alpha+\varphi)\pm 0.7\cos^3\alpha]\}$$

参 考 文 献

[1] Design of Piping Systems——The M.W. Kellogg Co., 1967.

[2] ANSI B31.1 Power Piping, 1980.

[3] ASME Boiler and Pressure Vessel Code Section 1 & Section 3, 1977.

[4] Cases of ASME Boiler and Pressure Vessel Code 1592 (N-47), 1974 & 1977.

[5] Introduction to the Finite Element Method. C.S. Desai, J.E. Abel, 1972.

[6] Creep and Fatigue in Elevated Temperature Application——The Institution of Mechanical Engineers, 1975.

[7] Advances in Design for Elevated Temperature Environment ASME, 1975.

[8] Criteria of the ASME Boiler and Pressure Vessel Code for Design By Analysis in Section III and VIII, Div.2.

[9] Criteria for Design of Elevated Temperature Class I Components in Section III, Div.1.

[10] 1977 Design Criteria of Boilers and Pressure Vessels.

[11] Strength of Materials Part II Advanced Theory and Problems. D. Van Nostrand Company, Inc. Third Edition, 1957.

[12] Pressure Vessels and Piping Design, Collected Papers, 1927~1959, ASME, 1960.

[13] Pressure Vessels and Piping, Design and Analysis. A Decade of Progress, Vol I & II ASME, 1972.

[14] Elastic-Plastic Behavior of thin Tubes Subjected to Internal Pressure and Intermittent High Heat Fluxes with Application to Fast Nuclear-Reactor Fuel Elements——by J. Bree. Journal of Strain Analysis, Vol.2, No. 3, 1967.

[15] Incremental Growth due to Creep and Plastic Yielding of thin Tubes Subjected to Internal Pressure and Cyclic Thermal Stresses—by J. Bree, Journal of strain Analysis, Vol.3, No. 2, 1968.

[16] Upper Bounds for accumulated Strains due to Creep Ratcheting—by W. J. O' Donnell and J. Porowski, WRC Bulletin 195, June 1974.

[17] Hold-time Effects in High-Temperature Low-Cycle Fatigue—by E. Krempl & B.M. Wundt, ASTM, STP. 489, ASTM, 1971.

[18] Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies with Arbitrary Non-Linear Stress-Strain Low—by H. Neuber, Journal of Applied Mechanics Dec. 1961.

[19] The Generation of Isochronous Stress-Strain Curves ASME, 1972.

[20] Simplified Methods in Pressure Vessel Analysis, 1978, ASME PVP—PB—029.

[21] Design of Elevated Temperature Piping for Advanced Nuclear Plants-by Stone & Webster Engineering Corp, 1979.

[22] Life time of Struetures Subject to Varying Load and Temperature-by S. Taira, Creep in Structures, Hoff. J. Nicolas. ed. Academic Press, New York.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.

1962.

[23] Transactions of ASME Journal of Basic Engineering. Vol. 82. No.2.

[24] Steam Turbines for Mechanical Drive Service-NEMA. Standard Publication No. SM 23-1979.

[25] Expansion Stresses and Reactions in Piping Systems—H. V. Wallstson, D. B. Rossheim, A.R.C. Markl, E. Slezak, 1941.

[26] Festigkeitsberechnung in Dampfkessel—,Behälter-und Rohrleitungsbau, Siegfried Schwaigerer, 1978.

[27] Прочность Трубопроводных Систем Энергетических Установок, Д.Л. Костовецкий, 1973.

[28] Пар Высокого Давления В Энергетеке, Г.Э.М., 1950.

[29] Механиуеские Теории Прочности, М.М. Филоненко-Бородиу, 1961.

[30] Теория Упругости и Пластиуности, Н.И. Безухов, 1953.

[31] Основы Теории Пластиуности,Л.М. Кауанов, 1956.

[32] BS 806-1975.

[33] DIN 2413-1972.

[34] JIS B 8243-1977.

[35] 火力发电设备受压元件强度计算标准[日], 1972.

[36] 压力容器和高压管道的设计、制造技术规程及其问题[日], 鹤户口英善, 1974.

[37] 动力装置管道强度计算技术导则[苏], PTM24、038、08—1972.

[38] 蒸汽锅炉元件强度计算标准[苏], 1972.

[39] 火力发电厂汽水管道应力计算导则（修订本）机规1-64, 中国工业出版社, 1964.

[40] 火力发电厂汽水管道应力计算技术规定（SDGJ6-78）, 水利电力出版社, 1979.

[41] 电力建设施工及验收技术规范（管道篇）DJ56-79, 电力工业出版社, 1980.

[42] 火力发电厂管道静力计算方法及程序, 电力建设总局编, 1980.

[43] 压力容器及其部件的应力分析, S.S.吉尔主编, 原子能出版社, 1975.

[44] 结构的塑性分析, P.G.霍奇著, 科学出版社, 1966.

[45] 管道弹性与强度, H.V.尤根生著, 中国工业出版社, 1964.

[46] 锅炉机组元件的强度计算, С.И.师瓦尔茨曼著, 水利电力出版社, 1959.

[47] 杆件系统结构力学, И.М.拉宾诺维齐著, 高等教育出版社, 1955.

[48] 材料力学, S.铁木辛柯、J.盖尔著, 胡人礼译, 科学出版社, 1978.

[49] 材料力学, 别辽耶夫著, 高等教育出版社, 1957.

[50] 结构力学的矩阵方法, 蔡四维著, 科学出版社, 1975.

[51] 超静定结构力学, 王竖白著, 水利电力出版社, 1979.

[52] 塑性理论基础, 赵祖武编, 人民教育出版社, 1963.

[53] 锅炉强度, 哈尔滨工业大学锅炉教研室、哈尔滨锅炉厂设计处强度组、哈尔滨市劳动局, 1975.

[54] 压力容器国外规范与标准近期发展概况, 上海化工学院化工机械教研组编, 1977.

[55] 作用力和力矩计算——应变能微分法, 东北电力设计院编, 1974.

[56] 管道静力计算的等值刚度位移法计算程序, 华东电力设计院, 1980.

[57] 压力容器国外技术进展（上册）, 一机部通用机械研究所编, 1974.